

ЩЕЛЕВОЙ ИНДУКТИВНЫЙ ДАТЧИК

В. К. ЖУКОВ, В. Э. ДРЕЙЗИН, И. Г. ЛЕЩЕНКО

(Представлена научным семинаром факультета автоматики и вычислительной техники)

Одним из методов, используемых для бесконтактного измерения геометрических размеров изделий цилиндрической формы (провода, трубы), является метод вихревых токов. Чувствительным элементом приборов в этих случаях служит высокочастотный индуктивный датчик с проходной катушкой [1], которому, наряду с достоинствами, присущ ряд недостатков. Прежде всего это зависимость параметров датчика от температуры контролируемого изделия, если она отличается от температуры окружающей среды. Кроме того, при малых размерах контролируемого изделия начинает сказываться неудобство заправки изделия в датчики, и резко возрастают технологические трудности изготовления последнего. Указанные недостатки можно устранить, если контролируемое изделие удалить от обмотки датчика, что может быть достигнуто применением магнитопровода, позволяющего вывести магнитный поток концентрированным лучом за пределы полости катушки. В этом случае мы приходим к щелевому индуктивному датчику, конструкция которого показана на рис. 1. Обмотка 2 датчика мотается на кольцевом магнитопроводе 1, который может иметь или одну щель (рис. 1, а), или две щели (рис. 1, б). В щель помещается контролируемое изделие 3. Та часть магнитного потока, созданного током обмотки, которая замыкается по магнитопроводу, наведет в изделии (в области, расположенной между полюсами) вихревые токи, величина которых зависит от геометрических размеров и электропроводности изделия. Магнитный поток вихревых токов направлен навстречу вызвавшему их потоку, поэтому результирующий магнитный поток, пронизывающий обмотку, изменится. Следовательно, по изменению магнитного потока датчика можно судить о параметрах образца. В однощелевой конструкции датчика, по сравнению с двухщелевой, большая часть магнитного потока, созданного обмоткой, замыкается по магнитопроводу. Следовательно, при прочих равных условиях чувствительность однощелевой конструкции будет выше, чем двухщелевой. С другой стороны, для однощелевого датчика нежелательно замыкание концов изделия, так как получающийся при этом короткозамкнутый виток будет значительно влиять на величину магнитного потока магнитопровода, тем самым приводя к погрешности контроля. У двухщелевой конструкции это влияние будет полностью отсутствовать в случае, когда положение изделия относительно магнитопровода будет одинаково в обеих щелях.

Поэтому предпочтение следует отдать двухщелевому варианту конструкции датчика.

В зависимости от числа обмоток датчик может быть однообмоточный и двухобмоточный (по аналогии с проходным датчиком). В однообмоточном датчике о изменении параметров изделия можно судить по величине полного сопротивления обмотки, а в двухобмоточном — по величине э.д.с., наведенной в измерительной обмотке.

Для эффективной реализации возможностей датчика найдем аналитическую зависимость, связывающую величины активного и реактивного приведенных сопротивлений обмотки с параметрами цилиндри-

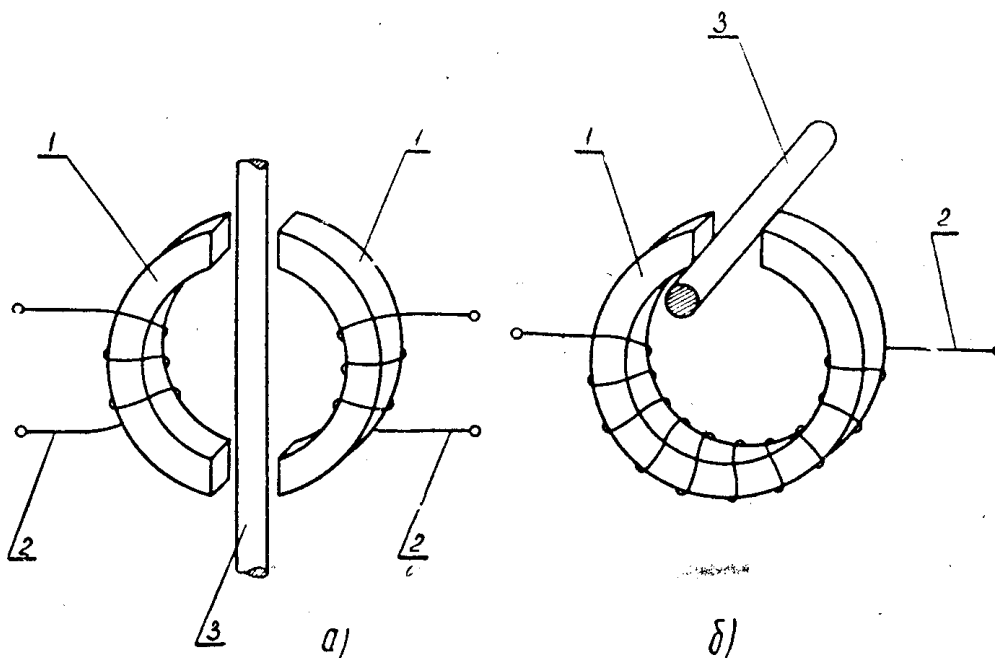


Рис. 1

ческого образца круглого сечения, для однощелевой конструкции датчика. Полученное выражение будет справедливо и для двухщелевой конструкции. При этом полагаем:

1. Магнитный поток, создаваемый обмоткой, целиком замыкается по магнитопроводу и, следовательно, пронизывает щель.

2. Магнитный поток равномерно распределен по всему сечению магнитопровода.

3. В щели линии магнитной индукции (при отсутствии изделия) параллельны оси магнитопровода, т. е. вне щели поле отсутствует.

4. Размер s магнитопровода значительно больше размера h , поэтому можно считать, что в изделии поле не зависит от координаты z (рис. 2).

Сделанные допущения не повлияют на качественную сторону полученных ниже выводов, а приведут лишь к некоторой их количественной неточности.

Векторный потенциал \vec{A}'' результирующего поля в щели определяется суммой векторного потенциала \vec{A}_0 возбуждающего поля и векторного потенциала \vec{A}_1'' вихревых токов, наведенных в изделии.

$$\vec{A}'' = \vec{A}_0 + \vec{A}_1'' \quad (1)$$

Аналогично будет определяться векторный потенциал \bar{A}' результирующего поля в изделии,

$$\bar{A}' = \bar{A}_0 + \bar{A}'_1. \quad (2)$$

Для определения магнитного поля в щели найдем совместное решение волновых уравнений для векторного потенциала в изделии и в щели.

В общем виде волновое уравнение для векторного потенциала имеет вид:

$$\nabla^2 \bar{A} + \kappa^2 \bar{A} = 0. \quad (3)$$

Для проводящей среды изделия

$$\kappa^2 = -j\omega \cdot \gamma \cdot \mu, \quad (4)$$

а для щели

$$\kappa_0^2 = \omega^2 \cdot \epsilon_0 \cdot \mu_0. \quad (5)$$

Здесь ω — угловая частота тока, питающего датчик; γ — проводимость материала изделия; μ — магнитная проницаемость материала изделия;

μ_0 — магнитная проницаемость пустоты и ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость пустоты. Токами смещения в щели можно пренебречь, так как они значительно меньше токов проводимости изделия и поэтому мало будут влиять на величину \bar{A}'' . По этой причине будем считать $\kappa_0^2 = 0$.

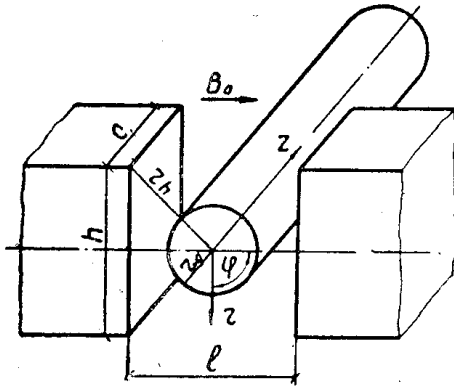


Рис. 2

Вектор \bar{A}' (так же, как и вектор \bar{A}'') имеет только одну составляющую A'_z , которую обозначим через \dot{A}' , поэтому волновое уравнение в цилиндрических координатах r, φ, z для проводящей среды будет иметь вид:

тах r, φ, z для проводящей среды будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{A}'}{\partial \varphi^2} + \kappa^2 \dot{A}' = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) находится по методу Фурье. Представим общий интеграл этого уравнения в виде:

$$\dot{A}' = \dot{R}(r) \cdot \dot{\Phi}(\varphi) \quad (7)$$

и подставим (7) в (6). После подстановки уравнение (6) распадается на два независимых:

$$\frac{\partial^2 \dot{R}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{R}(r)}{\partial r} + \left(\kappa^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \dot{R}(r) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{\Phi}(\varphi)}{\partial \varphi^2} + n^2 \dot{\Phi}(\varphi) = 0. \quad (9)$$

Общее решение уравнения (9) есть

$$\dot{\Phi}(\varphi) = (\dot{C}'_n)_n \cdot \cos n\varphi + (\dot{C}''_n)_n \cdot \sin n\varphi.$$

Так как \dot{A}' является нечетной функцией от φ и период ее равен 2π , то следует положить $(\dot{C}'_\varphi)_n = 0$ и $n = 1$, после чего

$$\dot{\Phi}(\varphi) = \dot{C}'_\varphi \cdot \sin \varphi. \quad (10)$$

Общим решением уравнения (8) будут функции Бесселя 1-го и 2-го рода порядка n от аргумента κr :

$$\dot{R}(r) = (\dot{C}'_r)_n \cdot I_n(\kappa r) + (\dot{C}'_r)_n \cdot Y_n(\kappa r). \quad (11)$$

В цилиндре отраженной волны нет, поэтому $(\dot{C}'_2) = 0$, а $n = 1$ по причине, отмеченной выше. С учетом сказанного

$$\dot{R}(r) = \dot{C}'_r I_1(\kappa r). \quad (12)$$

Подставляя (12) и (10) в (7), найдем общее решение волнового уравнения (6):

$$\dot{A}' = \dot{C} \cdot I_1(\kappa r) \cdot \sin \varphi. \quad (13)$$

Постоянная интегрирования $\dot{C} = \dot{C}'_r \cdot \dot{C}'_\varphi$ подлежит определению из граничных условий.

Волновое уравнение векторного потенциала \dot{A}''_1 , поля вихревых токов в щели с учетом $\kappa_0^2 = 0$ будет

$$\frac{\partial^2 \dot{A}''_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}''_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{A}''_1}{\partial \varphi^2} = 0.$$

После подстановки $\dot{A}''_1 = \dot{R}(r) \cdot \dot{\Phi}(\varphi)$ оно распадается на два:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{R}(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{R}(r)}{\partial r} + \frac{n^2}{r^2} \dot{R}(r) &= 0, \\ \frac{\partial^2 \dot{\Phi}(\varphi)}{\partial \varphi^2} + n^2 \dot{\Phi}(\varphi) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Решением последнего уравнения будет:

$$\dot{\Phi}(\varphi) = (\dot{N}'_\varphi)_n \cdot \cos n \cdot \varphi + (\dot{N}'_\varphi)_n \cdot \sin n \cdot \varphi.$$

Так как \dot{A}''_1 — нечетная функция от φ и период ее равен 2π , то $(\dot{N}'_\varphi)_n = 0$ и $n = 1$, а

$$\dot{\Phi}(\varphi) = \dot{N}'_\varphi \cdot \sin \varphi. \quad (17)$$

Уравнение (15) есть не что иное как уравнение Эйлера, общее решение которого имеет вид:

$$\dot{R}(r) = (\dot{N}'_r)_n \cdot r^n + (\dot{N}'_r)_n \cdot r^{-n}.$$

Это решение должно удовлетворять условию на бесконечности: $\dot{R}(r) = 0$ при $r \rightarrow \infty$, что будет иметь место при $(\dot{N}'_r)_n = 0$. С учетом того, что $n = 1$

$$\dot{R}(r) = \dot{N}'_r \cdot r^{-1}. \quad (18)$$

Таким образом решение волнового уравнения (14) будет:

$$\dot{A}''_1 = \dot{N} \cdot r^{-1} \cdot \sin \varphi. \quad (19)$$

Векторный потенциал \dot{A}'' результирующего поля в щели найдем, подставив (18) в (1).

$$\dot{A}'' = \dot{A}_0 + \dot{N} \cdot r^{-1} \cdot \sin \varphi. \quad (20)$$

Постоянные \dot{c} и \dot{N} найдем из граничных условий. При $r = r_0$, т. е. на поверхности цилиндра, должны выполняться условия

$$\dot{A}' = \dot{A}'', \quad (21)$$

$$\frac{\partial \dot{A}'}{\partial r} = \frac{\partial \dot{A}''}{\partial r}. \quad (22)$$

Граничные условия (21) и (23) дают следующие уравнения для нахождения постоянных интегрирования:

$$\dot{C} \cdot I_1(\kappa r_0) = \dot{N} \cdot r_0^{-1} + \dot{B}_0 \cdot r_0 \quad (23)$$

и

$$\dot{C} \cdot \kappa \cdot I_1'(\kappa r_0) = \dot{N} r_0^{-2} + \dot{B}_0, \quad (24)$$

при выводе которых векторный потенциал возбуждающего поля \dot{A}_0 был выражен через индукцию возбуждающего поля \dot{B}_0 в зазоре, согласно выражению (25)

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 \cdot r \cdot \sin \varphi. \quad (25)$$

Решая полученные уравнения относительно \dot{N} , найдем что

$$\dot{N} = \dot{B}_0 \cdot r_0^2 \frac{I_1(\kappa r_0) - \kappa r_0 I_1'(\kappa r_0)}{I_1(\kappa r_0) + \kappa r_0 I_1'(\kappa r_0)}.$$

После подстановки

$$I_1'(\kappa r_0) = I_0(\kappa r_0) - \frac{I_1(\kappa r_0)}{\kappa r_0}$$

и замены немодифицированных функций Бесселя на модифицированные выражение для \dot{N} преобразуется к виду:

$$\dot{N} = \dot{B}_0 \cdot r_0^2 \left[\frac{2I_1(\sqrt{j} \cdot m)}{\sqrt{j} \cdot m \cdot I_0(\sqrt{j} \cdot m)} - 1 \right],$$

где $m = r_0 \sqrt{\omega \cdot \gamma \cdot \mu}$.

Обозначим содержимое квадратной скобки через x , тогда

$$\dot{N} = \dot{B}_0 \cdot r_0^2 \cdot x. \quad (26)$$

Теперь можем написать окончательное выражение для векторного потенциала результирующего поля в щели:

$$\dot{A}'' = \dot{B}_0 \cdot r \cdot \sin \varphi \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} x \right). \quad (27)$$

Зная векторный потенциал поля, нетрудно найти вектор магнитной индукции результирующего поля. Для этого воспользуемся выражением

$$\bar{B}'' = \text{rot } \bar{A}''.$$

Так как вектор \bar{A}'' имеет только одну составляющую $A_z'' = \dot{A}''$, определяемую выражением (27), то

$$\bar{B}'' = \bar{r} \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}''}{\partial \varphi} - \bar{\varphi} \frac{\partial \dot{A}''}{\partial r}, \quad (28)$$

где \bar{r} и $\bar{\varphi}$ — единичные орты.

Из (28) находим радиальную B_r и тангенциальную B_φ составляющие вектора магнитной индукции:

$$\dot{B}_r'' = \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}''}{\partial \varphi} \quad \text{и} \quad B_\varphi = \frac{\partial \dot{A}''}{\partial r},$$

а после подстановки \dot{A}'' из (27)

$$\dot{B}_r'' = \dot{B}_0 \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \dot{x} \right) \cdot \cos \varphi, \quad (29)$$

$$\dot{B}_\varphi'' = \dot{B}_0 \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \dot{x} \right) \sin \varphi. \quad (30)$$

Считаем, что магнитный поток в магнитопроводе создается радиальной составляющей \dot{B}_r'' вектора магнитной индукции в щели, т. е.

$$\dot{\Phi} = \int_S \dot{B}_r'' \cdot dS.$$

Представляя элементарную площадку dS как $c \cdot r_n \cdot d\varphi$ и подставляя \dot{B}_r'' , определяемую выражением (30), получим:

$$\dot{\Phi} = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \dot{B}_0 \cdot c \cdot r_n \cdot \cos \varphi \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \dot{x} \right) d\varphi.$$

После взятия интеграла и преобразований находим:

$$\dot{\Phi} = \dot{B}_0 \cdot c \cdot h \cdot \left(1 + \frac{r_0^2}{r_h^2} \dot{x} \right). \quad (31)$$

Индукция \dot{B}_0 возбуждающего поля может быть определена по закону полного тока:

$$\dot{B}_0 = \frac{\mu_0 \cdot \mu_m \cdot I \cdot \omega}{l \cdot \xi},$$

где μ_m — относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода;

I — ток в обмотке датчика;

ω — число витков обмотки; l — ширина щели; $\xi = 1 + \frac{l_m}{l \cdot \mu_m}$ и

l_m — длина средней линии магнитопровода.

С помощью известного соотношения

$$\dot{E} = -\omega \frac{\partial \dot{\Phi}}{\partial t} = -j\omega \cdot \omega \cdot \dot{\Phi} \quad (32)$$

найдем э. д. с. самоиндукции \dot{E} в обмотке датчика:

$$\dot{E} = j \frac{\omega \cdot \omega^2 \cdot c \cdot h \cdot \mu_0 \cdot \mu_m}{l \cdot \xi} \left(1 + \frac{r_0^2}{r_h^2} \dot{x} \right).$$

Мощность потерь в обмотке датчика может быть представлена как

$$\dot{P} = \dot{E} \cdot \dot{I} \quad (33)$$

или

$$\dot{P} = \dot{I}^2 \cdot \dot{Z}. \quad (34)$$

Подставляя в (33) значение E из (32) и приравнявая правые части (33) и (34), найдем полное сопротивление \dot{Z} датчика

$$\dot{Z} = j \frac{\omega \cdot \omega^2 \cdot c \cdot h \cdot \mu_0 \cdot \mu_m}{l \cdot \xi} \left(1 + \frac{r_0^2}{r_h^2} x \right). \quad (35)$$

При отсутствии изделия в щели $r_0 = 0$ и импеданс датчика становится равным:

$$\dot{Z}_0 = j \frac{\omega \cdot \omega^2 \cdot c \cdot h \cdot \mu_0 \cdot \mu_m}{l \cdot \xi}. \quad (36)$$

Привнесенное сопротивление $\Delta \dot{Z} = \dot{Z} - \dot{Z}_0$ легко определяется из (35)

и (36). Чтобы $\Delta \dot{Z}$ сделать независимым от параметров катушки, нормализуем его, разделив на \dot{Z}_0 :

$$\frac{\Delta \dot{Z}}{\dot{Z}_0} = 1 + \frac{r_0^2}{r_h^2} x. \quad (37)$$

Уравнение (37) является искомым уравнением для определения приведенных реактивного ΔX и активного ΔR сопротивлений. Вещественная составляющая правой части (37) определяет приведенное реактивное сопротивление $\frac{\Delta X}{X_0}$ (нормализованное), а мнимая составляющая активное $\frac{\Delta R}{X_0}$.

На рис. 3 зависимость (37) представлена графически. Указанный график построен в предположении, что относительная магнитная проницаемость $\mu_m = 1$, поэтому он относится только к неферромагнитным изделиям.

Из рассмотрения графика видно, что он совпадает с аналогичным графиком для датчика с проходной катушкой [3], толь-

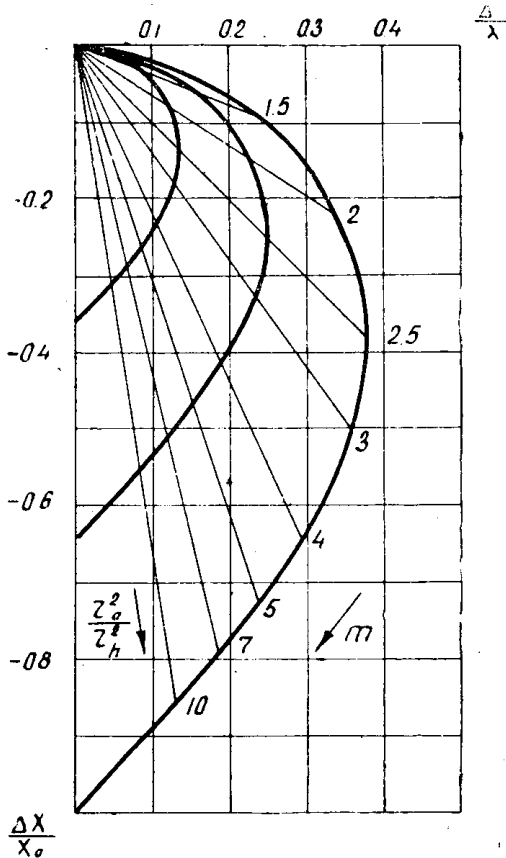


Рис. 3

ко роль коэффициента заполнения здесь играет отношение r_0^2/r_h^2 . Отсюда следует, что все выводы относительно влияния параметров изделия и частоты тока на импеданс датчика с проходной катушкой будут справедливы и для щелевого датчика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. З. Михлин. Высокочастотные емкостные и индуктивные датчики, Госэнергоиздат, 1960.
2. Н. М. Шилов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Томск, 1939.
3. В. П. Грабовецкий. Бесконтактный метод измерения удельного сопротивления и геометрических размеров при помощи вихревых токов. Автоматика и телемеханика, т. XX, № 7, 1959.