ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 155 1968

ДОСТОВЕРНОСТЬ ГРАНИЧНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ ОГРАНИЧЕНИИ ПРОВЕРЯЕМОГО ПАРАМЕТРА

Н. П. ФЕФЕЛОВ

(Представлена научным семинаром факультета автоматики и вычислительной техники)

Показателем эффективности сложных систем может служить величина, определяемая вероятностью нахождения параметров системы в области допустимых значений. Проверка параметров сложной аппаратуры перед применением позволяет существенно увеличить эффективность. Часто при проверке достаточно убедиться лишь в том, что параметры лежат внутри допустимой области, поэтому применяют контроль параметров по допускам. Для некоторых параметров область допустимых значений может быть ограничена лишь с одной стороны. В этом случае для определения области, в которой находится параметр, необходимо сравнить его значение с единственным граничным. Такая проверка носит название граничного контроля.

Наличие погрешности измерительной аппаратуры может привести к ошибкам граничного контроля. В настоящей работе производится оценка достоверности граничного контроля, который производится приборами с известной погрешностью. Все выкладки справедливы для контроля одномерного параметра.

Постановка задачи

Пусть параметр X, подвергаемый контролю, имеет плотность распределения $f(x)$. Граничное значение x_0 делит область существования $f(x)$ на две части. Вероятности нахождения параметра в одной из двух областей равны (рис. 1):

$$\begin{aligned} &\text{I область } P_1 = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)\,dx, \text{ параметр меньше } x_0,\\ &\text{II область } P_2 = \int_{x_0}^{\infty} f(x)\,dx, \text{ параметр больше } x_0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Оговоримся, что вторая область соответствует области нормальной работы устройства. Контроль производится следующим образом. Проверочное устройство выдает контрольный сигнал Y, величина его, вследствие погрешности контролирующего устройства, является случайной с плотностью распределения $f(y)$, причем почти всегда $M(Y) = x_0$. Регистрирующее устройство построено так, что выдает оператору лишь знак величины $Z = X - Y$. Будем называть показания регистрирующего устройства исходами контроля, а действительные состояния проверяемого параметра — результатами контроля.

В приведенном случае возможны два исхода контроля: $Z>0$ и $Z\leqslant 0$. Исход $Z>0$ логически соответствует состоянию $X>x_0$, а $Z\leqslant 0$ — состоянию $X\leqslant x_0$. Однако так как Y — случайная величи-

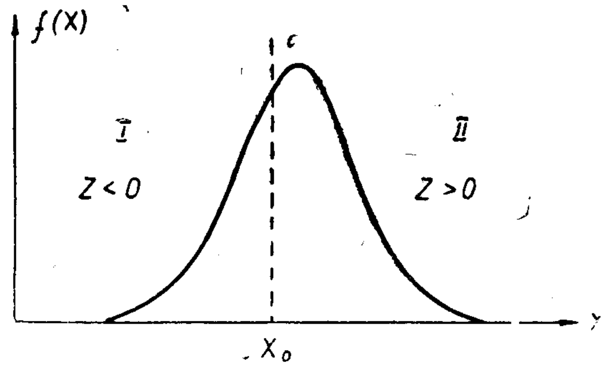

Рис. 1

на, то каждому исходу контроля может соответствовать два результата, т. е.

$X>x_0$ при $Z>0$ — обнаружено, что $X>x_0$,

$X\leqslant x_0$ при $Z>0$ — не обнаружено, что $X\leqslant x_0$ (необнаруженный дефект),

$X\leqslant x_0$ при $Z\leqslant 0$ — обнаружено, что $X\leqslant x_0$ (обнаруженный дефект),

$X>x_0$ при $Z\leqslant 0$ — не обнаружено, что $X>x_0$ (ложный отказ).

Ошибки типа необнаруженный дефект и ложный отказ снижают качество контроля. Будем считать показателем качества контроля вероятность соответствия действительного результата полученному исходу контроля, поэтому для расчета достоверности необходимо определить вероятности результатов контроля.

Вывод выражений для вероятностей результатов контроля

Вероятности результатов граничного контроля можно представить как условные вероятности [1]:

$$
\begin{aligned}
P(X>x_0\,|\,Z>0) &= \frac{P(X>x_0,\ Z>0)}{P(Z>0)},\\
P(X\leqslant x_0\,|\,Z>0) &= \frac{P(X\leqslant x_0,\ Z>0)}{P(Z>0)},\\
P(X>x_0\,|\,Z\leqslant 0) &= \frac{P(X>x_0,\ Z\leqslant 0)}{P(Z\leqslant 0)},\\
P(X\leqslant x_0\,|\,Z\leqslant 0) &= \frac{P(X<x_0,\ Z\leqslant 0)}{P(Z\leqslant 0)}.
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

Вероятности результатов контроля определяются независимыми случайными величинами X и Y, которые на плоскости xOy распределены с плотностью $f(x,\ y)=f(x)\,f(y)$.

Границами разделов dезультатов проверки служат неслучайные величины $Z=0$ и $X = x_0$, которые в системе координат xOy представляются прямыми $X-Y=0$ и $X=x_0$ (рис. 2) Прямые делят всю область существования $f(x, y)$ на четыре части, соответствующие определенным результатам контроля. Интегрируя $f(x, y)$

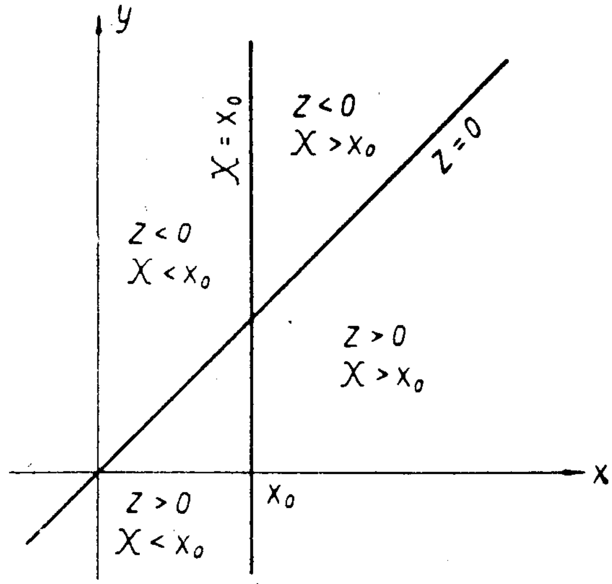

Рис. 2

по областям, приведенным в выражениях (2), можно получить вероятности результатов контроля.

Удобно ввести условные плотности распределения параметра X при различных исходах контроля. На основании общего выражения для условной плотности имеем:

$$f(x \mid Z>0)=\frac{f(x,\ Z>0)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x,\ Z>0)\,dx}=\frac{f(x)\int\limits_{-\infty}^{x} f(y)\,dy}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\int\limits_{-\infty}^{x} f(y)\,dy\,dx} \tag{3}$$

и

$$f(x \mid Z \leqslant 0)=\frac{f(x)\int\limits_{x}^{\infty} f(y)\,dy}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\int\limits_{x}^{\infty} f(y)\,dy\,dx}. \tag{4}$$

Используя (3) и (4), можно получить вероятности исходов контроля в следующем виде:

$$P(X>x_0 \mid Z>0)=\int\limits_{x_0}^{\infty} f(x \mid Z>0)\,dx \text{ — параметр во II области,}$$

$$P(X \leqslant x_0 \quad Z>0)=\int\limits_{-\infty}^{x_0} f(x \mid Z>0)\,dx \text{ — необнаруженная неисправность,} \tag{5}$$

$$P(X>x_0 \mid Z \leqslant 0)=\int\limits_{x_0}^{\infty} f(x \mid Z \leqslant 0)\,dx \text{ — ложный дефект,}$$

$$P(X \leqslant x_0 \mid Z \leqslant 0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x \mid Z \leqslant 0)\, dx$$ — обнаруженная неисправность.

Выражения (5) позволяют рассчитывать вероятности результатов граничного контроля. Они справедливы для любых законов распределения X и Y. Знание вероятности исправной работы позволяет оценить эффективность технического устройства после проверки.

ЛИТЕРАТУРА

Е. С. Вентцель. Теория вероятностей, Физматгиз, 1962.