ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 153 1965

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕРВАЛА КВАНТОВАНИЯ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ПРОГРАММНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

В. З. ЯМПОЛЬСКИЙ, А. И. ЗАЙЦЕВ

В системах комплексной автоматизации широко используются непрерывные системы программного регулирования, на вход которых поступают дискретные сигналы. Дискретные входные сигналы появляются, если закон управления формируется с помощью ЭЦВМ, поступает из дискретного канала связи, либо реализуется с помощью специализированного цифрового устройства.

В настоящей работе рассматривается система программного регулирования скорости электродвигателя с жесткой отрицательной обратной связью по скорости, закон управления в которой реализуется с помощью цифрового устройства (рис. 1 а). Цифровое устройство состоит из цифрового автомата ЦА и преобразователя кода в напряжение ДН. Последовательность двоичных чисел, формируемая цифровым автоматом, преобразовывается с помощью преобразователя в ступенчатый сигнал, который поступает затем на вход непрерывной следящей системы с передаточной функцией W(p) в разомкнутом состоянии.

Переход от реальной схемы к расчетной осуществляется заменой цифрового устройства ключом и запоминающим элементом нулевого порядка Н. Два варианта расчетной схемы для следящих систем первого и второго порядка приведены на рис. 1 б и в соответственно.

В такой системе величина интервала квантования закона управления по времени (интервала дискретности Т) существенно влияет на количество электронного оборудования цифрового устройства. Чем меньше интервал квантования, тем точнее апроксимация закона управления, но тем больше требуется элементов для построения цифрового устройства.

Теоретически, погрешность апроксимации исчезает при Т=0, однако при этом цифровое устройство должно воспроизводить бесчисленное количество уровней непрерывного сигнала, что устремляет к бесконечности и количество элементов, необходимых для его построения.

На практике, однако, нет необходимости воспроизводить сигналы с нулевой погрешностью.

Всякая реальная система автоматического регулирования, воспринимающая непрерывную информацию, обладает рядом ограничений, не позволяющих ей различать многие тонкие свойства несущих информацию сигналов.

Ограниченная чувствительность и разрешающая способность системы приводит к тому, что достаточно близкие значения сигнала воспринимаются ею как одно значение.

Ограниченность полосы пропускания системы не позволяет ей различать очень близкие моменты времени, поэтому можно воспользоваться дискретным временем, дробя реальное непрерывное время на столь

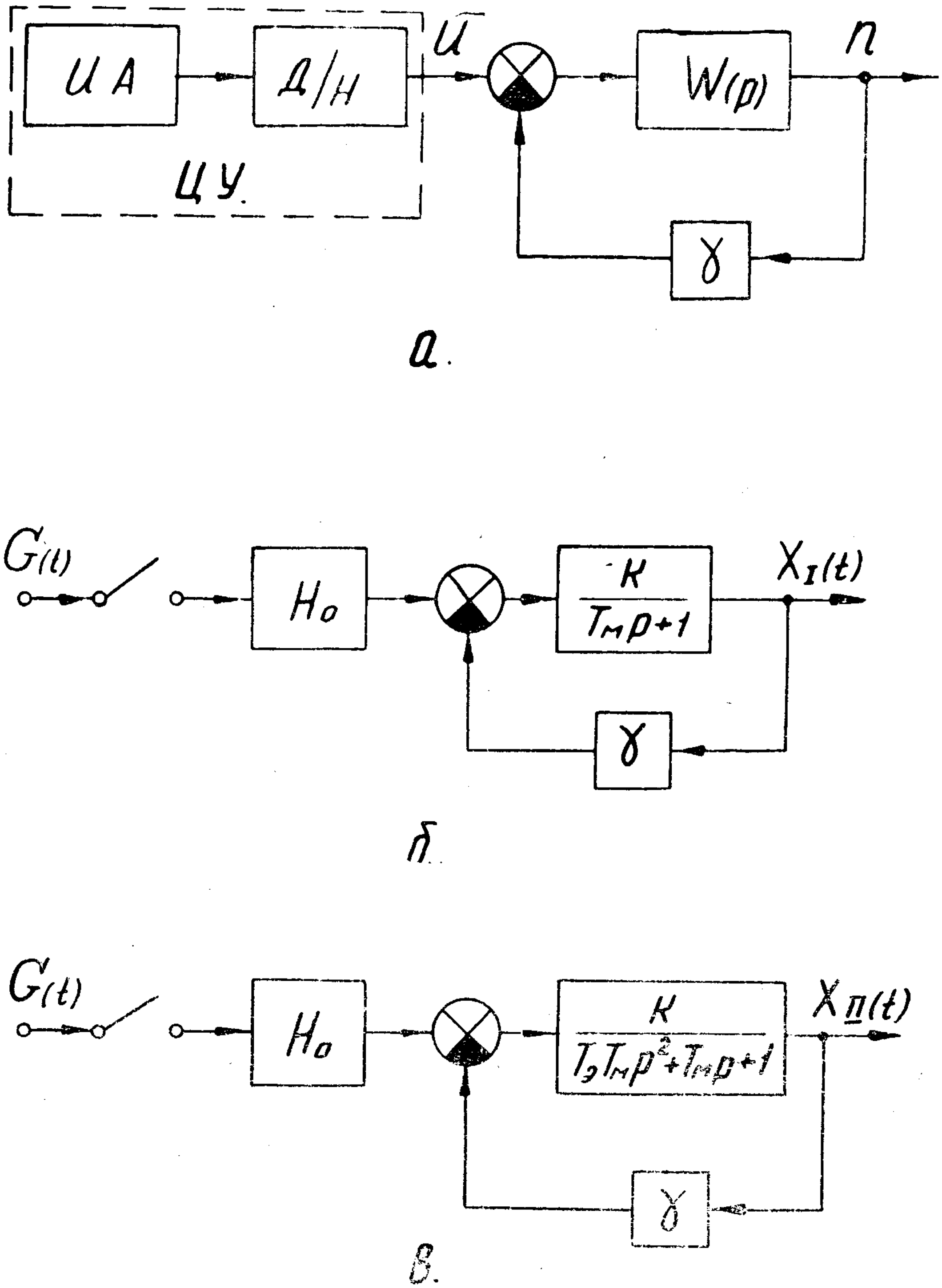

Рис. 1.

малые интервалы, чтобы они воспринимались системой как один момент времени.

Эквивалентность непрерывного и дискретного сигнала с точки зрения той информации, которая в них содержится, устанавливается в теории информации теоремой В. А. Котельникова [1].

Согласно этой теореме, любой непрерывный сигнал $G_{(t)}$, спектр которого равен нулю при $|\omega| > \omega_c = 2\pi f_c$, можно заменить эквивалентным дискретным сигналом с интервалом дискретности.

$$T \leqslant \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{1}{2f_c}. \qquad (1)$$

Трудность применения теоремы В. А. Котельникова для выбора интервала квантования закона управления заключается в том, что непрерывные системы автоматического регулирования имеют неограниченные по частоте спектры.

Практически, по энергетическим соображениям, имеется возможность замены безграничного частотного спектра САР ограниченным, так как площадь, ограниченная кривой спектра, соответствует энергии

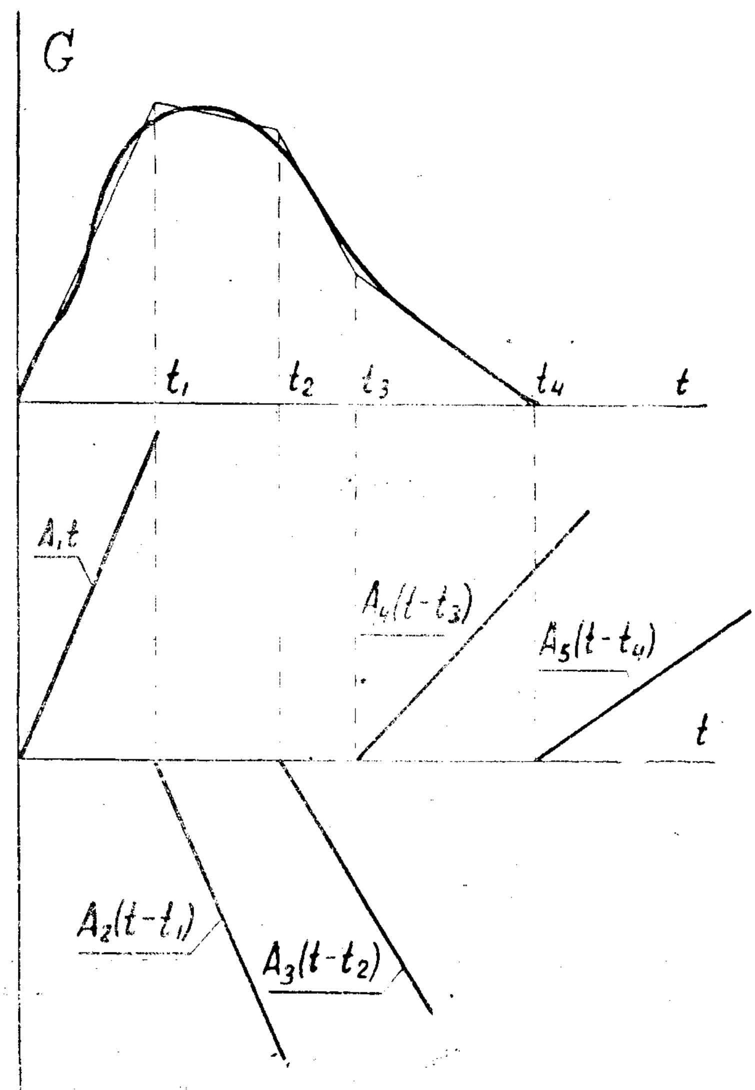

Рис. 2.

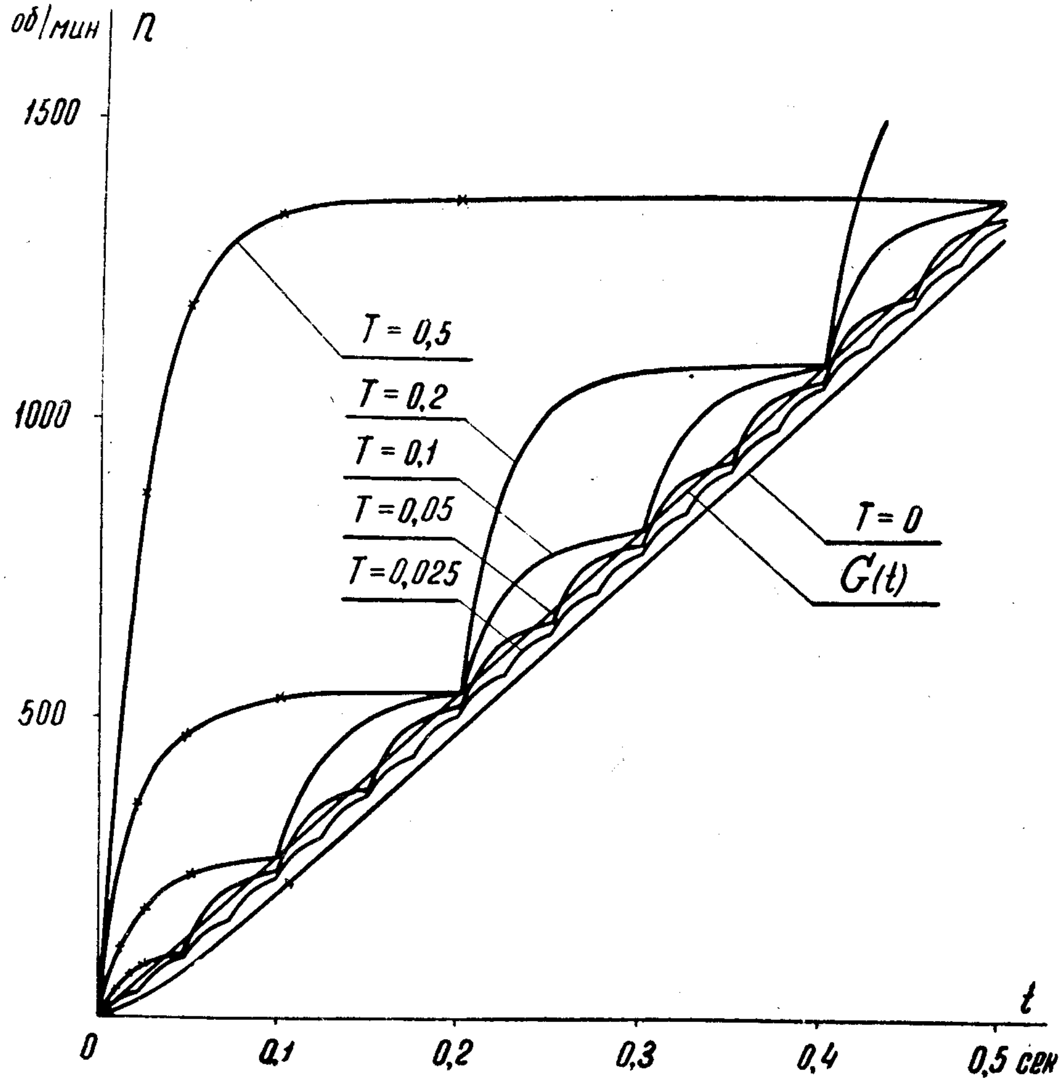

Рис. 3.

сигнала, которая должна быть конечной. К тому же бесконечно большие частоты на практике невозможны, как невозможны абсолютно безынерционные тела и процессы.

Однако ограничение спектра не спасает положения, так как не представляется возможным доступными для инженерной практики методами оценить погрешность процессов в системе за счет пренебрежения высокочастотной частью спектра и, следовательно, обосновать выбор той или иной величины интервала дискретности.

В настоящей работе делается попытка на основе анализа переходных процессов в системе получить аналитические соотношения, позволяющие определить интервал квантования закона управления по известным параметрам системы и допустимой погрешности в переходном процессе.

Особый интерес представляет задача определения наибольшего значения интервала квантования, при котором максимальная погрешность переходного процесса в системе не превышала бы заданной величины δ_3.

В такой постановке сформулированная задача может рассматриваться как задача определения оптимального интервала квантования, обеспечивающего заданную точность протекания переходного процесса в системе при наименьшей аппаратурной емкости цифрового устройства.

Решение поставленной задачи осуществляется нами путем сопоставления реакции непрерывной следящей системы на непрерывное входное воздействие и дискретное, полученное из непрерывного ступенчатой аппроксимацией с интервалом дискретности T.

Учитывая достаточную сложность задачи, мы ограничимся рассмотрением линейных систем регулирования, что, при всей строгости математических выкладок, приводит к приближенным для практического использования результатам.

Кроме того, произвольное входное воздействие $G_{(t)}$ заменяется нами рядом линейно нарастающих воздействий, сдвинутых во времени, как это показано на рис. 2. Это допущение позволяет свести задачу определения интервала квантования произвольного входного воздействия к задаче его определения для типового линейного воздействия.

На рис. 3 приведены переходные процессы в следящей системе первого порядка (рис. 1 б) для различных значений интервала дискретности T при следующих значениях параметров системы.

$$K = 250, \qquad T = 0{,}267, \qquad \Upsilon = 0{,}04, \qquad A = 120$$

Как следует из приведенных кривых, максимальная погрешность отработки дискретного линейного входного сигнала по отношению к соответствующему непрерывному возникает внутри каждого интервала дискретности T. Поскольку погрешность возникает за счет замены на каждом интервале непрерывного линейного входного сигнала ступенчатым (рис. 4 а), то она может быть оценена как разность реакции системы на эти сигналы.

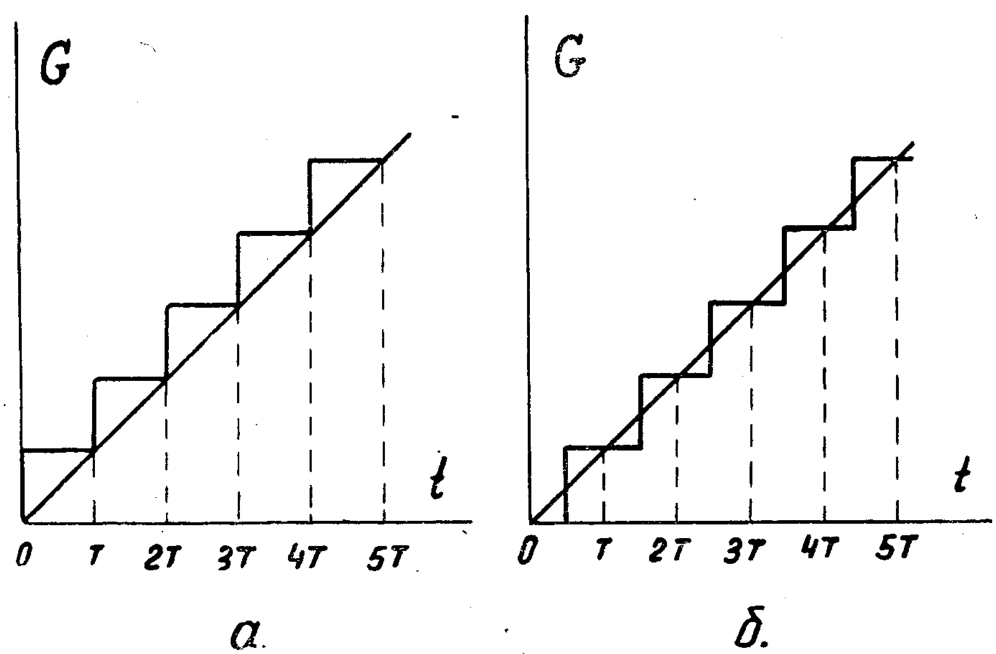

Рис. 4.

Переходный процесс в следящей системе первого порядка при линейном входном сигнале $G_{(t)} = At$ описывается уравнением:

$$X_{l(t)л} = \frac{Aк}{T_м a} \cdot \frac{1}{a}\left(at + e^{-at} - 1\right), \qquad (2)$$

где $$a = \frac{1 + \gamma к}{T_м}$$

При ступенчатом входном сигнале уравнение переходного процесса (функции-оригинала выходной величины) системы имеет вид:

$$X_{I(t)c} = \frac{АкТ}{T_м a}\left(1 - e^{-at}\right), \tag{3}$$

где АТ — амплитуда ступеньки.

Уравнения (2) и (3) находятся из габлиц соответствия [2], по соответствующим изображениям выходной величины в смысле непрерывного преобразования Лапласа.

Погрешность переходного процесса на каждом интервале определяется уравнением:

$$\delta = X_{I(t)c} - X_{I(t)л} \tag{4}$$

или после подстановки в него значений $X_{I(t)л}$ и $X_{I(t)c}$ из уравнений (2) и (3):

$$\delta = \frac{Ак}{T_м a}\left[T - \frac{1}{a} e^{-at}(Ta + 1) - t + \frac{1}{a}\right] \tag{5}$$

Оптимальным является то наибольшее значение Т, при котором заданная погрешность процесса $\gamma_з$ совпадает с максимальной погрешностью в системе ($\delta_з = \delta_м$).

Для нахождения максимальной погрешности подвергнем уравнение (5) исследованию на максимум в интервале $0 \leqslant t \leqslant T$:

$$\delta'_{(t)} = \frac{Ак}{T_м a}\left[e^{-at}(Ta + 1) - 1\right] = 0, \tag{6}$$

откуда находим время наступления максимума погрешности

$$t_м = -\frac{\ln\left(\frac{1}{Ta + 1}\right)}{a}, \tag{7}$$

Подставив значение $t_м$ в уравнение (5), получаем уравнение максимальной погрешности:

$$\delta_м = \frac{Ак}{T_м \cdot a^2}\left[Ta + \ln\left(\frac{1}{Ta + 1}\right)\right]. \tag{8}$$

Нетрудно показать, что в качестве оценки для максимальной погрешности процесса в системе можно принять величину, равную половине значения $\delta_м$, определенного из уравнения (8).

Действительно, в приведенных выше выкладках полагалось, что квантование закона управления производится с упреждением, как это показано на рис. 4, а Для такого же случая построен график переходного процесса на рис. 3.

Однако, стоит изменить способ квантования и провести его так, как это показано на рис. 4 б, и мы приходим к значительному уменьшению величины максимальной погрешности (примерно в два раза).

Последнее легко усматривается из рис. 5, на котором представлен график переходного процесса в системе первого порядка (рис. 3),

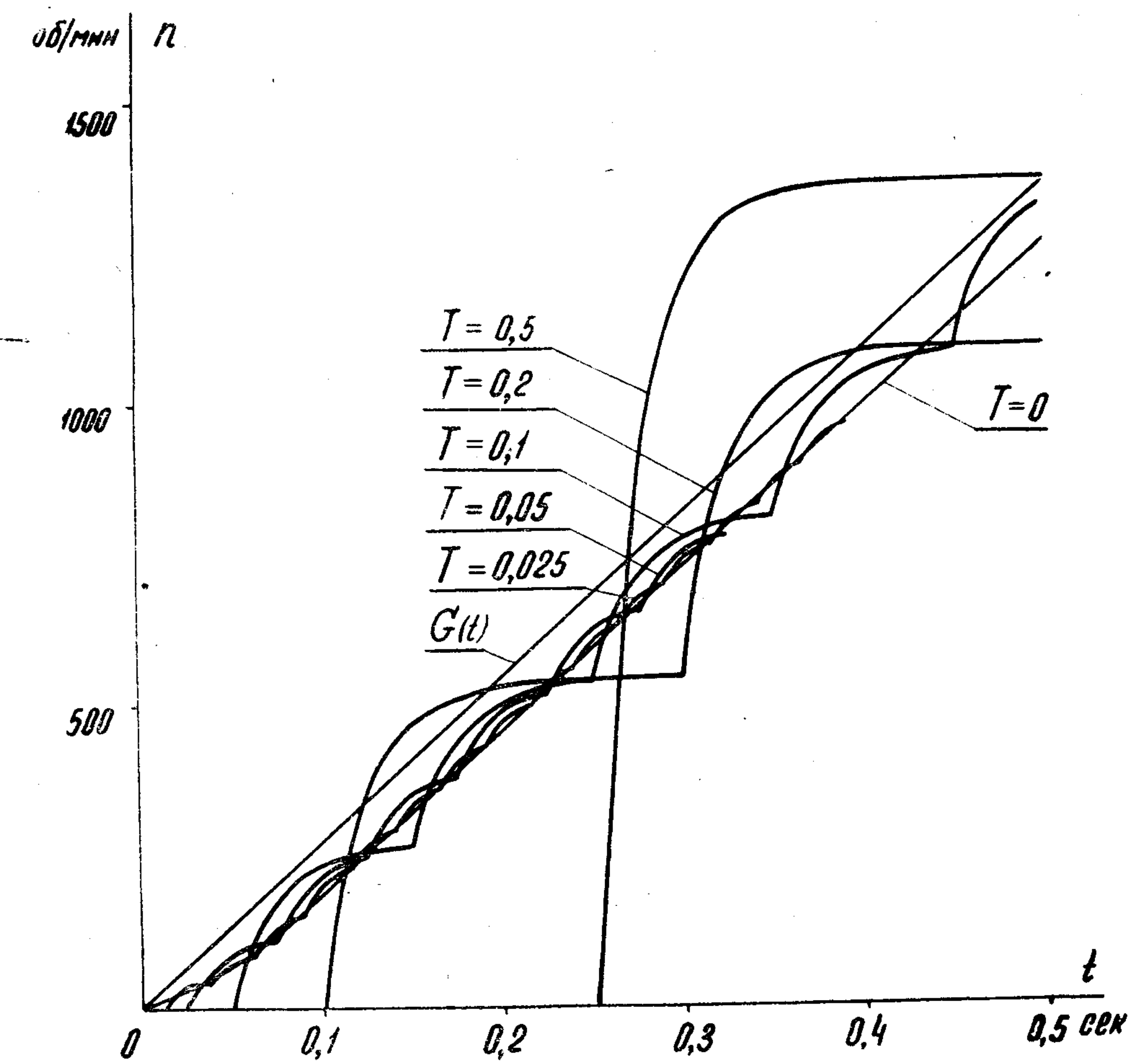

Рис. 5.

перестроенный в соответствии с измененным способом квантования входного сигнала.

Уравнение для $\delta_м$ при таком способе квантования находится аналогичным образом и имеет вид:

$$\delta_м = \frac{Aк}{T_м a^2}\left[\frac{Ta}{2} + \ln\left(\frac{1}{Ta + e^{-\frac{Ta}{2}}}\right)\right] \qquad (9)$$

где $$t_м = -\frac{\ln\left(\frac{1}{Ta + e^{-\frac{Ta}{2}}}\right)}{a}$$

Использование данного уравнения осложняется тем, что при некоторых значениях параметров величина максимальной погрешности на границе интервала дискретности может превосходить величину $\delta_м$, определенную из уравнения (9).

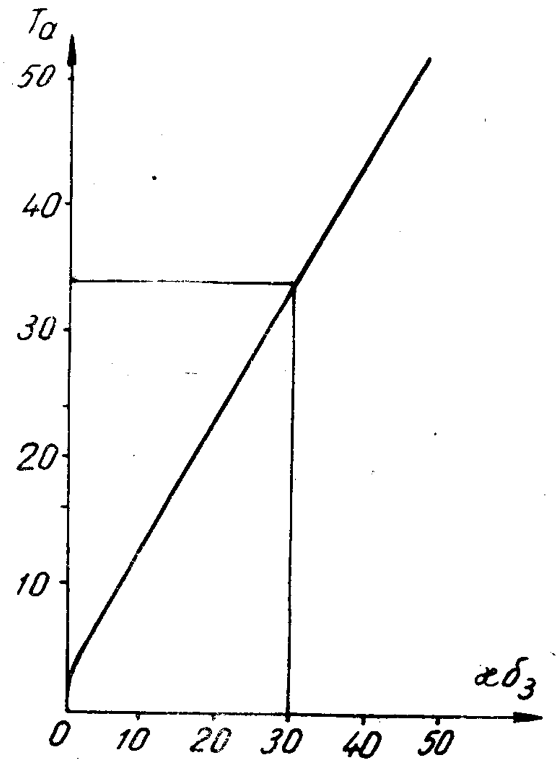

Рис. 6.

Поэтому более целесообразно пользоваться оценкой максимальной погрешности, равной половине величины $\delta_м$ из уравнения (8), которая при любых значениях параметров системы является верхним пределом возникающей погрешности.

Определение оптимального интервала квантования T входного сигнала для заданных параметров $T_м$, a, A, k, системы первого порядка и величине допустимой погрешности переходного процесса $\delta_з$ удобно проводить с помощью графика, приведенного на рис. 6.

Для расчета графической зависимости $Ta = f(\varkappa\delta_з)$ уравнение (8) представляется в виде:

$$\varkappa\delta = Ta + \ln\left(\frac{1}{Ta+1}\right), \quad (10)$$

$$\text{где} \quad \varkappa = \frac{2T_м a^2}{Aк}, \qquad \delta_з = \frac{\delta_м}{2}.$$

Определение оптимального T по графику рис. 6 производится следующим образом: по заданной величине $\delta_з$ и параметрам системы $T_м$, a, A, k определяется величина $\varkappa\delta_з$, для которой по кривой $Ta = f(\varkappa\delta_з)$ находится величина Ta; разделив найденную величину на a, получаем значение оптимального (в указанном выше смысле) интервала квантования T, обеспечивающего протекание переходного процесса в системе с погрешностью, не превосходящей $\delta_з$.

Для следящей системы второго порядка, после осуществления выкладок, аналогичных выводу уравнения (8), получаем следующее уравнение для оценки максимальной погрешности:

$$\delta_м = 2\delta_з = \frac{A\,к}{T_э T_м \alpha^2 \beta}\left\{T\alpha + \ln\left[\frac{\beta-\alpha}{\beta(T\alpha+1)}\right] + \frac{\beta+\alpha}{\beta} - 1\right\}, \quad (11)$$

$$\text{где} \quad \alpha = \frac{1}{2T_э} - \sqrt{\left(\frac{1}{2T_э}\right)^2 - \left(\frac{1+\gamma к}{T_м T_э}\right)^2},$$

$$\beta = \frac{1}{2T_э} + \sqrt{\left(\frac{1}{2T_э}\right)^2 - \left(\frac{1+\gamma к}{T_м T_э}\right)^2}.$$

Анализ уравнений (8) и (11) показывает, что максимальная погрешность пропорциональна скорости нарастания входного воздействия A, поэтому выбор интервала квантования при произвольном входном воздействии необходимо производить по участку с наибольшей крутизной.

Получение аналогичным способом соотношений для определения интервала квантования закона управления в системах более высокого порядка не представляется возможным из-за отсутствия аналитических соотношений для функции-оригинала выходной величины. Последнее связано с невозможностью разложения в общем виде на множители полинома знаменателя передаточной функции замкнутой следящей системы с порядком выше второго.

Выводы:

1. Полученные соотношения позволяют произвести оценку погрешности переходного процесса из-за дискретности входного сигнала в замкнутых непрерывных следящих системах первого и второго порядка и осуществить выбор оптимального интервала квантования закона управления при заданной величине допустимой погрешности.

2. Соотношения (8) и (11) могут быть использованы для определения интервала квантования входного сигнала локальных систем регулирования сложного кибернетического управляющего комплекса, законы управления в которых реализуются с помощью управляющей ЭЦВМ, что эквивалентно определению рационального темпа выдачи данных машиной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников В. А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи. Материалы радиосекции к первому всесоюзному съезду по реконструкции связи. Всесоюзный Энергетический комитет, 1933.

2. Кузин Л. Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. М., 1962.