

**К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ПЛОТНОСТИ
ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТЕОРНОМ СЛЕДЕ ОТ СКОРОСТИ И МАССЫ
МЕТЕОРНОГО ТЕЛА**

Е. И. ФИАЛКО

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Предварительные замечания. Постановка задачи

Знание зависимости линейной плотности электронов в метеорном следе необходимо при рассмотрении ряда задач. Как известно [1],

$$\alpha = \frac{9}{4} \alpha_{\max} \cdot \frac{p}{p_m} \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m} \right)^2, \quad (1)$$

где α и p — соответственно линейная плотность электронов в метеорном следе и атмосферное давление в рассматриваемой точке; p_m — давление, соответствующее точке с максимальной линейной плотностью электронов α_{\max} , равной

$$\alpha_{\max} = \frac{4}{9} \beta \frac{m \cos \chi}{\mu H}, \quad (2)$$

где β — вероятность того, что в результате испарения одного атома метеорного тела выделится один свободный электрон; H — высота однородной атмосферы в рассматриваемой точке; m — начальная масса метеорного тела; χ — зенитное расстояние метеорного радианта; μ — масса атома метеорного тела. Как следует из (1) и (2), явная зависимость α от скорости метеора v отсутствует. Однако α зависит от v , так как от v зависят α_{\max} и p_m :

$$p_m = \frac{2lg}{\Lambda A} \cdot \frac{m^{1/3} \cos \chi}{v^2}, \quad (3)$$

где l , Λ , A — константы, характеризующие физические и геометрические свойства метеорного тела [1]; g — ускорение силы тяжести.

Кайзер полагает, что α_{\max} может зависеть от скорости в связи с зависимостью вероятности ионизации β от скорости [1]; вместе с тем

не учитывается зависимость H от v . Пренебрежение зависимостью H от v при раскрытии зависимости α от v не обосновано в связи с тем, что Кайзер [1] и Эванс [2] приходят к выводу о слабом влиянии скорости метеора v на β .

Большая часть обнаруженных метеоров относится к слабым метеорам, дающим отраженные сигналы с мощностью, близкой к мощности порогового сигнала. Поэтому, естественно, у значительной (если не у большей) части обнаруженных метеоров участок, нормально отражающий радиоволны, будет расположен в области характеристической высоты h_m (т. е. высоты, на которой происходит наиболее интенсивное испарение метеорного тела и $\alpha = \alpha_{\max}$).

Следовательно, особый интерес представляет выяснение зависимости $\alpha(v)$ в области $\alpha \approx \alpha_{\max}$.

Крупные метеоры могут обнаруживаться в случае, когда высота нормальноотражающего участка значительно превышает характеристическую высоту. Естественно, что в этой области зависимость $\alpha(v)$ должна быть иной, чем в области $\alpha \approx \alpha_{\max}$.

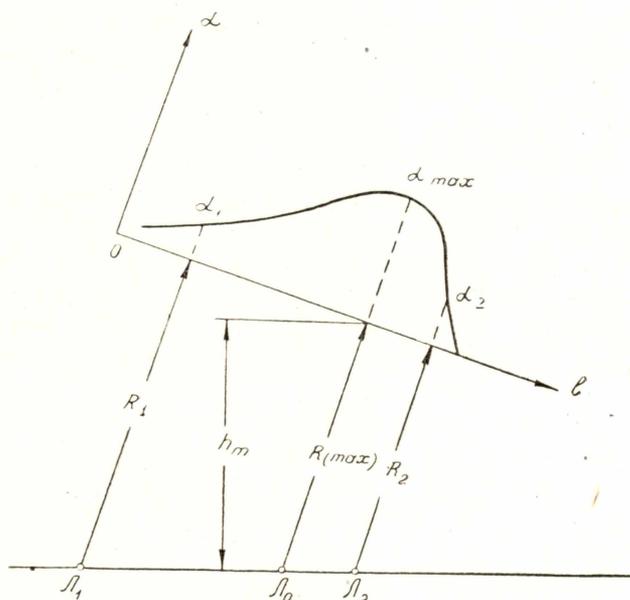


Рис. 1. Изменение линейной плотности электронов вдоль следа (иллюстрация). l — отсчитывается вдоль оси следа. L_0, L_1, L_2 — точки возможного расположения радиолокатора. R — наклонная дальность. h — высота. α — линейная плотность электронов в метеорном следе.

Возможно также обнаружение метеора в случае $h < h_m$ (рис. 1). Таким образом необходимо выяснить зависимость α от v при нахождении нормальноотражающего участка в различных частях метеорного следа, и, прежде всего, в области $h \approx h_m$.

Рассмотрим вначале зависимость α_{\max} от v .

Зависимость максимальной линейной плотности электронов от скорости метеора $\alpha_{\max}(v)$

Представим (2) в виде $\alpha_{\max} = B \cdot \frac{\beta}{H}$, (4)

где $B = \frac{4}{9} \cdot \frac{m}{\mu} \cos \chi$ — коэффициент, не зависящий от скорости v .

Используем применяемую обычно аппроксимацию

$$\beta = a \cdot v^x. \quad (5)$$

По аналогии с (5) представим H в виде

$$H = b \cdot v^y, \quad (6)$$

где x, y, a, b — коэффициенты, не зависящие от v .

Подставив (5) и (6) в (4), получим

$$\alpha_{\max} = B_1 \cdot v^n, \quad (7)$$

где $n = x - y$, $B_1 = B \frac{a}{b}$.

Как известно, зависимость вероятности ионизации от скорости $\beta(v)$ в настоящее время не может считаться установленной. Величины коэффициента x , приводимые в некоторых работах [2, 3], различны и лежат в пределах $0 \div 5,6$.

Таким образом, величина x еще подлежит уточнению.

Для выяснения величины показателя y воспользуемся зависимостями характеристической высоты от скорости $h_m(v)$ и $H(h_m)$, представленными в виде графиков [1, 2]. Из $h_m(v)$ и $H(h_m)$ находим зависимость высоты однородной атмосферы от скорости метеора $H(v)$, которая в диапазоне $v = 20 - 60$ км/сек аппроксимируется параболой (6) с коэффициентами $y \approx 0,5$ и $b \approx 1$. Таким образом,

$$\alpha_{\max} \sim v^n, \quad (8)$$

$$n \approx x - 0,5 \text{ (и при } x \approx 2 \text{ } n \approx 1,5).$$

Зависимость $\alpha(v)$ в области $p \ll p_m$

В случае, когда участок метеорного следа, нормально отражающий радиоволны, расположен на высоте $h > h_m$, причем давление на высоте h значительно меньше, чем давление на характеристической высоте ($p \ll p_m$), формула (1) упрощается и принимает вид

$$\alpha \approx \frac{9}{4} \cdot \alpha_{\max} \cdot \frac{p}{p_m}. \quad (9)$$

Подставив в (9) выражения для α_{\max} и p_m (3) и (7) с учетом выражений (5) и (6), получим

$$\alpha \approx D \cdot v^{n+2}, \quad (10)$$

где $D = \frac{a}{b} \cdot \frac{\Lambda \cdot A}{2 l \mu g} \cdot m^{2/3} \cdot p$.

Если мы сравним два метеора с разными скоростями, но одинаковыми траекториями (точнее, с одинаковым положением оси следа относительно станции) при неизменном положении локатора, то $p = \text{const}$ (рис. 2). Таким образом, в области $p \ll p_m$

$$\alpha \sim v^{x-y+2}. \quad (11)$$

Из сопоставления выражений (8) и (11) следует, что в области $h > h_m$ (при $p \ll p_m$) влияние скорости метеора на величину линейной плотности электронов значительно меньше, чем в области $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$). Это ясно и из простых физических соображений. В области $h \approx h_m$ увеличение скорости приводит к увеличению α главным образом за счет увеличения α_{max} . В области $p \ll p_m$ увеличение α при увеличении v происходит не только вследствие увеличения α_{max} , но и

вследствие сдвига кривой $\frac{\alpha}{\alpha_{\text{max}}}$ в сторону больших высот (рис. 2).

Из простых соображений ясно также, что на некоторой высоте h_1 изменение α практически отсутствует (при изменении v в небольших пределах); на высотах $h < h_1$ увеличение скорости приводит к уменьшению линейной электронной плотности.

Найдем область высот, в которой увеличение v приводит к уменьшению α (и наоборот), а также рассмотрим более подробно характер изменения $\alpha(v)$ на различных высотах.

Изменение $\alpha(v)$ на различных высотах

Для выяснения зависимости $\alpha(v)$ на различных высотах найдем связь между приращением линейной плотности электронов $\Delta\alpha$ и приращением скорости Δv . Заметим, что мы сравниваем два метеора с различными, но постоянными скоростями, и не рассматриваем случай одного метеора с переменной скоростью.

В общем случае, как видно из (1),

$$\alpha = \alpha \left(\alpha_{\text{max}}; \frac{p}{p_m} \right), \quad (12)$$

причем $\alpha_{\text{max}} = \alpha_{\text{max}}(v)$ и $\frac{p}{p_m} = \frac{p}{p_m}(v)$.

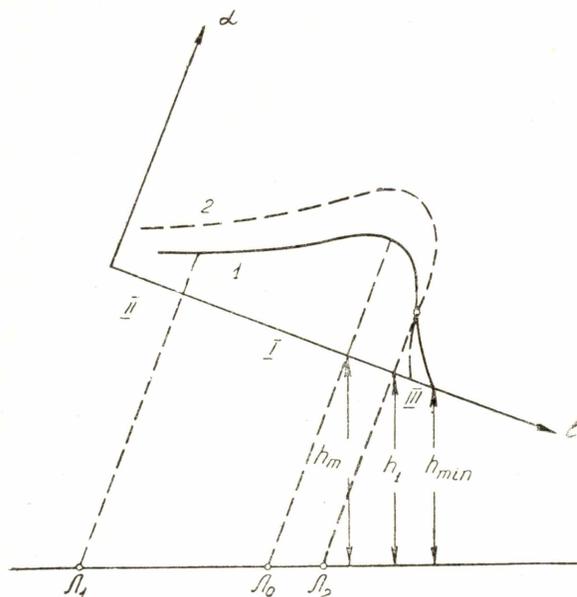


Рис. 2. Влияние скорости метеорного тела на изменение линейной плотности электронов вдоль следа (иллюстрация). 1 — $\alpha(h)$ при $v = v_1$; 2 — $\alpha(h)$ при $v = v_2$ ($v_2 > v_1$); I — область $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$ и $\alpha \approx \alpha_{\text{max}}$); II — область $h > h_m$ ($p \ll p_m$); III — область $h < h_m$.

Производная α по v равна

$$\frac{d\alpha}{dv} = \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{\max}} \cdot \frac{d\alpha_{\max}}{dv} + \frac{\partial \alpha}{\partial \left(\frac{p}{p_m}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dv}. \quad (13)$$

Используя (1), (7), (3) и производя простые преобразования, найдем:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{\max}} = \frac{\alpha}{\alpha_{\max}}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \left(\frac{p}{p_m}\right)} = \alpha \cdot \frac{p_m}{p} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}}; \quad (15)$$

$$\frac{d\alpha_{\max}}{dv} = n \cdot \frac{\alpha_{\max}}{v}; \quad (16)$$

$$\frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dv} = 2 \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{p}{p_m}. \quad (17)$$

Подставляя (14)–(17) в (13), после соответствующих преобразований получим

$$\frac{d\alpha}{dv} = n \cdot \frac{\alpha}{v} \left(1 + \frac{2}{n} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}} \right). \quad (18)$$

Переходя от дифференциалов к приращениям, найдем связь между относительными изменениями скорости и линейной плотности электронов

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\Delta v}{v} \left(n + 2 \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}} \right). \quad (19)$$

Таким образом, $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ является функцией Δv , v , n и h . Заметим, что

p_m зависит от h_m , а h_m от v ; p — зависит от высоты h , на которой расположен рассматриваемый участок следа.

Совершенно очевидно, что $\left| \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right| \sim \left| \frac{\Delta v}{v} \right|$. При данных Δv и v

величина $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ существенно зависит от значения $n = x - y$.

Рассмотрим зависимость $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ от h .

При $h > h_m$ и $p \ll p_m$

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \approx \frac{\Delta v}{v} (n+2). \quad (20)$$

В области $h \approx h_m$ ($p \approx p_m$)

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \approx \frac{\Delta v}{v} \cdot n. \quad (21)$$

Как видно из (20) и (21), при $h \gg h_m$ знак $\Delta \alpha$ совпадает со знаком Δv .
Как следует из (18) и (19), знак $\Delta \alpha$ совпадает со знаком Δv при

$$n+2 \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}} > 0,$$

т. е. при

$$\frac{p}{p_m} < \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}}. \quad (22)$$

При

$$\frac{p}{p_m} = \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}}, \quad \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = 0. \quad (23)$$

Условие (23) выполняется на некоторой высоте h_1 , зависящей от v и n (так как p_m зависит от v).

При $\frac{p}{p_m} > \frac{1+n/2}{1+n/6}$ знак $\Delta \alpha$ противоположен знаку Δv . Как следует

из (1), $p_{\max} = 3p_m$, т. е. минимальная высота h_{\min} , до которой опускается метеорный след, соответствует давлению, превосходящему в 3 раза давление на характеристической высоте.

Таким образом, в области $h > h_1$ |т. е. $p < \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}} p_m$ | $\Delta \alpha \sim \Delta v$;

в области $h_{\min} < h < h_1$ |т. е. $p > \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}} p_m$ |; $\Delta \alpha \sim \Delta v$ при $h \approx h_1$

$$\left(\text{т. е. } \rho = \frac{1 + \frac{n}{2}}{1 + \frac{n}{6}} \rho_m \right) \Delta \alpha \approx 0 \text{ при любом знаке } \Delta v \text{ (рис. 3).}$$

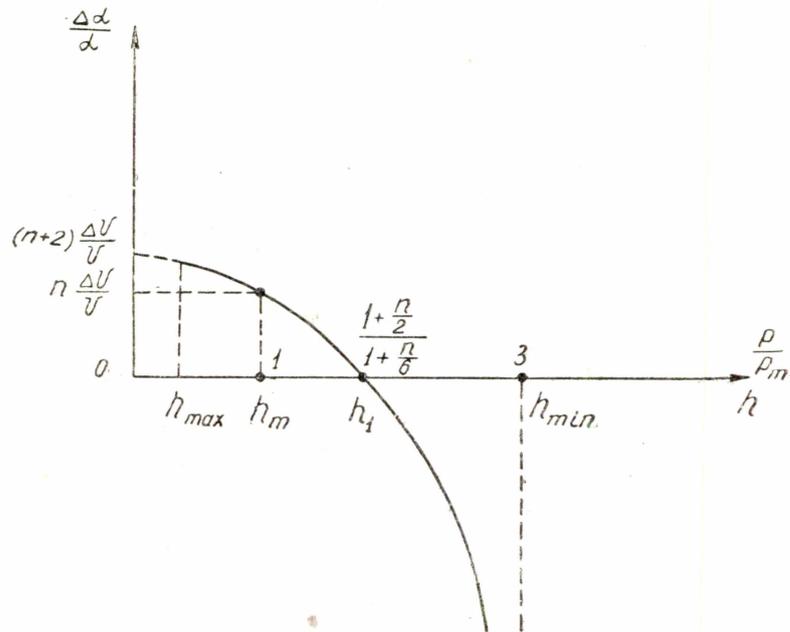


Рис. 3. Относительное изменение линейной плотности электронов на различных высотах при данных значениях $\frac{\Delta v}{v}$ и n (иллюстрация). h_{max} и h_{min} — высоты, на которых соответственно начинается и завершается образование метеорного следа.

К зависимости линейной плотности электронов в ионизированном следе от массы метеорного тела

При решении ряда вопросов метеорной радиолокации приходится рассматривать нормальное отражение радиоволн от метеорных следов, образованных метеорными телами, „пронзающими“ малую площадку, лежащую в плоскости эхо (т. е. нормально ориентированную относительно направления на радиант, рис. 4).

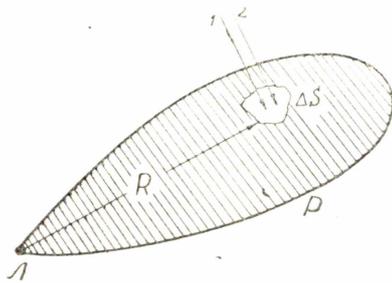


Рис. 4. К зависимости $\alpha(v, m)$. L — точка расположения радиолокатора; P — сечение диаграммы излучения плоскостью эхо, т. е. плоскостью, проходящей через точку L , перпендикулярной направлению на радиант; ΔS — элементарная площадка на плоскости эхо, удаленная от локатора на расстояние R , через которую проходят метеорные тела (1 и 2).

При этом возникает вопрос — как изменится линейная плотность электронов α в нормально отражающем участке ионизированного следа, если при той же скорости метеорного тела v и той же высоте отражающего участка h (над уровнем земли) появится метеорное тело с другой массой.

Нормально отражающий участок может быть расположен на различных высотах h в зависимости от ориентации метеорного следа относительно локатора.

Может оказаться, что h превышает характеристическую высоту h_m ; могут также иметь место случаи $h \approx h_m$ и $h < h_m$ (см. рис. 7).

Будет ли во всех этих случаях переход от метеорного тела с массой m_1 к телу с массой m_2 ($m_2 > m_1$) приводить к увеличению α (в точке нормального отражения).

Этот вопрос возникает потому, что большей массе метеорного тела соответствует более интенсивное испарение на характеристической высоте, однако характеристическая высота при этом несколько уменьшается.

Этот вопрос возникает также и потому, что переход от скорости v_1 к v_2 ($v_2 > v_1$) при той же массе метеорного тела приводит к увеличению α на $h > h_1$ и к уменьшению α на $h < h_1$ ($h_{\min} < h_1 < h_m$) (см. выше).

Для того, чтобы выяснить, как изменяется α с изменением m (т. е. при сравнении метеоров, различающихся только массами), найдем зависимость $\Delta \alpha$ от Δm . С этой целью продифференцируем α по m :

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_{\max}} \cdot \frac{d\alpha_{\max}}{dm} + \frac{\partial \alpha}{\partial \left(\frac{p}{p_m}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dm}. \quad (23)$$

Как следует из (1) и (3),

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\alpha_{\max}}{m}, \quad (24)$$

$$\frac{d\left(\frac{p}{p_m}\right)}{dm} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m} \cdot \frac{1}{m}. \quad (25)$$

Подставляя (24) и (25), а также (14) и (15) в (23), получим

$$\frac{d\alpha}{dm} = \frac{\alpha}{m} \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}} \right), \quad (26)$$

откуда
$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \frac{\Delta m}{m} \cdot B, \quad (27)$$

где
$$B = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \frac{p}{p_m}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{p}{p_m}}. \quad (28)$$

Как следует из (27), относительное изменение электронной плотности $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$ пропорционально относительному изменению массы. Коэффициент B всегда положителен. Действительно, как видно из (28), при

$p \ll p_m B \approx \frac{2}{3}$, при $p \approx p_m B \approx 1$, при $p \approx p_{\max} \approx 3 p_m$ (см. 28) $B \rightarrow \infty$.

Зависимость $B = \frac{\Delta \alpha / \alpha}{\Delta m / m}$ в функции $\frac{p}{p_m}$ и h проиллюстрирована на рис. 5.

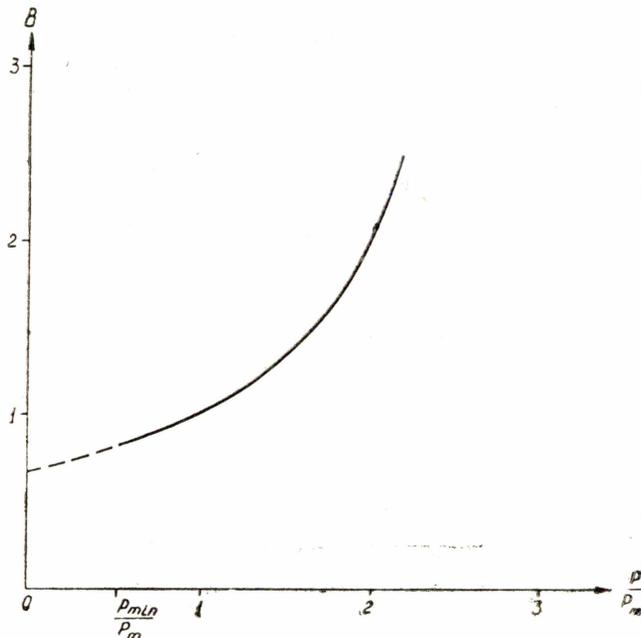


Рис. 5. К зависимости $\alpha(m)$.

$$B = \frac{\frac{\Delta \alpha}{\alpha}}{\frac{\Delta m}{m}}$$

p — давление на высоте h ; p_m — давление на характеристической высоте h_m ; h_{\max} и h_{\min} — высоты, на которых соответственно начинается и заканчивается интенсивное испарение метеорного тела.

Таким образом, на любых высотах h в пределах высот появления и прекращения интенсивного испарения метеорного тела большим массам метеорных тел соответствуют большие электронные плотности.

Выводы

1. Если участок, нормально отражающий радиоволны, расположен в области наиболее интенсивной ионизации, т. е. при $h \approx h_m$ ($\alpha \approx \alpha_{\max}$), то $\alpha \sim v^n$.

В случае удаленных метеоров, т. е. при $h > h_m$ и $p \ll p_m$,

$$\alpha \sim v^{n+2}.$$

Для выяснения количественной зависимости линейной плотности электронов α от скорости метеора v необходимо уточнить численное значение показателя n , что связано с уточнением зависимости вероятности ионизации β от v .

2. Большим массам метеорных тел при идентичных условиях (одинаковые v , χ и т. д.) соответствуют большие линейные плотности электронов в любой точке метеорного следа.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. R. Kaiser, Phil. Mag., 1953, 2, № 8, 495,
 2. S. Evans, M. N. R. A. S., 1954, 114, № 1, 63.
 3. G. S. Hawkins, Astroph. Journ., 1956, 124, № 1, 311.
-