

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УСИЛИЙ РЕЗОНИРУЮЩИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН

Г. С. ЖАРТОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедры горных машин, рудничного транспорта и горной механики)

В работе дается количественная оценка динамических усилий резонирующих цилиндрических винтовых пружин. Многие приборы и машины, в которых пружины выполняют роль нажимных устройств, подвергаются воздействию внешних вибраций. Вибрации передаются точкам крепления пружин и при совпадении частот вынуждающих колебаний с собственными частотами упругих звеньев могут вызвать резонансы. Существует ряд механизмов и машин, например, кулачковые механизмы, электрические коллекторные машины и т. д., которые сами служат источником колебаний пружин. Вступившие в резонанс пружины (предварительно растянутые или сжатые) вызывают дополнительные знакопеременные усилия, величина которых, как будет показано ниже, настолько значительна, что эффективная сила пружины может меняться от нуля до двойной статической. Так, при исследовании динамики кулачковых механизмов замечено, что эффективная сила пружин может настолько уменьшиться при резонансе, что толкатели будут отрываться от кулачков, несмотря на наличие избыточной силы пружин, работающих в удалении от резонанса [1].

Рассмотрим сжатую винтовую цилиндрическую пружину на рис. 1, а, учитывая, что практически все пружины сжатия можно рассматривать как пружины с заделанными торцами [2]. Пусть

$P_{ст} = \kappa \lambda$  — статическое усилие, развиваемое сжатой пружиной;

$\lambda$  — величина предварительного сжатия;

$\kappa = \frac{Gd^4}{8iD^3}$  — жесткость пружины;

$G$  — модуль упругости II рода для материала пружины;

$d$  — диаметр сечения проволоки;

$D$  — средний диаметр пружины;

$H$  — высота сжатой пружины;

$M$  — масса пружины.

Заменим пружину эквивалентным прямым бруском той же высоты  $H$  [3], как показано на рис. 1, б, и рассмотрим продольные колебания массы  $dm = m dx$  с координатой  $x$ , где  $m$  — погонная масса эквивалентного бруса. Если пренебречь силами внутреннего трения в материале пружины, на массу  $dm$  будут действовать инерционная сила  $dF_{ин}$  и восстанавливающая сила пружины  $dF_{в}$ . Так как в момент резонанса инерционная и восстанавливающая силы находятся в противофазе [4], их нужно брать с разными знаками.

Решение волнового уравнения продольных колебаний

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

где  $u = V(x, t)$  — амплитуда продольных колебаний витков пружины

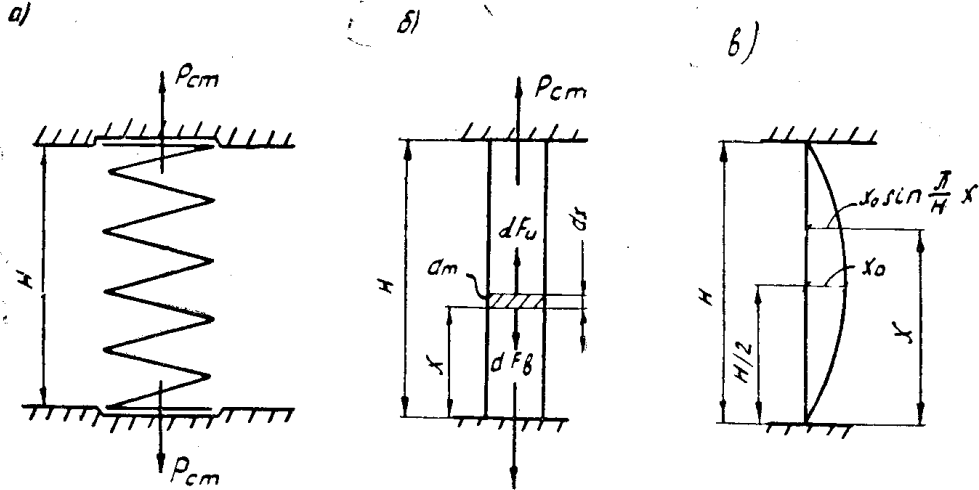


Рис. 1. Расчетная схема цилиндрической винтовой пружины

ищется в виде произведения двух функций — функции только координаты  $V(x)$  и функции только времени  $V(t)$ .

Функция координаты определяется по собственным формам колебаний. Принимая в расчет только основную форму для рассматриваемого случая граничных условий, как показано на рис. 1, в, получим

$$u(x, t) = V(x) V(t) = x_0 \cdot \sin \frac{\pi}{H} x \cdot \sin \omega_p t,$$

где  $x_0$  — амплитуда колебаний массы;

$\omega_p$  — круговая частота колебаний эквивалентного бруса (т. е. пружины), соответствующая основной форме колебаний. Тогда ускорение массы  $dm$  при резонансе

$$\ddot{u}(x, t) = -\omega_p^2 x_0 \cdot \sin \frac{\pi}{H} x \cdot \sin \omega_p t.$$

Рассматривая амплитудные значения силы  $dF_{ин}$  (при  $\sin \omega_p t = 1$ ), получим

$$dF_{ин} = mdx \cdot x_0 \omega_p^2 \sin \frac{\pi}{H} x;$$

$$F_{ин} = \int_0^H dF_{ин} = \frac{2Hm\omega_p^2 x_0}{\pi} = \frac{2Mx_0\omega_p^2}{\pi}.$$

Амплитудное значение восстанавливающей силы (при  $\sin \omega_p t = 1$ ).

$$dF_{в} = \kappa \frac{du(x, t)}{dx} = \kappa \frac{\pi}{H} x_0 \cos \frac{\pi}{H} x dx;$$

$$F_{в} = 2\kappa x_0 \frac{\pi}{H} \int_0^{H/2} \cos \frac{\pi}{H} x dx = 2\kappa x_0.$$

Амплитудное значение эффективной силы пружины в момент резонанса для обоих концов заделки

$$P_{эф} = \pm (F_{ин} - F_{в}) + P_{ст} = \pm \left( \frac{2Mx_0\omega_p^2}{\pi} - 2\kappa x_0 \right) + P_{ст}. \quad (1)$$

Соответственно,

$$P_{эф}(t) = \left( \frac{2M\omega_p^2 x_0}{\pi} - 2\kappa x_0 \right) \sin \omega_p t + P_{ст}. \quad (2)$$

Для предварительно растянутых пружин усилием  $P_{ст}$  основная форма продольных колебаний будет аналогично рассмотренной выше, поэтому формулы (1) и (2) можно отнести и к этому случаю деформации пружин.

Экспериментальное исследование динамических усилий проводилось с помощью установок, две из которых изображены на рис. 2 и 3. Пружины нагружались (при сжатии и растяжении) тензодатчиками, которые одним концом закреплялись на жестком основании, а вторым через вольфрамовые петельки к свободным концам пружин. Возбуждение вибраций осуществлялось на вибростенде СТ-1000 в диапазоне частот от 20 до 1000 *гц*. Ускорение контролировалось пьезоэлектрическим измерителем вибраций ПИУ-2М с датчиком типа ПДУ-1. В статическом состоянии тензодатчики были предварительно напряжены усилием  $P_{см}$ , величина которого зависела от жесткости и предварительного сжатия испытываемой пружины. Двумя тензодатчиками можно задавать усилие до 5 кг. Измерения производились на тензостанции УТС-ВТ-12 с применением шлейфового осциллографа Н-102. Установки позволяют легко калибровать измерительный канал статическим методом (снятием нагрузки на тензодатчики). Совершенно очевидна ограниченность данного способа измерений: допустимый для записи полуразмах динамического усилия, т. е. величина  $P_{дин} = |F_{ин} - F_{в}| \leq P_{ст}$ , иначе  $0 \leq P_{эф} \leq 2P_{ст}$ , так как тензодатчики с таким креплением не работают на сжатие. Размах резонирующих витков регистрировался оптическим способом. Отметка времени производилась через 0,002 сек.

На осциллограмме рис. 4 показано, как изменяется  $P_{дин}$  по мере приближения вынуждающей частоты к собственной частоте пружины. В послерезонансной зоне при быстром изменении частоты возбуждения характерны биения. Проверка правильности расчетных формул (1) и (2) проводилась на предварительно сжатых и растянутых пружинах. Экспериментальные и расчетные данные сведены в таблицу, а осциллограммы динамических усилий для случаев сжатия пружин показаны на рис. 5, причем случаю «сжатие» соответствует осциллограмма рис. 5, а, а случаю «сжатие\*» — осциллограмма рис. 5, б. Искажение гармонической формы  $P_{дин}$  можно объяснить наличием небольшой поперечной раскачки подвешенных тензодатчиков. Достаточно уменьшить ускорение вибростенда до 5 *g*, что связано с уменьшением примерно вдвое величины  $x_0$ , как форма изменения  $P_{дин}$  приближается к гармонической. Это показано на осциллограмме рис. 5, в, соответствующей случаю «сжатие\*» при  $x_0 = 0,25$  мм.

Как видно из таблицы, в момент резонанса усилие, развиваемое пружинами, не остается постоянным, а изменяется в широких пределах от  $P_{эф}^{min}$  до  $P_{эф}^{max}$ . Необходимо отметить, что эти пределы зависят от воздействующего виброускорения. Трение в материале витков пружин ограничивает величину  $x_0$ , а зависимость между  $x_0$  и внешним воздействием носит нелинейный характер. В некоторых случаях  $P_{эф}^{min}$  может приближаться к нулю, означая полную разгрузку предварительно дефор-

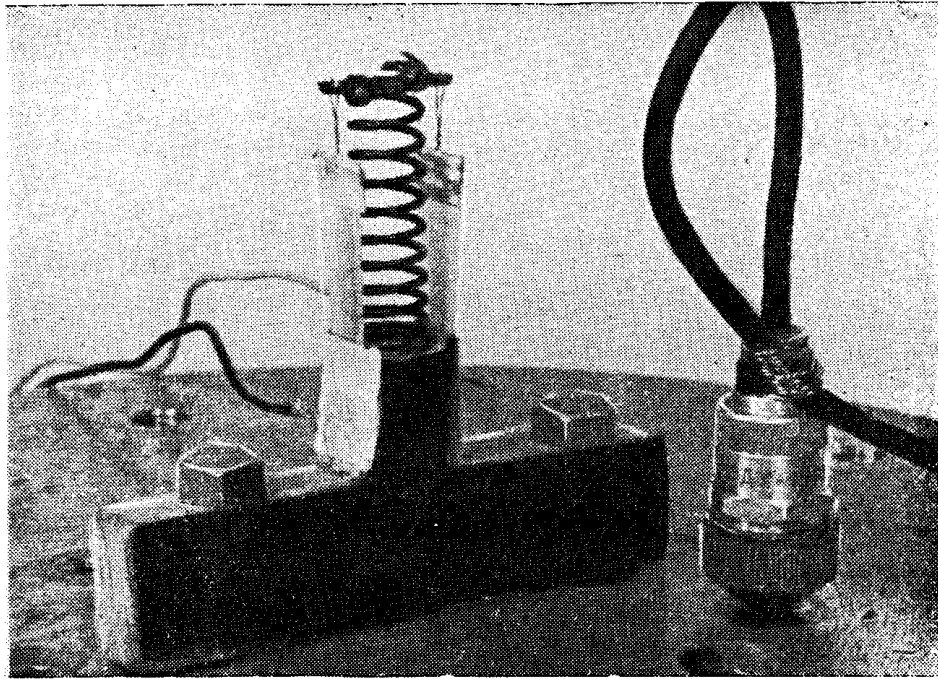


Рис. 2. Экспериментальная установка для исследования пружин

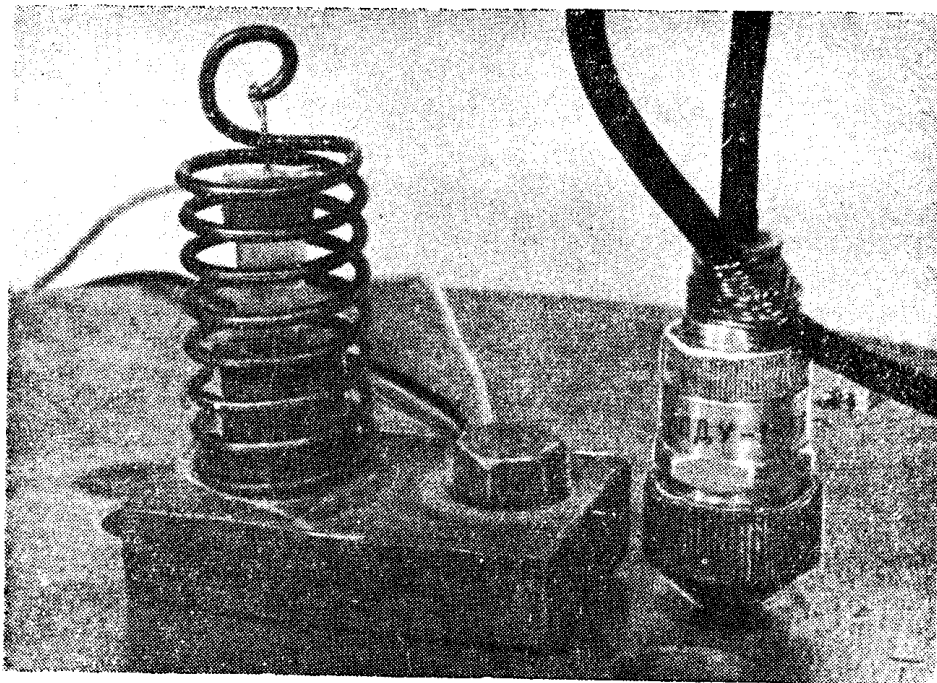


Рис. 3. Экспериментальная установка для исследования пружин

мированной пружины. Расчетные данные хорошо согласуются с экспериментом, что показывает возможность такого подхода к оценке эффективных усилий резонирующих пружин. Этот метод можно применить и к случаям пружин другого типа, например, плоских пружин контактных

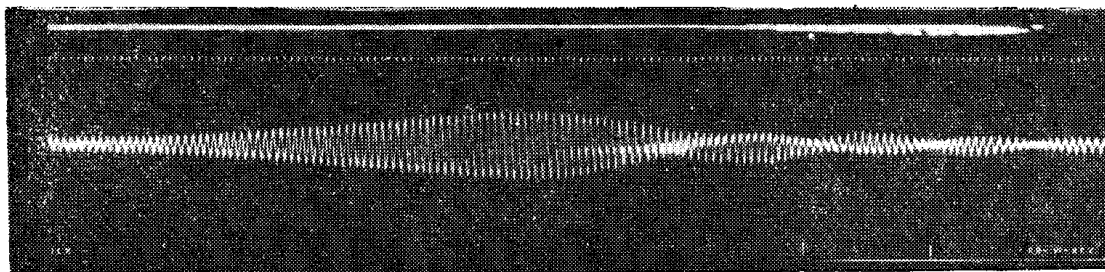


Рис. 4. Оциллограмма изменения усилия сжатия пружины при прохождении через резонанс

пар реле, работающих в условиях вибраций, при этом зависимости (1) и (2) приобретут иной вид.

Таблица 1

Параметры	Сжатие	Растяжение	Сжатие*
$d$ , мм	1	1	1,5
$D$ , мм	9	9	16,6
$C$ , кг/мм <sup>2</sup>	$8 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$
Вес пружины, г	2	2	6,5
$k$ , кг/мм	0,14	0,156	0,138
$\lambda$ , мм	6,5	6	5
Ускорение, g	10	10	10
$x_0$ , мм	0,5	0,5	0,5
$f_p = \frac{1}{2\pi} \omega_p$ , гц	510	540	252
$P_{ст}$ , г	910	940	690
$P_{дин}^{экспер.}$ , г	545	55	400
$P_{дин}^{расч.}$ , г	520	589	388
$P_{эф}$ , г	<i>min</i>	365	290
	<i>max</i>	1465	1090
$i$	10	9	8
Расхождение экспериментальных и расчетных данных, %	-4,6	+0,7	-3,0

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Ротбарт. Кулачковые механизмы (пер. с англ. под ред. проф. Колчина Н. И.). Судпромгиз, 1960.
2. В. Л. Бидерман. Поперечные колебания пружин. Сб. Расчеты на прочность, вып. 8, Машгиз, 1962.
3. Расчеты на прочность в машиностроении, т. III, под ред. Пономарева С. Д. Машгиз, 1959.
4. С. П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. Наука, 1964.

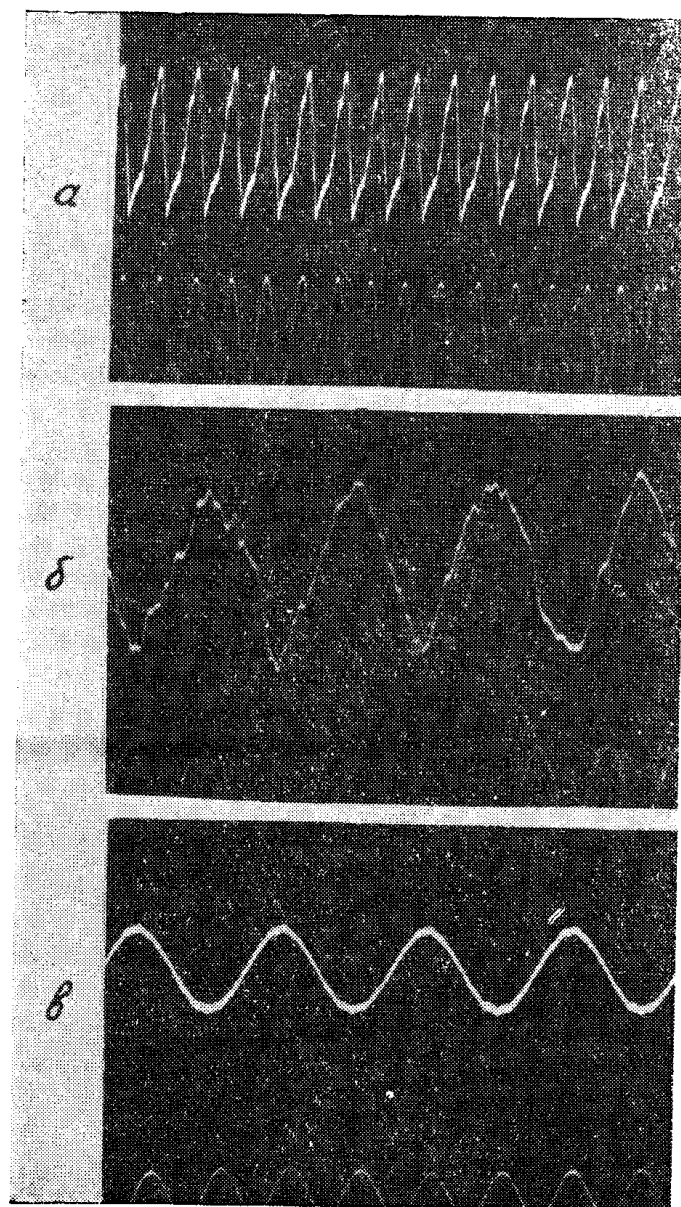


Рис. 5, а, б, в. Осциллограммы динамических усилий резонирующих пружин