ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 105 1960 г.

К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТЕОРНОМ СЛЕДЕ ОТ СКОРОСТИ И МАССЫ МЕТЕОРНОГО ТЕЛА

Е. И. ФИАЛКО

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Предварительные замечания. Постановка задачи

Знание зависимости линейной плотности электронов в метеорном следе необходимо при рассмотрении ряда задач. Как известно [1].

$$\alpha = \frac{9}{4}\alpha_{max}\cdot\frac{p}{p_m}\left(1-\frac{1}{3}\cdot\frac{p}{p_m}\right)^2, \tag{1}$$

где α и p — соответственно линейная плотность электронов в метеорном следе и атмосферное давление в рассматриваемой точке; p_m— —давление, соответствующее точке с максимальной линейной плотностью электронов α_{max}, равной

$$\alpha_{max} = \frac{4}{9}\beta\frac{m\cos\chi}{\mu H}, \tag{2}$$

где β — вероятность того, что в результате испарения одного атома метеорного тела выделится один свободный электрон; H — высота однородной атмосферы в рассматриваемой точке; m—начальная масса метеорного тела; χ—зенитное расстояние метеорного радианта; μ—масса атома метеорного тела. Как следует из (1)и (2), явная зависимость α от скорости метеора v отсутствует. Однако α зависит от v, так как от v зависят α_{max} и p_m:

$$p_m = \frac{2lg}{\Lambda A}\cdot\frac{m^{1/3}\cos\chi}{v^2}, \tag{3}$$

где l, Λ, A — константы, характеризующие физические и геометрические свойства метеорного тела [1]; g—ускорение силы тяжести.

Кайзер полагает, что α_{max} может зависеть от скорости в связи с зависимостью вероятности ионизации β от скорости [1]; вместе с тем не учитывается зависимость H от v. Пренебрежение зависимостью H от v при раскрытии зависимости α от v не обосновано в связи с тем, что Кайзер [1] и Эванс [2] приходят к выводу о слабом влиянии скорости метеора v на β.

Большая часть обнаруженных метеоров относится к слабым метеорам, дающим отраженные сигналы с мощностью, близкой к мощности порогового сигнала. Поэтому, естественно, у значительной (если не у большей) части обнаруженных метеоров участок, нормально отражающий радиоволны, будет расположен в области характеристической высоты h_m (т. е. высоты, на которой происходит наиболее интенсивное испарение метеорного тела и $\alpha = \alpha_{max}$).

Следовательно, особый интерес представляет выяснение зависимости $\alpha(v)$ в области $\alpha \approx \alpha_{max}$.

Крупные метеоры могут обнаруживаться в случае, когда высота нормальноотражающего участка значительно превышает характеристическую высоту. Естественно, что в этой области зависимость $\alpha(v)$ должна быть иной, чем в области $\alpha \approx \alpha_{max}$.

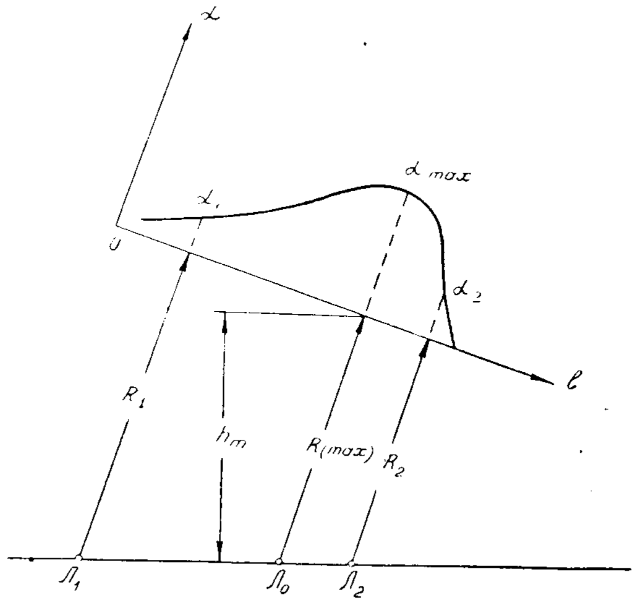

Рис. 1. Изменение линейной плотности электронов вдоль следа (иллюстрация). l — отсчитывается вдоль оси следа. $Л_0$, $Л_1$, $Л_2$ — точки возможного расположения радиолокатора. R — наклонная дальность. h высота. α — линейная плотность электронов в метеорном следе.

Возможно также обнаружение метеора в случае $h < h_m$ (рис. 1). Таким образом необходимо выяснить зависимость α от v при нахождении нормальноотражающего участка в различных частях метеорного следа, и, прежде всего, в области $h \approx h_m$.

Рассмотрим вначале зависимость α_{max} от v.

Зависимость максимальной линейной плотности электронов от скорости метеора $\alpha_{max}(v)$

Представим (2) в виде $\alpha_{max} = B \cdot \dfrac{\beta}{H}$, (4) где $B=\frac{4}{9}\cdot\frac{m}{\mu}\cos\chi$—коэффициент, не зависящий от скорости v.

Используем применяемую обычно аппроксимацию

$$\beta=a\cdot v^x. \tag{5}$$

По аналогии с (5) представим H в виде

$$H=b\cdot v^y, \tag{6}$$

где x, y, a, b—коэффициенты, не зависящие от v.

Подставив (5) и (6) в (4), получим

$$\alpha_{max}=B_1\cdot v^n, \tag{7}$$

где $n=x-y$, $B_1=B\frac{a}{b}$.

Как известно, зависимость вероятности ионизации от скорости $\beta(v)$ в настоящее время не может считаться установленной. Величины коэффициента x, приводимые в некоторых работах [2, 3], различны и лежат в пределах $0\div 5{,}6$.

Таким образом, величина x еще подлежит уточнению.

Для выяснения величины показателя y воспользуемся зависимостями характеристической высоты от скорости $h_m(v)$ и $H(h_m)$, представленными в виде графиков [1, 2]. Из $h_m(v)$ и $H(h_m)$ находим зависимость высоты однородной атмосферы от скорости метеора $H(v)$, которая в диапазоне $v=20$—60 *км/сек* аппроксимируется параболой (6) с коэффициентами $y\approx 0{,}5$ и $b\approx 1$. Таким образом,

$$\alpha_{max}\sim v^n, \tag{8}$$

$$n\approx x-0{,}5 \text{ (и при } x\approx 2\ n\approx 1{,}5).$$

Зависимость $\alpha(v)$ в области $p\ll p_m$

В случае, когда участок метеорного следа, нормально отражающий радиоволны, расположен на высоте $h>h_m$, причем давление на высоте h значительно меньше, чем давление на характеристической высоте $(p\ll p_m)$, формула (1) упрощается и принимает вид

$$\alpha\approx\frac{9}{4}\cdot\alpha_{max}\cdot\frac{p}{p_m}. \tag{9}$$

Подставив в (9) выражения для α_{max} и p_m (3) и (7) с учетом выражений (5) и (6), получим

$$\alpha\approx D\cdot v^{n+2}, \tag{10}$$

где $D=\frac{a}{b}\cdot\frac{\Lambda\cdot A}{2l\mu g}\cdot m^{2/3}\cdot p$.

Если мы сравним два метеора с разными скоростями, но одинаковыми траекториями (точнее, с одинаковым положением оси следа относительно станции) при неизменном положении локатора, то $p=\mathrm{const}$ (рис. 2). Таким образом, в области $p \ll p_m$

$$\alpha \sim v^{x-y+2}. \tag{11}$$

Из сопоставления выражений (8) и (11) следует, что в области $h > h_m$ (при $p \ll p_m$) влияние скорости метеора на величину линейной плотности электронов значительно резче, чем в области $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$). Это ясно и из простых физических соображений. В области $h \approx h_m$ увеличение скорости приводит к увеличению α главным образом за счет увеличения $\alpha_{\max}$. В области $p \ll p_m$ увеличение α при увеличении v происходит не только вследствие увеличения $\alpha_{\max}$, но и вследствие сдвига кривой $\dfrac{\alpha}{\alpha_{\max}}$ в сторону больших высот (рис. 2).

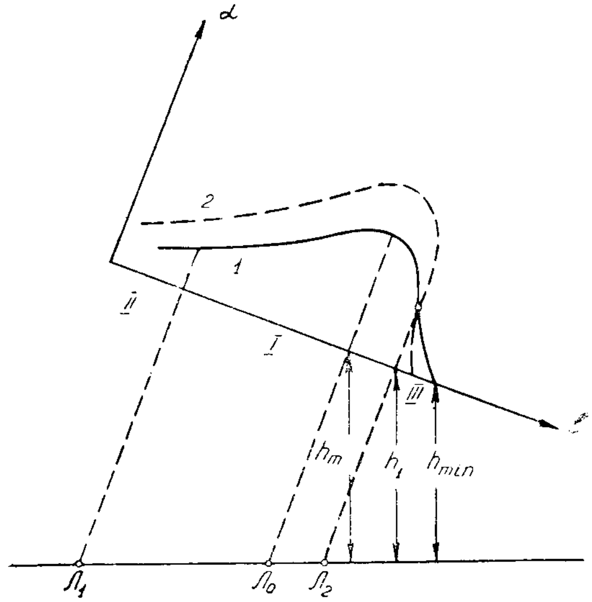

Рис. 2. Влияние скорости метеорного тела на изменение линейной плотности электронов вдоль следа (иллюстрация). 1 — $\alpha(l)$ при $v=v_1$; 2 — $\alpha(l)$ при $v = v_2$ $(v_2 > v_1)$; I — область $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$ и $\alpha \approx \alpha_{max}$); II — область $h > h_m (p \ll p_m)$; III — область $h < h_m$.

Из простых соображений ясно также, что на некоторой высоте h_1 изменение α практически отсутствует (при изменении v в небольших пределах); на высотах $h < h_1$ увеличение скорости приводит к уменьшению линейной электронной плотности.

Найдем область высот, в которой увеличение v приводит к уменьшению α (и наоборот), а также рассмотрим более подробно характер изменения $\alpha(v)$ на различных высотах.

Изменение $\alpha(v)$ на различных высотах

Для выяснения зависимости α (v) на различных высотах найдем связь между приращением линейной плотности электронов $\Delta\alpha$ и приращением скорости Δv. Заметим, что мы сравниваем два метеора с различными, но постоянными скоростями, и не рассматриваем случай одного метеора с переменной скоростью.

В общем случае, как видно из (1),

$$\alpha = \alpha\left(\alpha_{\max}; \frac{p}{p_m}\right), \tag{12}$$

причем $\alpha_{\max} = \alpha_{\max}(v)$ и $\dfrac{p}{p_m} = \dfrac{p}{p_m}(v)$.

Производная α по v равна

$$\frac{d\alpha}{dv} = \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{\max}} \cdot \frac{d\alpha_{\max}}{dv} + \frac{\partial \alpha}{\partial\left(\frac{p}{p_m}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dv}. \tag{13}$$

Используя (1), (7), (3) и производя простые преобразования, найдем:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{\max}} = \frac{\alpha}{\alpha_{\max}}; \tag{14}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial\left(\frac{p}{p_m}\right)} = \alpha \cdot \frac{p_m}{p} \cdot \frac{1-\frac{p}{p_m}}{1-\frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}}; \tag{15}$$

$$\frac{d\alpha_{\max}}{dv} = n \frac{\alpha_{\max}}{v}; \tag{16}$$

$$\frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dv} = 2 \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{p}{p_m}. \tag{17}$$

Подставляя (14)—(17) в (13), после соответствующих преобразований получим

$$\frac{d\alpha}{dv} = n \frac{\alpha}{v}\left(1+\frac{2}{n} \frac{1-\frac{p}{p_m}}{1-\frac{1}{3}\frac{p}{p_m}}\right). \tag{18}$$

Переходя от дифференциалов к приращениям, найдем связь между относительными изменениями скорости и линейной плотности электронов

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\Delta v}{v}\left(n+2\frac{1-\frac{p}{p_m}}{1-\frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}}\right). \tag{19}$$

Таким образом, $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ является функцией Δv, v, n и h. Заметим, что p_m зависит от h_m, а h_m от v; p—зависит от высоты h, на которой расположен рассматриваемый участок следа.

Совершенно очевидно, что $\left|\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right| \sim \left|\frac{\Delta v}{v}\right|$. При данных Δv и v величина $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ существенно зависит от значения $n = x - y$.

Рассмотрим зависимость $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ от h.

При $h > h_m$ и $p \ll p_m$

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \approx \frac{\Delta v}{v}(n+2). \tag{20}$$

В области $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$)

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \approx \frac{\Delta v}{v} \cdot n. \tag{21}$$

Как видно из (20) и (21), при $h \gg h_m$ знак $\Delta\alpha$ совпадает со знаком Δv.

Как следует из (18) и (19), знак $\Delta\alpha$ совпадает со знаком Δv при

$$n + 2\frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3}\cdot\frac{p}{p_m}} > 0,$$

т. е. при

$$\frac{p}{p_m} < \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}}. \tag{22}$$

При

$$\frac{p}{p_m} = \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}}, \qquad \frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 0. \tag{23}$$

Условие (23) выполняется на некоторой высоте h_1, зависящей от v и n (так как p_m зависит от v).

При $\frac{p}{p_m} > \frac{1+n/2}{1+n/6}$ знак $\Delta\alpha$ противоположен знаку Δv. Как следует из (1), $p_{\max} = 3p_m$, т. е. минимальная высота $h_{\min}$, до которой опускается метеорный след, соответствует давлению, превосходящему в 3 раза давление на характеристической высоте.

Таким образом, в области $h > h_1$ $\left|\text{т. е. } p < \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}} p_m\right|$ $\Delta\alpha \sim \Delta v$;

в области $h_{\min} < h < h_1$ $\left|\text{т. е. } p > \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}}\right.$; $\Delta\alpha \sim \Delta v$ $\left. p_m \right|$; при $h \approx h_1$

$$\left(\text{т. е. } p = \frac{1+\frac{n}{2}}{1+\frac{n}{6}} p_m\right) \Delta\alpha \approx 0 \text{ при любом знаке } \Delta v \text{ (рис. 3).}$$

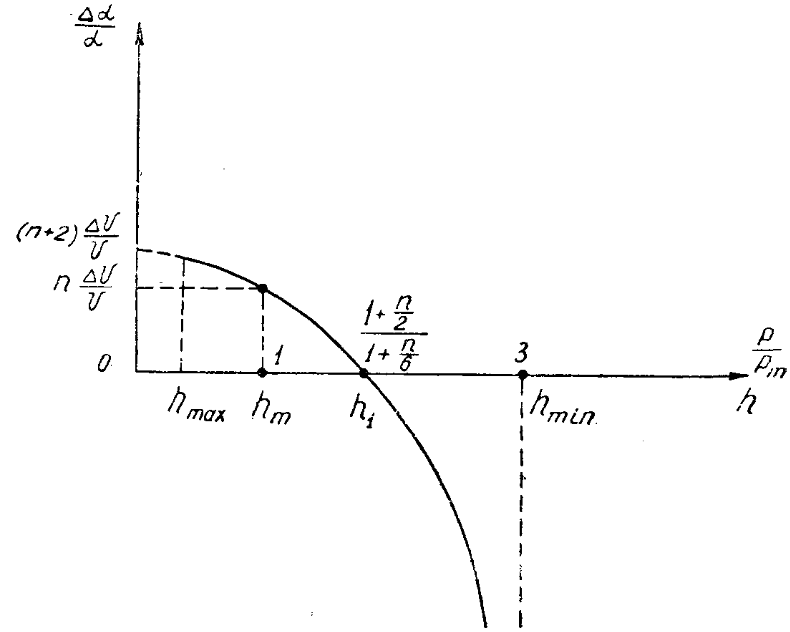

Рис. 3. Относительное изменение линейной плотности электронов на различных высотах при данных значениях $\frac{\Delta v}{v}$ и n (иллюстрация). h_{max} и h_{min} — высоты, на которых соответственно начинается и завершается образование метеорного следа.

К зависимости линейной плотности электронов в ионизированном следе от массы метеорного тела

При решении ряда вопросов метеорной радиолокации приходится рассматривать нормальное отражение радиоволн от метеорных следов, образованных метеорными телами, „пронзающими" малую площадку, лежащую в плоскости эхо (т. е. нормально ориентированную относительно направления на радиант, рис. 4).

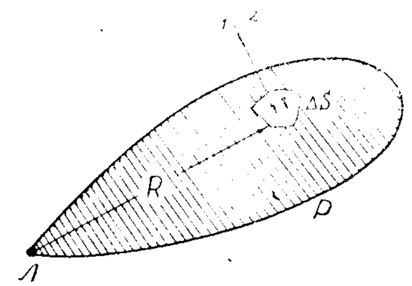

Рис. 4. К зависимости $\alpha(v, m)$. $Л$ — точка расположения радиолокатора; P — сечение диаграммы излучения плоскостью эхо, т. е. плоскостью, проходящей через точку $Л$, перпендикулярной направлению на радиант; Δs — элементарная площадка на плоскости эхо, удаленная от локатора на расстояние R, через которую проходят метеорные тела (1 и 2).

При этом возникает вопрос—как изменится линейная плотность электронов α в нормально отражающем участке ионизированного следа, если при той же скорости метеорного тела v и той же высоте отражающего участка h (над уровнем земли) появится метеорное тело с другой массой.

Нормально отражающий участок может быть расположен на различных высотах h в зависимости от ориентации метеорного следа относительно локатора.

Может оказаться, что h превышает характеристическую высоту h_m; могут также иметь место случаи $h \approx h_m$ и $h < h_m$ (см. рис. 7).

Будет ли во всех этих случаях переход от метеорного тела с массой m_1 к телу с массой m_2 ($m_2 > m_1$) приводить к увеличению α (в точке нормального отражения).

Этот вопрос возникает потому, что большей массе метеорного тела соответствует более интенсивное испарение на характеристической высоте, однако характеристическая высота при этом несколько уменьшается.

Этот вопрос возникает также и потому, что переход от скорости v_1 к v_2 ($v_2 > v_1$) при той же массе метеорного тела приводит к увеличению α на $h > h_1$ и к уменьшению α на $h < h_1$ ($h_{\min} < h_1 < h_m$) (см. выше).

Для того, чтобы выяснить, как изменяется α с изменением m (т. е. при сравнении метеоров, различающихся только массами), найдем зависимость $\Delta\alpha$ от Δm. С этой целью продифференцируем α по m:

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\partial\alpha}{\partial\alpha_{\max}} \cdot \frac{d\alpha_{\max}}{dm} + \frac{\partial\alpha}{\partial\left(\frac{p}{p_m}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dm}. \tag{23}$$

Как следует из (1) и (3),

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\alpha_{\max}}{m}, \tag{24}$$

$$\frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dm} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m} \cdot \frac{1}{m}. \tag{25}$$

Подставляя (24) и (25), а также (14) и (15) в (23), получим

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\alpha}{m}\left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3}\frac{p}{p_m}}\right), \tag{26}$$

откуда

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\Delta m}{m} \cdot B, \tag{27}$$

где

$$B = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}}. \tag{28}$$

Как следует из (27), относительное изменение электронной плотности $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$ пропорционально относительному изменению массы. Коэффициент B всегда положителен. Действительно, как видно из (28), при

$$p \ll p_m B \approx \frac{2}{3}, \text{ при } p \approx p_m \; B \approx 1, \text{ при } p \approx p_{max} \approx 3p_m \text{ (см. 28) } B \to \infty.$$

Зависимость $B = \frac{\Delta \alpha/\alpha}{\Delta m/m}$ в функции $\frac{p}{m}$ и h проиллюстрирована на рис. 5.

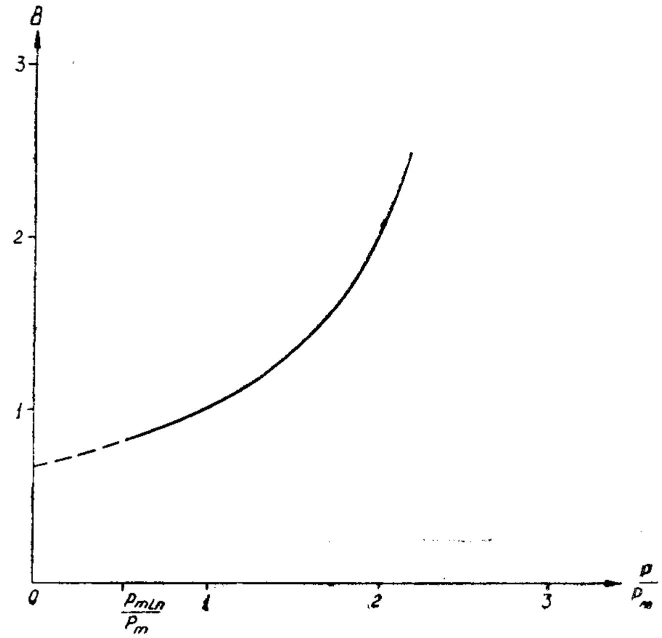

Рис. 5. К зависимости $\alpha(m)$.

$$B = \frac{\frac{\Delta\alpha}{\alpha}}{\frac{\Delta m}{m}}$$

p — давление на высоте h; p_m — давление на характеристической высоте h_m; h_{max} и h_{min} — высоты, на которых соответственно начинается и заканчивается интенсивное испарение метеорного тела.

Таким образом, на любых высотах h в пределах высот появления и прекращения интенсивного испарения метеорного тела бо́льшим массам метеорных тел соответствуют бо́льшие электронные плотности.

Выводы

1. Если участок, нормально отражающий радиоволны, расположен в области наиболее интенсивной ионизации, т. е. при $h \approx h_m$ ($\alpha \approx \alpha_{max}$), то $\alpha \sim v^n$.

В случае удаленных метеоров, т. е. при $h > h_m$ и $p \ll p_m$,

$$\alpha \sim v^{n+2}.$$

Для выяснения количественной зависимости линейной плотности электронов α от скорости метеора v необходимо уточнить численное значение показателя n, что связано с уточнением зависимости вероятности ионизации β от v.

2. Бо́льшим массам метеорных тел при идентичных условиях (одинаковые v, χ и т. д.) соответствуют бо́льшие линейные плотности электронов в любой точке метеорного следа.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. R. Kaiser, Phil. Mag., 1953, 2, № 8, 495,
2. S. Evans, M. N. R. A. S., 1954, 114, № 1, 63.
3. G. S. Hawkins, Astroph, iourn, 1956, 124, № 1, 311.