

**ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ТАБЛИЦЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОСНОВНЫХ
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ЗЕМНОМ СФЕРОИДЕ
ПО СПОСОБУ Б. Ф. КРУТОГО**

А. Г. ЛЕСНЯК

(Представлена в мае 1966 года математической секцией научно-технической
конференции АВТФ, посвященной 70-летию ТПИ)

Использование настоящих таблиц позволяет значительно облегчить и сократить вычисления при решении по способу Б. Ф. Крутого [1] основных геодезических задач на земном сфероиде, включая прямую засечку. Аргументом для всех табличных величин является величина

$$\nu = \sin A_3,$$

где A_3 — азимут выравненной кривой Γ в точке пересечения ее с экватором; очевидно

$$0 \leq \nu \leq 1.$$

Табличный интервал изменения аргумента взят равным 0,01; таким образом, в таблицах даны значения функций для 100 значений аргумента.

В табл. 1 даны значения величины D_2 с девятью десятичными знаками, а также первые Δ_1 , и вторые Δ_2 разности. Интерполирование ведется по формуле Ньютона с разностями 2-го порядка:

$$f(T_0 + i\omega) = f(T_0) + i\Delta_1 + \frac{i(i-1)}{2}\Delta_2,$$

где $f(T_0)$ — табличное значение функции,
 $f(T_0 + i\omega)$ — искомое значение функции,
 ω — табличный интервал изменения аргумента.

Обозначим

$$\frac{i(i-1)}{2} = A,$$

тогда

$$f(T_0 + i\omega) = f(T_0) + i\Delta_1 + A\Delta_2.$$

Пример: дано $\nu = 0.343974 146$.

Найти D_2 .

Находим табличное значение D_2 для аргумента $\nu = 0.34$

$$D_2 = -0.002 228 296.$$

$$\Delta_1 = +0.000017 334, \quad i = 0.3974,$$

$$i\Delta_1 = +0.000 006 888, \quad \Delta_2 = +0.000 000 503, \quad i = 0.40.$$

$$A = -0.12. \quad A\Delta_2 = -0.000 000 060.$$

Таблица 1

ν	D_2	Δ_1	Δ_2	ν	D_2	Δ_1	Δ_2
0,01	-0,002 518 215	+ 756		0,32	-0,002 261 352	+16 327	+503
2	-0,002 517 458	1 251	+494	33	-0,002 245 025	16 830	503
3	-0,002 516 207	1 757	502	34	-0,002 228 196	17 333	503
4	-0,002 514 450	2 259	502	35	-0,002 210 862	17 836	503
5	-0,002 512 191	2 761	502	36	-0,002 193 026	18 340	503
6	-0,002 509 430	3 263	502	37	-0,002 174 687	18 843	503
7	-0,002 506 167	3 765	502	38	-0,002 155 844	19 346	503
8	-0,002 502 402	4 267	502	39	-0,002 136 498	19 850	504
9	-0,002 498 134	4 769	502	40	-0,002 116 648	20 354	504
10	-0,002 493 365	5 271	502	41	-0,002 096 294	20 857	504
11	-0,002 488 094	5 774	502	42	-0,002 075 437	21 361	504
12	-0,002 482 320	6 276	502	43	-0,002 054 076	21 865	504
13	-0,002 476 044	6 778	502	44	-0,002 032 211	22 369	504
14	-0,002 469 266	7 280	502	45	-0,002 009 842	22 873	504
15	-0,002 461 986	7 782	502	46	-0,001 986 969	23 377	504
16	-0,002 454 204	8 285	502	47	-0,001 963 502	23 881	504
17	-0,002 445 920	8 787	502	48	-0,001 939 711	24 386	504
18	-0,002 437 133	9 289	502	49	-0,001 915 325	24 890	504
19	-0,002 427 844	9 792	502	50	-0,001 890 435	25 394	504
20	-0,002 418 052	10 294	502	51	-0,001 865 040	25 899	505
21	-0,002 407 758	10 796	502	52	-0,001 839 141	26 404	505
22	-0,002 396 962	11 299	502				505
23	-0,002 385 663	11 801	503	53	-0,001 812 737	26 909	505
24	-0,002 373 861	12 304	503	54	-0,001 785 828	27 414	505
25	-0,002 361 557	12 807	503	55	-0,001 758 415	27 919	505
26	-0,002 348 750	13 309	503	56	-0,001 730 496	28 424	505
27	-0,002 335 441	13 812	503	57	-0,001 702 072	28 929	505
28	-0,002 321 629	14 315	503	58	-0,001 673 142	29 435	505
29	-0,002 307 314	14 818	503	59	-0,001 643 708	29 940	505
30	-0,002 292 496	15 321	503	60	-0,001 613 767	30 446	505
31	-0,002 277 176	15 824	503	61	-0,001 583 321	30 952	505
				62	-0,001 552 370		506

Продолжение таблицы 1

ν	D_2	Δ_1	Δ_2	ν	D_2	Δ_1	Δ_2
0,63	-0,001 520 912	+31 458	+505	0,85	-0,000 700 573	+42 623	+509
64	-0,001 488 948	31 964	506	86	-0,000 657 440	43 132	510
65	-0,001 456 479	32 470	506	87	-0,000 613 798	43 642	510
66	-0,001 423 503	32 976	506	88	-0,000 569 646	44 152	510
67	-0,001 390 020	33 482	506	89	-0,000 524 984	44 662	510
68	-0,001 356 031	33 989	507	90	-0,000 479 813	45 172	510
69	-0,001 321 536	34 496	507	91	-0,000 434 131	45 682	510
70	-0,001 286 533	35 003	507	92	-0,000 387 938	46 192	511
71	-0,001 251 023	35 510	507	93	-0,000 341 235	46 703	511
72	-0,001 215 007	36 017	507	94	-0,000 294 021	47 214	511
73	-0,001 178 483	36 524	507	95	-0,000 246 296	47 725	511
74	-0,001 141 451	37 031	508	96	-0,000 198 060	48 236	511
75	-0,001 103 912	37 539	508	97	-0,000 149 313	48 747	512
76	-0,001 065 836	38 047	508	98	-0,000 100 054	49 259	512
77	-0,001 027 311	38 554	508	99	-0,000 050 283	49 771	
78	-0,000 988 249	39 062	508				
79	-0,000 948 678	39 571	508				
80	-0,000 908 599	40 079	508				
81	-0,000 868 011	40 588	509				
82	-0,000 826 915	41 096	509				
83	-0,000 785 310	41 605	509				
84	-0,000 743 196	42 114	509				

Таблица 2

ν	D_4	Δ_1	D_6	ν	D_4	Δ_1	D_6
0,01	+0,000 002 642		-0,000 000 035	0,32	+0,000 002 131		-0,000 000 025
2	641	-2	34	33	100	-31	25
3	638	3	34	34	069	31	24
4	634	4	34	35	037	32	24
5	630	5	34	36	004	33	23
6	624	6	34	37	+0,000 001 970	33	22
7	617	7	34	38	936	34	22
8	609	8	34	39	902	34	21
9	600	9	34	40	867	35	21
10	590	10	34	41	831	36	20
11	579	11	34	42	795	36	19
12	567	12	33	43	758	37	19
13	554	13	33	44	721	37	18
14	540	14	33	45	683	38	18
15	525	15	32	46	645	38	17
16	510	16	32	47	606	39	16
17	493	17	32	48	568	39	16
18	475	18	31	49	528	39	15
19	456	19	31	50	489	39	15
20	436	20	31	51	449	40	14
21	416	21	30	52	409	40	14
22	394	22	30	53	369	40	013
23	371	23	30	54	329	41	12
24	348	23	29	55	288	41	12
25	324	24	29	56	248	41	11
26	299	25	28	57	207	41	11
27	273	26	28	58	166	41	10
28	246	27	27	59	126	40	10
29	218	28	27	60	085	41	9
30	190	28	26	61	044	41	9
31	161	29	26	62	004	40	8
		30				40	

Продолжение таблицы 2

ν	D_4	Δ_1	D_6	ν	D_4	Δ_1	D_6
0,63	+0,000 000 964		-0,000 000 008	0,94	+0,000 000 036		
		-40				-11	
64	924	40	7	95	025	9	
65	884	40	7	96	016	7	
66	844	39	6	97	009	5	
67	805	39	6	98	004	3	
68	766	38	5	99	001		
69	728	38	5				
70	690	38	5				
71	652	37	4				
72	615	36	4				
73	579	36	4				
74	543	35	3				
75	508	35	3				
76	473	33	3				
77	440	33	2				
78	407	32	2				
79	375	31	2				
80	344	31	2				
81	313	28	1				
82	285	28	1				
83	257	27	1				
84	230	26	1				
85	204	24	1				
86	180	23	1				
87	157	22	0				
88	135	20					
89	115	19					
90	096	18					
91	078	15					
92	063	14					
93	049	13					

Таблица 3

ν	$C_{0\mu}$	Δ_1	Δ_2	ν	$C_{0\mu}$	Δ_1	Δ_2
0,01	0,998 321 371	-502		0,43	0,998 014 804	-14 577	
2	323 869	837	-335	44	000 226	14 913	
3	323 031	1 172		45	0,997 985 314	15 248	
4	321 859	1 507		46	970 065	15 584	
5	320 352	1 842		47	954 482	15 919	
6	318 509	2 177		48	938 562	16 655	
7	316 332	2 512		49	922 308	16 591	
8	313 820	2 847		50	905 717	16 926	
9	310 973	3 182		51	888 791	17 262	
10	307 791	3 517		52	871 530	17 597	
11	304 274	3 852		53	853 933	17 933	
12	300 421	4 187		54	836 000	18 268	
13	296 234	4 522		55	817 731	18 604	
14	291 713	4 858		56	799 127	18 940	
15	286 855	5 192		57	780 187	19 276	
16	281 663	5 527		58	760 911	19 612	
17	276 136	5 862		59	741 300	19 947	
18	270 274	6 197		60	721 352	20 283	
19	264 077	6 532		61	701 069	20 619	
20	257 545	6 867		62	680 450	20 955	
21	250 678	7 202		63	659 495	21 291	
22	243 475	7 537		64	638 204	21 627	
23	235 938	7 872		65	616 577	21 963	
24	228 065	8 207		66	594 614	22 299	
25	219 858	8 543		67	572 315	22 635	
26	211 315	8 878		68	549 680	22 971	
27	202 438	9 213		69	526 709	23 308	
28	193 224	9 548	335	70	503 401	23 644	
29	183 676	9 883	336	71	476 757	23 980	
30	173 793	10 218		72	455 777	24 316	
31	163 575	10 554		73	431 461	24 652	
32	153 021	10 889		74	406 809	24 989	
33	142 132	11 224		75	381 820	25 325	
34	130 908	11 559		76	356 495	25 662	
35	119 349	11 895		77	330 833	25 998	
36	107 454	12 230		78	304 835	26 334	
37	095 225	12 565		79	278 501	26 671	
38	082 660	12 900		80	251 830	27 008	
39	069 759	13 236		81	224 822	27 344	
40	056 523	13 571		82	197 478	27 681	
41	042 952	13 906		83	169 797	28 018	-337
42	029 046	14 242		84	141 779	28 354	

Продолжение таблицы 3

ν	$C_{0\mu}$	Δ_1	Δ_2	ν	$C_{0\mu}$	Δ_1	Δ_2
0,85	0,997 113 425	-28 691		0,93	0,996 874 462	-31 387	
86	084 734	29 028		94	843 075	31 724	
87	055 706	29 365		95	811 351	32 061	
88	026 341	29 702		96	779 289	32 399	
89	0,996 996 639	30 039		97	746 891	32 736	
90	966 601	30 376		98	714 155	33 073	
91	936 225	30 713		99	681 081		
92	905 512	31 050					

Таблица 4

ν	C_0	Δ_1	Δ_2	ν	C_0	Δ_1	Δ_2
0,01	1,005 051 269	-1 515		0,43	1,004 118 019	-43 939	
2	49 754	2 525	-1 010	44	074 080	44 949	
3	47 229	3 535		45	029 131	45 960	
4	43 694	4 545		46	1,003 983 171	46 970	
5	39 150	5 555		47	936 201	47 981	
6	33 595	6 565		48	888 220	48 991	
7	27 030	7 575		49	839 229	50 002	-1 011
8	19 456	8 584		50	789 227	51 012	
9	10 871	9 594		51	738 214	52 023	
10	01 277	10 604		52	686 191	53 034	
11	1,004 990 673	11 614		53	633 158	54 044	
12	979 058	12 624		54	579 113	55 055	
13	966 434	13 634		55	524 058	56 066	
14	952 800	14 644		56	467 993	57 076	
15	938 155	15 654		57	410 916	58 087	
16	922 501	16 664		58	352 829	59 098	
17	905 837	17 674		59	293 731	60 109	
18	888 163	18 684		60	233 622	61 120	
19	869 478	19 694		61	172 503	62 130	
20	849 784	20 704		62	110 372	63 141	
21	829 030	21 714		63	047 231	64 152	
22	807 365	22 724		64	1,002 983 079	65 163	
23	784 641	23 734		65	917 916	66 174	
24	760 906	24 744		66	851 741	67 185	
25	736 162	25 755		67	784 556	68 196	
26	710 407	26 765		68	716 360	69 207	
27	683 642	27 775		69	647 152	70 219	
28	655 867	28 785		70	576 933	71 230	
29	627 082	29 795		71	505 704	72 241	
30	597 237	30 805		72	433 463	73 252	
31	566 482	31 816		73	360 210	74 264	
32	534 666	32 826		74	285 947	75 275	
33	501 841	33 836		75	210 672	76 286	
34	468 005	34 846		76	134 386	77 298	
35	433 159	35 856		77	057 088	78 309	
36	397 302	36 867		78	1,001 978 779	79 320	
37	360 436	37 877		79	899 458	80 332	
38	322 559	38 887		80	819 126	81 344	
39	283 672	39 898		81	737 783	82 355	
40	243 774	40 908		82	655 428	83 367	
41	202 866	41 918		83	572 061	84 378	
42	160 948	42 929		84	487 682	85 390	-1 012

Продолжение таблицы 4

ν	C_0	Δ_1	Δ_2	ν	C_0	Δ_1	Δ_2
0,85	1,001 404 292	-86 402		0,93	1,000 682 742	-94 498	
86	315 890	87 414		94	588 244	95 510	
87	228 476	88 426		95	492 734	96 522	
88	140 050	89 438		96	396 212	97 534	
89	050 613	90 950		97	298 678	98 547	
90	1,000 960 163	91 462		98	200 131	99 559	
91	868 702	92 474		99	100 572		
92	776 228	93 486					

Таблица 5

ν	$\frac{e^2}{2} \nu \mu$	Δ_1	ν	$\frac{e^2}{2} \nu \mu$	Δ_1
0,01	0,000 033 243	+33 243	0,32	0,001 064 144	+33 278
2	066 486	243	33	097 422	281
3	099 730	243	34	130 703	283
4	132 973	244	35	163 986	285
5	166 217	244	36	197 271	287
6	199 461	245	37	230 558	291
7	232 706	245	38	263 849	292
8	265 950	246	39	297 141	295
9	299 196	246	40	330 436	298
10	332 442	247	41	363 734	301
11	365 689	247	42	397 035	304
12	398 936	249	43	430 339	306
13	432 185	249	44	463 645	309
14	465 434	250	45	496 954	313
15	498 684	251	46	530 267	315
16	531 935	252	47	563 582	318
17	565 187	254	48	596 900	322
18	598 441	254	49	630 222	325
19	631 695	256	50	663 547	328
20	664 951	257	51	696 876	332
21	698 208	259	52	730 208	335
22	731 467	260	53	763 543	339
23	764 727	261	54	795 882	342
24	797 988	263	55	830 224	346
25	831 251	265	56	863 570	250
26	864 516	267	57	896 920	354
27	897 783	268	58	930 274	358
28	931 051	270	59	963 632	361
29	964 321	273	60	996 993	366
30	997 594	274	61	0,002 030 359	370
31	0,001 030 868	276	62	063 729	374

Продолжение таблицы 5

ν	$\frac{e^2}{2} \nu \mu$	Δ_1	ν	$\frac{e^2}{2} \nu \mu$	Δ_1
0,63	0,002 097 103	+33 378	0,94	0,003 134 133	+33 543
64	130 481	382	95	167 676	550
65	163 863	387	96	201 226	557
66	197 250	391	97	234 783	563
67	230 641	396	98	268 346	569
68	264 037	400	99	301 915	
69	297 437	405			
70	330 842	410			
71	364 252	414			
72	397 666	420			
73	431 086	424			
74	464 510	429			
75	497 939	435			
76	531 374	439			
77	564 813	444			
78	593 257	450			
79	631 707	455			
80	665 162	461			
81	698 623	466			
82	732 089	472			
83	765 561	477			
84	799 038	483			
85	832 521	488			
86	866 009	495			
87	899 504	500			
88	933 004	506			
89	966 510	512			
90	0,003 000 022	519			
91	033 541	524			
92	067 065	531			
93	100 596	537			

Таблица 6

ν	$\frac{3}{16} e^2 \kappa^2 \nu \mu$	Δ_1	ν	$\frac{3}{16} e^2 \kappa^2 \nu \mu$	Δ_1
0,01	0,000 000 083		0,32	0,000 002 399	
2	167	+84	33	456	+57
3	250	83	34	512	56
4	333	83	35	566	54
5	416	83	36	618	52
6	499	83	37	668	50
7	581	82	38	717	49
8	663	82	39	763	46
9	745	82	40	808	45
10	826	81	41	851	43
11	907	81	42	891	40
12	987	80	43	930	39
13	0,000 001 067	80	44	966	36
14	146	79	45	0,000 003 001	35
15	224	78	46	033	32
16	301	77	47	062	29
17	378	77	48	090	28
18	454	76	49	114	24
19	529	75	50	137	23
20	603	74	51	157	20
21	676	73	52	174	17
22	748	72	53	189	15
23	819	71	54	201	12
24	888	70	55	211	10
25	957	69	56	218	7
26	0,000 002 024	67	57	221	3
27	090	66	58	222	1
28	155	65	59	221	-1
29	218	63	60	216	5
30	280	62	61	208	8
31	340	60	62	197	11
		59			14

Продолжение таблицы 6

ν	$\frac{3}{16} e^{2k^2\nu\mu}$	Δ_1	ν	$\frac{3}{16} e^{2k^2\nu\mu}$	Δ_1
0,63	0,000 003 183		0,94	0,000 000 921	
64	166	-17	95	780	-141
65	146	20	96	634	146
66	122	24	97	483	151
67	095	27	98	327	156
68	065	30	99	166	161
69	031	34			
70	0,000 002 994	37			
71	953	41			
72	908	45			
73	860	48			
74	809	51			
75	753	56			
76	694	59			
77	631	63			
78	564	67			
79	494	70			
80	419	75			
81	340	79			
82	257	83			
83	170	87			
84	078	92			
85	0,000 001 982	96			
86	883	99			
87	778	105			
88	670	108			
89	556	114			
90	438	118			
91	316	122			
92	189	127			
93	058	131			
		137			

Таблица 7

ν	$\frac{5}{16} e^{2k^4\nu\mu}$	ν	$\frac{5}{16} e^{2k^4\nu\mu}$
1	2	3	4
0,01	0,000 000 001	0,50	0,000 000 026
2	2	51	26
3	3	52	26
4	4	53	26
5	5	54	25
6	6	55	25
7	6	56	25
8	7	57	24
9	8	58	24
10	9	59	24
11	10	60	23
12	11	61	22
13	12	62	22
14	12	63	22
15	13	64	21
16	14	65	20
17	15	66	20
18	16	67	19
19	16	68	18
20	17	69	18
21	18	70	17
22	19	71	16
23	19	72	16
24	20	73	15
25	20	74	14
26	21	75	14
27	22	76	13
28	22	77	12
29	23	78	11
30	23	79	10
31	24	80	10
32	24	81	9
33	24	82	8
34	25	83	8
35	25	84	7
36	25	85	6
37	26	86	6
38	26	87	5
39	26	88	4
40	26	89	4
41	26	90	3
42	27	91	2
43	27	92	2
44	27	93	2
45	27	94	1
46	27	95	1
47	27	96	1
48	27	97	0
49	26	98	0
50	26	99	0

Окончательно имеем:

$$D = -0.002\ 221\ 368.$$

Табл. 2 содержит значения величин D_4 и D_6 , а также Δ_1 для D_4 . Величину D_8 нет надобности учитывать, так как она не превышает единицы в десятом знаке после запятой.

Табл. 3 содержит значения величины $C_{0\mu}$, а также Δ_1 и Δ_2 .

Табл. 4 содержит значения величины C_0 , а также Δ_1 и Δ_2 для C_0 .

Табл. 5 содержит значения величины $\frac{e^2}{2}\nu\mu$, а также Δ_1 .

Табл. 6 содержит значения величины $\frac{3}{16} e^{2k^2} \nu \rho$, а также Δ_1 .

В табл. 7 помещены значения величины $\frac{5}{16} e^{2k^4} \nu \rho$.

Интерполирование в табл. 2, 3, 4 с разностями второго порядка ведется так же, как и в табл. 1. В табл. 5 и 6 интерполирование ведется лишь линейное. При пользовании табл. 7 надобность в интерполировании вовсе отпадает.

Таблица коэффициентов A есть в таблицах Барлоу, изд. „Мир“, 1965.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Ф. Крутой. Общие способы решения основных расчетных задач на земном сфероиде. Томск, Известия ТПИ, том 131, 1965.