ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 153 1965

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА РЕДУКТОРА ДЛЯ МЕХАНИЗМОВ С ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫМ ГРАФИКОМ СКОРОСТИ

И. П. ТРОФИМУК

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

Известно, что время отработки заданного пути перемещения зависит от соотношения запасов кинетической энергии двигателя и рабочей машины, которое определяется передаточным числом редуктора. Поэтому при проектировании приводов, оптимальных по быстродействию, внимание исследователей привлекает вопрос определения передаточного числа, обеспечивающего, при прочих равных условиях, максимальное быстродействие для заданных двигателя и механизма.

Выбор передаточного числа при треугольном графике скорости известен. Вопрос о выборе передаточного числа в случае, когда двигатель достигает установившейся скорости, является более трудным. Этот вопрос освещен в литературе, однако предложенные методы являются довольно трудоемкими и малопригодны для инженерных расчетов.

Ниже приводится новый, весьма простой приближенный метод определения оптимального передаточного числа редуктора для этого случая движения.

Принятые обозначения:

M_λ — пусковой или тормозной момент двигателя;

$M_н$ — номинальный момент двигателя;

$M_р$ — момент сопротивления на валу рабочей машины;

M_c — момент сопротивления, приведенный к валу двигателя;

J_o — момент инерции двигателя и муфты;

J_p — момент инерции рабочей машины относительно своего вала;

ω_o — номинальная скорость двигателя (угловая);

ω_p — номинальная скорость рабочей машины (угловая);

i — передаточное число редуктора;

t_j — время переходных пуско-тормозных процессов;

t_o — время работы с номинальной скоростью;

α — путь (угол поворота) вала рабочей машины в радианах;

α_j — путь, проходимый за время переходных процессов;

α_0 — путь, проходимый за время работы с номинальной скоростью.

Остальные обозначения вводятся в тексте.

Полагаем, что задан путь α, время отработки которого определяет быстродействие механизма.

Пусть мы выбрали оптимальное передаточное число для треугольного графика скорости. Но заданный путь α рабочей машины таков, что двигатель некоторое время t_0 работает при номинальной скорости. Подобный процесс показан на кривой 1 (рис. 1). Технические и конструктивные данные многих механизмов таковы, что позволяют повысить максимальную скорость в больших или меньших пределах, причем граница этого повышения точно не установлена. Если несколько уменьшить передаточное число, то за счет повышения средней скорости весь процесс окончится быстрее, см. кривую 2 (рис. 1). Однако при дальнейшем уменьшении передаточного числа медленное протекание переходных процессов приводит к тому, что время отработки заданного пути значительно увеличивается, несмотря на более высокую установившуюся скорость.

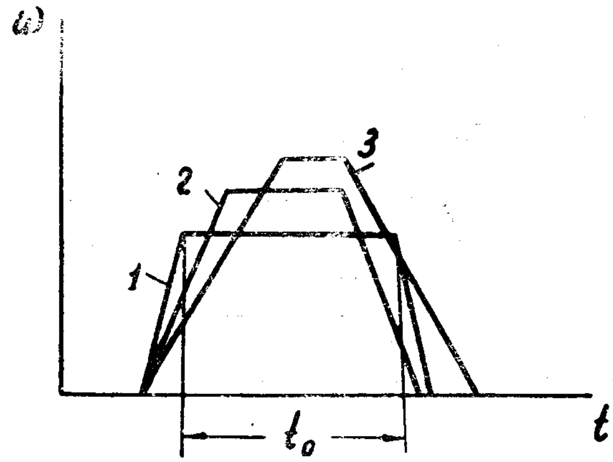

Рис. 1

Определим время отработки заданного пути:

$$t_{\Sigma} = t_j + t_0 , \tag{1}$$

где $t_0 = \dfrac{\alpha_0}{\omega_p}$.

Так как $\alpha_0 = \alpha - \alpha_j$ и $\alpha_j = \dfrac{\omega_p t_j}{2}$; то:

$$t_{\Sigma} = \frac{\alpha}{\omega_p} + \frac{t_j}{2} . \tag{2}$$

Время пуско-тормозных переходных процессов определяется из основного уравнения движения привода по известной формуле:

$$t_j = \frac{2\omega_0 J_0}{M_\lambda} \cdot \frac{i^2 + I}{i^2 - m^2}, \quad \text{где} \quad I = \frac{J_p}{J_0}, \quad m = \frac{M_p}{M_\lambda}; \tag{3}$$

Тогда:

$$t_{\Sigma} = \frac{\alpha \cdot i}{\omega_0} + \frac{\omega_0 J_0}{M_\lambda} \cdot \frac{i^2 + I}{i^2 - m^2} . \tag{4}$$

Для определения оптимального передаточного числа продифференцируем (4) по i и приравняем производную нулю, тогда получим:

$$\frac{dt_{\Sigma}}{di} = \frac{\omega_0 J_0}{M_\lambda} \cdot \frac{2i(i^2 - m^2) - (i^2 + I)\,2i}{(i^2 - m^2)^2} + \frac{\alpha}{\omega_0} = 0 \tag{5}$$

Преобразуем (5) к виду:

$$A \cdot \frac{i}{(i^2 - m^2)^2} = 1\,, \tag{6}$$

где

$$A = \frac{2\omega_o^2\ J_o\ (m^2 + I)}{\alpha M_\lambda}\,. \tag{7}$$

Вынесем в знаменателе i^4 и введем величину $\mu = \frac{m}{i}$, тогда:

$$\frac{A}{i^3(I - \mu^2)^2} = 1 \quad (8); \qquad \text{где } \mu = \frac{m}{i}\,. \quad (8а)$$

Уравнение (8) позволяет легко найти приближенное графическое решение. Запишем (8) в виде:

$$i_{opt} = K\sqrt[3]{A} \quad (9); \qquad \text{где } K = \sqrt[3]{\frac{1}{(I - \mu^2)^2}} \quad (9а)$$

Величина K ограниченно зависит от передаточного числа.

Так, если принять $M_\lambda = 2M_н$ и $M_c\,(0 \div 1{,}2)\,M_н$,

то $$\mu = \frac{M_c}{M_\lambda} = 0 \div 0{,}6 \quad \text{и} \quad K = 1 \div 1{,}35\,.$$

Введя обозначение $i_o = \sqrt[3]{A}$, получим $i_{opt} = Ki_o = (1 \div 1{,}35)\,i_o$;

Для решения (8) перепишем (8, а) и (9, а) в виде:

$$\mu = f(\mu_o, K) \quad (10); \qquad \text{где } \mu_o = \frac{m}{i_o} \quad (10а)$$

$$K = \varphi(\mu) \tag{11}$$

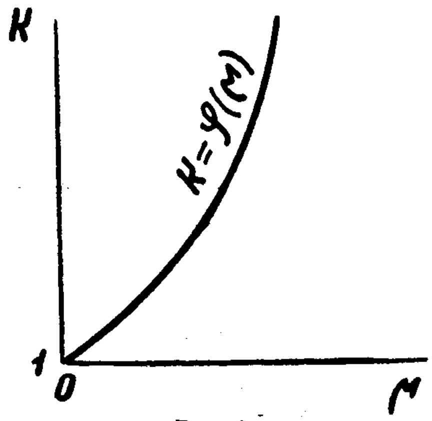

Рис. 2

Функция $K=\varphi(\mu)$ зависит только от текущего значения μ и представляется единственной кривой вида рис. 2. Функция $f(\mu_o, K)$ представляет семейство ветвей гипербол, специфичных для каждого отдельного случая. Каждая из этих ветвей целиком определяется величиной μ_o:

$$\mu_o = \frac{m}{i_o} = \frac{m}{\sqrt[3]{A}} \quad (10а)$$

Вид функции $f(\mu_o, K)$ показан на рис. 3.

Из выражений (9) и (10) видно, что величина i_{opt} может быть найдена при совместном решении (10) и (11), то есть по координатам μ_1 и K_1 точки пересечения кривых $\varphi(\mu)$ и $f(\mu_o; K)$, как показано на рис. 4. В самом деле, найдя K_1, получим $i_{opt} = K_1 i_o$ с точностью, определяемой толщиной линии и масштабом графика. Дело упрощается тем, что достаточно иметь раз построенное семейство кривых $f(\mu_o K)$. Такое семейство приведено на рис. 5 для интервалов $\Delta K = 0{,}02$, то есть

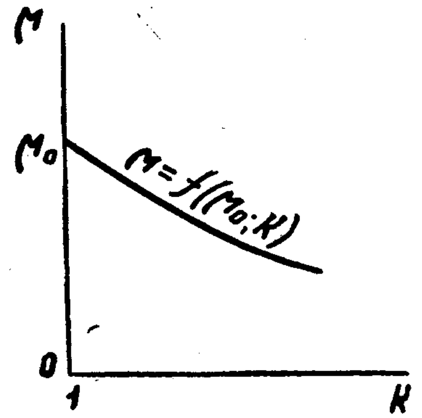

Рис. 3

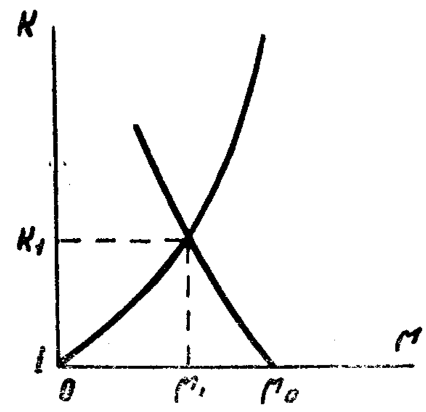

Рис. 4

по рис. 5 можно определять i_{opt} с точностью до $\frac{\Delta K}{2}=1\%$. Большая точность в данном случае не нужна, так как вблизи $i=i_{opt}$ кривая $t_2(i)$ весьма полога.

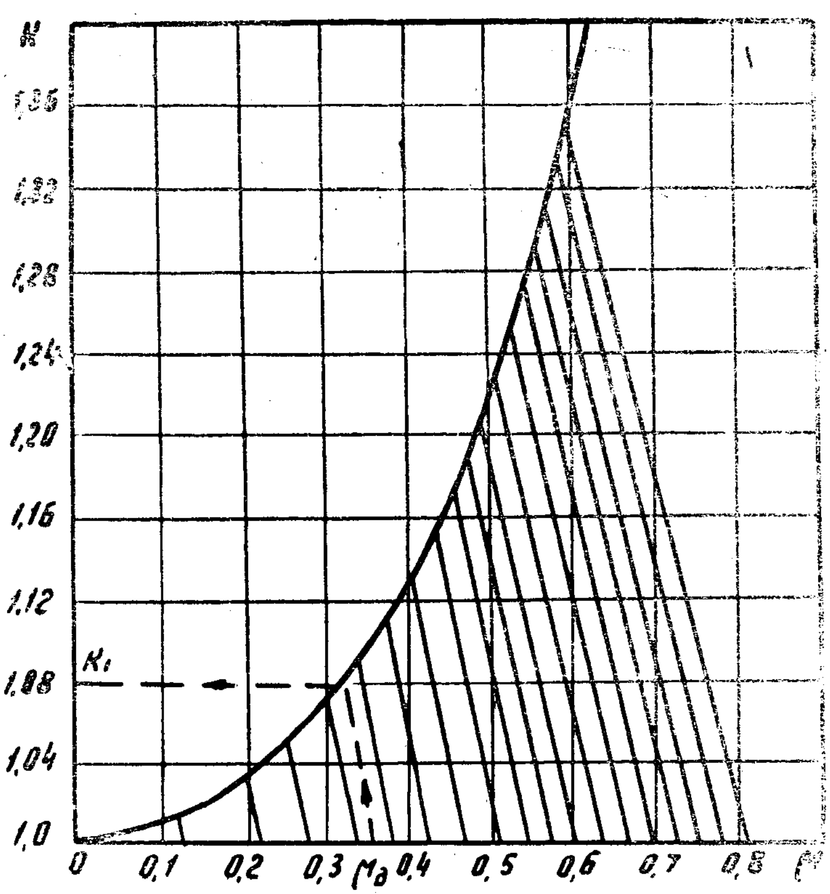

Рис. 5

Представим величину A в виде, удобном для инженерного расчета, для этого перейдем от ω_0 к $n_н$ — номинальной скорости двигателя в об/мин, от α к S — числу оборотов вала рабочей машины, от J_o к GD^2_o — маховому моменту инерции в кгм², тогда:

$$A = \frac{n^2_н \cdot GD^2_o}{11320 M_\lambda \cdot S} \cdot (m^2 + 1) \qquad (12)$$

Таким образом, процесс определения оптимального передаточного числа редуктора при данных α, M_p и J_p сводится к следующим простым операциям:

1. Выбирается известными способами ряд двигателей.
2. Для каждого двигателя определяется величина A по (12).
3. Определяются величины $i_o = \sqrt[3]{A}$
4. Определяются величины $\mu_o = \dfrac{M_p}{M_\lambda \cdot i_o}$
5. По оси абсцисс рис. 5 откладывается величина μ_o и проводится кривая, параллельная кривым семейства $f(\mu, K)$, до пересечения с кривой $\varphi(K)$, как показано на рис. 4.

   Определяются координаты пересечения кривых.
6. Определяются оптимальные передаточные числа $i_{opt} = K_1 i_o$ для каждого двигателя.
7. По (4) определяется время отработки. Можно воспользоваться и более удобной для инженерного расчета формулой:

$$t_\Sigma = \frac{60 \cdot S}{n_н} + \frac{n_н GD^2_o}{375 M_\lambda} \cdot \frac{i^2 + 1}{i^2 - m^2}. \qquad (13)$$

8. Сравниваются времена и выбирается двигатель, обеспечивающий наибольшее быстродействие.

Простота и удобство применения описанного метода позволяют нам рекомендовать его для инженерных расчетов оптимального передаточного числа.