

ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ ИНДЕКСОВ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН

К. М. ШУЛЬЖЕНКО, В. Я. СУПЬЯН

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

При исследовании различных четырехполюсников часто приходится сталкиваться с необходимостью обнаружения и измерения фазовой модуляции с малыми индексами. С помощью фигур Лиссажу можно измерять не только фазовые сдвиги [1], но и определить индекс фазовой модуляции. Если на одну пару пластин осциллографа подать фазово-модулированное колебание

$$u_1 = U_{m1} \sin [\omega_0 t + \Theta \sin (\Omega t + \Phi) + \varphi_0],$$

а на другую пару — колебание с частотой в n раз большей, чем колебание несущей частоты $u_2 = U_{m2} \sin n \omega_0 t$, где $n=1, 2, 3, \dots$ коэффициент кратности частот, то на экране осциллографа при $\varphi_0 = 0$ (что всегда можно обеспечить с помощью добавочного фазовращателя) наблюдаем многократную фигуру Лиссажу, изображенную на рис. 1. Ординаты точек этой кривой определяются уравнением $y = m_y U_{m2} \sin n \omega_0 t$, а абсциссы $x = m_x U_{m1} \sin [\omega_0 t + \Theta \sin (\Omega t + \Phi)]$, (1) где m_x и m_y — чувствительности отклонения осциллографа по осям X и Y соответственно. Обозначим $m_x U_{m1} = A$ и $m_y U_{m2} = B$. Точки пересечения кривой, описываемой лучом на экране трубки, с осью абсцисс имеют $y=0$, т. е. будут при $n \omega_0 t = k\pi$, (2)

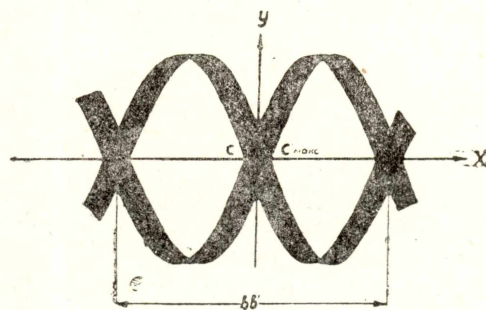


Рис. 1а. Интерференционная картина при наличии фазовой модуляции $\varphi_0 = 0$; n — четное.

где $k=0, 1, 2, 3, \dots$. Подставляя значение $\omega_0 t = \frac{k\pi}{n}$ из (2) в уравнение (1), получим абсциссы точек пересечения кривой с осью X

$x_k = A \sin \left[\frac{k\pi}{n} + \Theta \sin (\Omega t + \Phi) \right]$. Расстояние между двумя симметрич-

ными относительно оси Y точками пересечения кривой с осью X равно

$$x_k - x_{k+n} = A \sin \left[\frac{k\pi}{n} + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right] - A \sin \left[\frac{k+n}{n} \pi + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right] = 2A \sin \left[\frac{k\pi}{n} + \Theta \sin(\Omega t + \Phi) \right]. \quad (3)$$

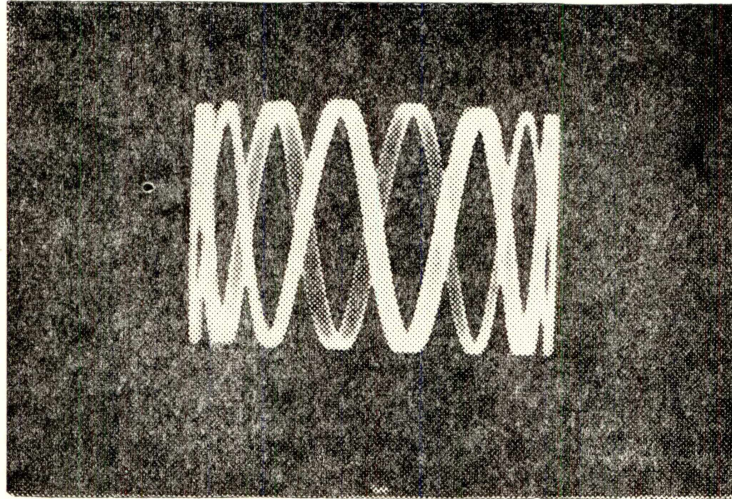


Рис. 16. Оциллограмма интерференционной картины при наличии фазовой модуляции при $\varphi_0 = 0$; $n = 8$; $\Theta = 3^\circ$.

При $k=0$ уравнение (3) принимает вид

$$x_0 - x_n = 2A \sin[\Theta \sin(\Omega t + \Phi)]. \quad (4)$$

Если $\Theta=0$, то уравнение (3) принимает вид

$$x'_k - x'_{k+n} = 2A \sin \frac{k\pi}{n}. \quad (5)$$

Это соответствует интерференционной картине, оциллограмма которой приведена на рис. 2а. Все точки пересечений кривой при $\varphi_0=0$ и $\Theta=0$ лежат на оси X . Это позволяет легко определить положение оси X при измерениях. Разделив (4) на (5), получим

$$\sin[\Theta \sin(\Omega t + \Phi)] = \frac{x_0 - x_n}{x'_k - x'_{k+n}} \sin \frac{k\pi}{n}. \quad (6)$$

Точка b' (рис. 2 б) имеет номер пересечения $k=1$, а точке b соответствует $k=1+n$, а расстояние $x'_1 - x'_{1+n} = bb'$. Точки $x_{k=0}$ и $x_{k=n}$ в случае $\Theta=0$ совпадают с началом координат. Если $\Theta \neq 0$, то эти точки сместятся относительно начала координат. При этом расстояние между ними $x_0 - x_n = cc'$. По длине отрезков bb' и cc' легко вычислить индекс фазовой модуляции. Подставив в (6) значения $x'_k - x'_{k+n} = bb'$ при $k=1$ и $x_0 - x_n = cc'$, получим

$$\sin [\Theta \sin (\Omega t + \Phi)] = \frac{cc'}{bb'} \sin \frac{\pi}{n} \quad (7)$$

Учитывая, что (в случае $\Theta < \frac{\pi}{2}$) максимальная размытость $cc'_{\text{макс}}$ будет при $\sin (\Omega t + \Phi) = 1$, из (7) получим

$$\Theta = \arcsin \frac{cc'_{\text{макс}}}{bb'} \sin \frac{\pi}{n} \quad (8)$$

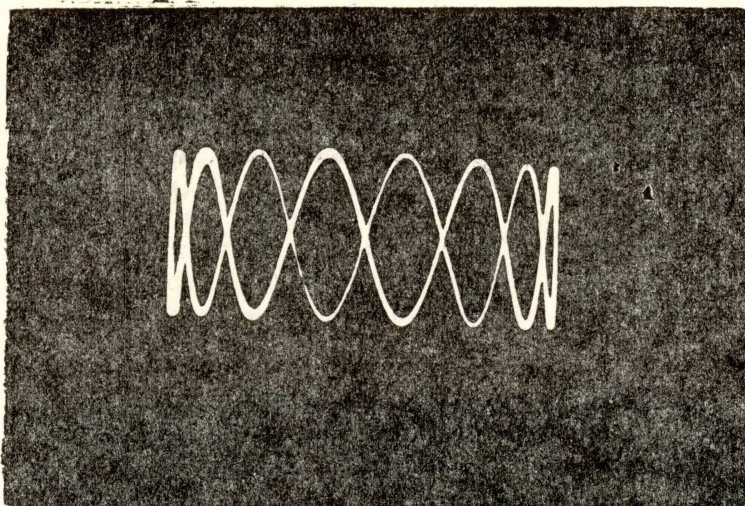


Рис. 2а. Осциллограмма интерференционной картины при отсутствии модуляции.

При измерении малых индексов модуляции $\Theta \ll 1$ можно пользоваться приближенной формулой

$$\Theta \approx \frac{cc'_{\text{макс}}}{bb'} \sin \frac{\pi}{n} \quad (8a)$$

Максимальная размытость интерференционной картины $cc'_{\text{макс}}$ будет в центре фигуры (рис. 1а при четном n и рис. 3 при нечетном n). Осциллограмма интерференционной картины при $n=3$ приведена на рис. 3а.

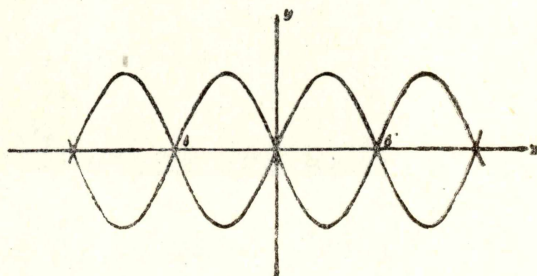


Рис. 2б. Интерференционная картина при отсутствии фазовой модуляции $\varphi_0 = 0$; n — четное.

В случае равных частот расстояние bb' следует определять из (5) при $k=1/2$, т. е. пользоваться проекцией фигуры на ось X , равной $2A$ (рис. 3б). Расчетная формула при $n=1$ и $\varphi_0=0$ принимает вид

$$\Theta = \arcsin \frac{cc'_{\text{макс}}}{2A} \quad (8б)$$

$$\text{а при } \Theta \ll 1 \quad \Theta \approx \frac{cc'_{\text{макс}}}{2A}$$

Этим же методом можно пользоваться при измерении индекса фазовой модуляции у сигнала с большей частотой

$$u_2 = U_{m_2} \sin [n\omega_0 t + \Theta_2 \sin (\Omega t + \Phi)].$$

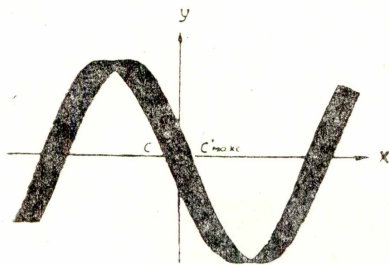


Рис. 3. Интерференционная картина при наличии фазовой модуляции $\varphi_0=0$; n —нечетное.

Однако чувствительность измерения индекса модуляции при этом понижается в n раз. Расчетная формула для этого случая имеет вид

$$\Theta_2 = n \arcsin \frac{cc'_{\text{макс}}}{bb'} \sin \frac{\pi}{n}. \quad (88)$$

При амплитудной модуляции одного из сигналов интерференционная картина будет иметь вид, приведенный на осциллограммах рис. 4 (модуляция у сигнала с меньшей частотой) и рис. 5 (модуляция у сигнала с большей частотой). Как видно из этих рисунков, при наличии амплитудной модуляции у одного из сигналов размытости в центре фигуры вдоль оси X не наблюдается. Это не трудно показать математически.

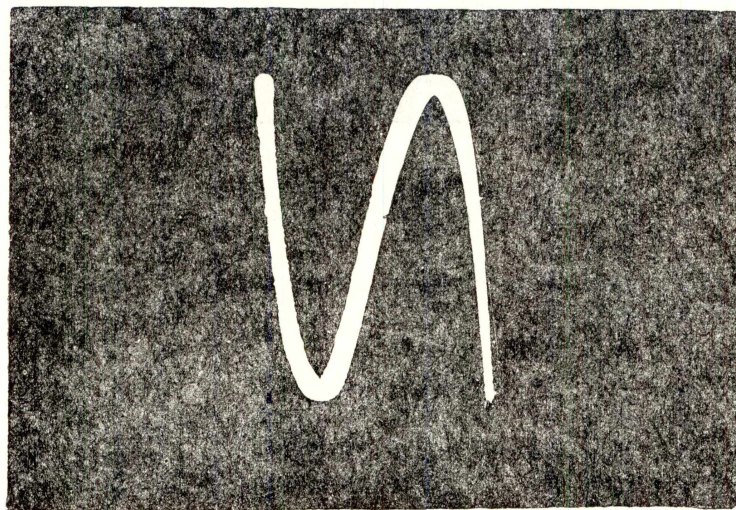


Рис. 3а. Осциллограмма интерференционной картины при $\varphi=0$
 $n=3$ и $\Theta=4^{\circ}30'$.

Если амплитудная модуляция имеется у сигнала с меньшей частотой (рис. 4), то уравнения, описывающие фигуру, имеют вид:

$$x = A [1 + M \sin (\Omega t + \Phi)] \sin (\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$y = B \sin n \omega_0 t.$$

Точки пересечения с осью абсцисс будут при $n \omega_0 t = k \pi$, т. е., когда

$$\omega_0 t = \frac{k \pi}{n}. \quad \text{Абсциссы этих точек}$$

$$x = A [1 + M \sin(\Omega t + \Phi)] \sin\left(\frac{k\pi}{n} + \varphi_0\right).$$

Расстояние между двумя симметричными относительно оси Y точками пересечения с осью X при $\varphi_0 = 0$ равно

$$x_k - x_{k+n} = 2A [1 + M \sin(\Omega t + \Phi)] \sin \frac{k\pi}{n}.$$

При $k=0$ и $k=n$ точки пересечения будут в начале координат. Расстояние $x_0 - x_n = 0$, т. е. в начале координат размытости нет (рис. 4). Размытость вдоль оси X будет максимальной на краях фигуры.

При наличии амплитудной модуляции у сигнала с большей частотой координаты точек фигуры (рис. 5) определяются уравнениями:

$$x = A \sin \omega_0 t, \quad (9)$$

$$y = B [1 + M \sin(\Omega t + \Phi)] \sin(n\omega_0 t + \varphi_0). \quad (10)$$

Абсциссы точек пересечения кривой с осью X находим, положив $y=0$, т. е.

$$\text{при } n\omega_0 t + \varphi_0 = k\pi. \quad (11)$$

Подставив значения ω_0, t , определяемые из (11) в (9), получим

$$x = A \sin\left(\frac{k\pi}{n} - \frac{\varphi_0}{n}\right)$$

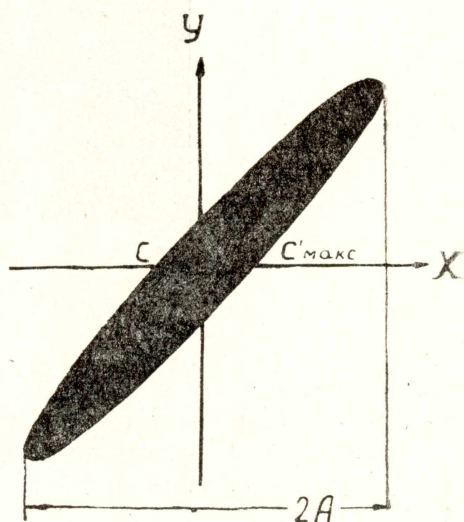


Рис. 3б. Фигура Лиссажу $n=1; \varphi_0=0$
 $\theta=18^\circ$;

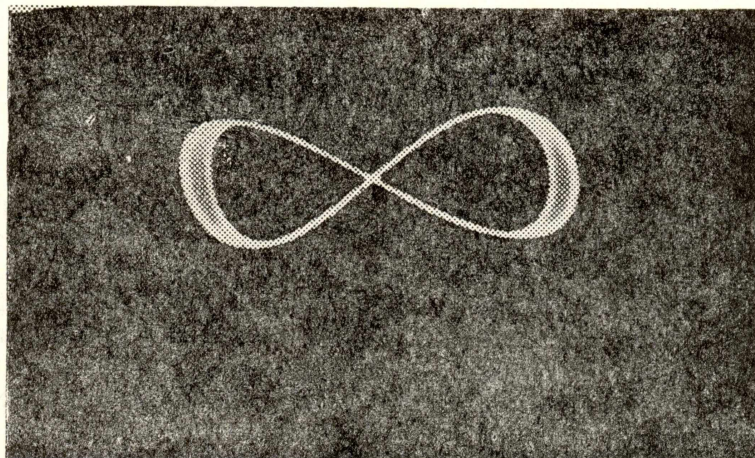


Рис. 4. Осциллограмма интерференционной картины при амплитудной модуляции у сигнала с меньшей частотой $\varphi_0=0; n=2$.

Расстояние между симметричными относительно оси Y точками пересечения кривой с осью X

$$x_k - x_{k+n} = 2A \sin\left(\frac{k\pi}{n} - \frac{\varphi_0}{n}\right).$$

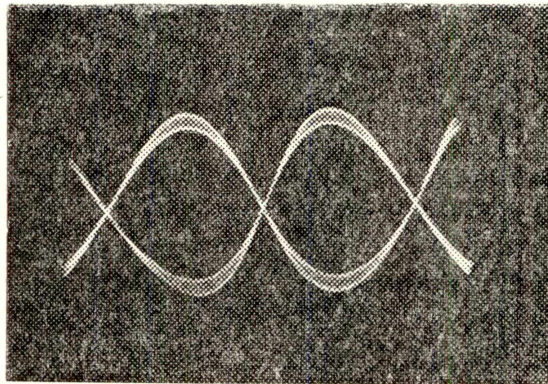


Рис. 5. Оциллограмма интерференционной картины при амплитудной модуляции у сигнала с большей частотой $\varphi_0=0$; n —четное.

При $k=0$ расстояние $x_0 - x_n$ определяется фазовым сдвигом φ_0 между напряжениями u_1 и u_2 . Если $\varphi_0=0$, то $x_0 - x_n=0$. Размытость фигуры вдоль оси X в этом случае также отсутствует (рис. 5).

При $\varphi_0=0$ размытости вдоль оси Y в центре фигуры тоже нет. Так, при $x=0$, т. е. при $\omega_0 t = q\pi$, где $q=0, 1, 2, 3, \dots$, из (10) при $\varphi_0=0$ получим

$$y = B [1 + M \sin(\Omega t + \Phi)] \sin nq\pi = 0.$$

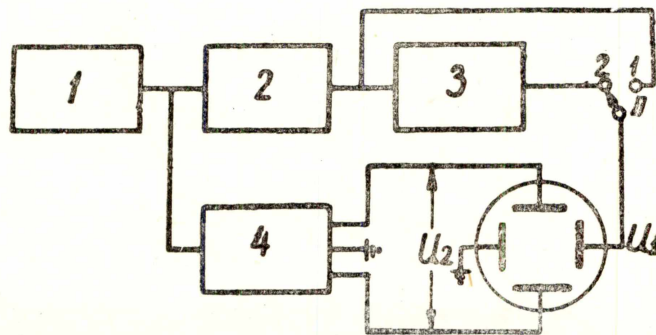


Рис. 6. Упрощенная блок-схема измерения малых индексов фазовой модуляции. 1 — измерительный генератор; 2 — триггерный делитель; 3 — исследуемый четырехполюсник; 4 — фазовращатель.

Таким образом, амплитудная модуляция любого из напряжений в центре фигуры Лиссажу размытости вдоль оси X не дает и поэтому не вносит погрешности в определение индекса фазовой модуляции. Упрощенная структурная схема для измерений малых индексов фазовой модуляции изложенным выше методом приведена на рис. 6. Один из сигналов подается на осциллограф через фазовращатель, а другой через делитель частоты и исследуемый четырехполюсник, которые разделены между собой катодными повторителями. Произведя переключение Π из положения 1 в 2 можно определить фазовый сдвиг, вносимый исследуемым четырехполюсником, и паразитную

фазовую модуляцию вспомогательного делителя. При измерении фазовой модуляции определяем отрезок bb' (рис. 1 *a*, 2 *б* или 3 *б*) и положение оси X на экране осциллографа, добиваясь с помощью фазовращателя $\varphi_0=0$. Определяем длину отрезка $cc'_{\text{макс}}$ (рис. 1 *a*, 3 или 3 *б*) по максимальной размытости в центре фигуры. Используя вышеприведенные формулы (8), (8 *a*), (8 *б*) или (8 *в*), можно подсчитать индекс фазовой модуляции. Предлагаемая методика измерения особенно удобна для определения паразитной фазовой модуляции, возникающей в преобразователях частоты (при умножении, сложении частот и т. п.). Требуемая кратность частот обеспечивается применением делителей на триггерных ячейках, обладающих достаточной стабильностью фазовых соотношений. Изложенным методом нами проводились измерения индексов фазовой модуляции порядка $0,5^\circ$. Повышение чувствительности измерения достигается увеличением кратности частот и растяжением фигуры вдоль оси X .

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин А. И., Измерение малых фазовых сдвигов с помощью ЭЛТ. Измерительная техника, № 5, 1958.
-