

КОЭФФИЦИЕНТ ЗАХВАТА ЭЛЕКТРОНОВ В СИНХРОТРОНЕ НА 300 Мэв

В. К. КОНОНОВ, В. А. СЕРДЮЦКИЙ, Г. П. ФОМЕНКО

Интенсивность пучка ускоренных частиц определяется прежде всего эффективностью метода инжекции в ускоритель. Поэтому определение условий ввода и требований к вводимому пучку в ускоритель при выполнении которых коэффициент захвата будет иметь приемлемое значение, является необходимой работой при проектировании ускорителя.

В настоящей работе приближенно определяется коэффициент захвата электронов в ускорение в синхротрон на 300 Мэв. Расчет проводится в одноэлектронном приближении.

Время инжекции электронов в ускоритель делится на два этапа. На первом этапе ускоряющее поле включено, и мгновенная орбита электронов сжимается от инжектора к средней орбите. За время одного оборота T радиус орбиты уменьшается на величину

$$\Delta R = R \frac{T}{(1-n)} \frac{\dot{H}}{H},$$

где H и \dot{H} — магнитное поле и частная производная по времени,
 n — коэффициент спадания магнитного поля,
 R — радиус мгновенной орбиты.

Время, в течение которого продолжается первый этап инжекции можно определить по формуле

$$\tau = (1-n) \frac{\rho}{R_0} \frac{H}{\dot{H}},$$

где R_0 — средний радиус ускорителя,
 ρ — расстояние от инжектора до среднего радиуса.

На первом этапе инжекции будет захвачено Q_1 частиц.

$$Q_1 = \frac{I\tau}{e} \eta_\rho \eta_z,$$

где η_ρ — вероятность того, что электрон не погибнет на инжекторе и вертикальных стенках камеры.

η_z — вероятность того, что электрон не погибнет на горизонтальных стенках камеры,

$\eta_1 = \eta_\rho \eta_z$ — коэффициент захвата частиц на первом этапе инжекции.

В синхροфазотронный режим ускорения будет захвачено Q частиц.

$$Q = Q_1 \eta_2 = \frac{I\tau}{e} \eta_1 \eta_2 = \frac{I\tau}{e} \eta,$$

где η_2 — коэффициент захвата частиц на втором этапе инжекции,
 η_1 — коэффициент захвата частиц в синхροфазотронный режим ускорения.

Для расчета коэффициента η_1 используется метод, разработанный Рабиновичем [1].

Пусть в камеру ускорителя впускается электронный пучок, имеющий радиальный размер 2Δ , угловой раствор $2\gamma_{\max}$, и ось пучка отклонена от оптимального направления на угол ε .

Предположим, что электроны в пучке по углу влета распределены равномерно.

Вводя безразмерные углы

$$\alpha = \frac{R_0 f}{\rho_i V \sqrt{1-n}} \gamma$$

и обозначая через α_1 и α_2 минимальный и максимальный угол электрона, можем найти коэффициент η_p :

$$\eta_p = \frac{e}{I\tau} \sum_{\kappa=1}^2 \int_0^{\alpha_{\kappa}} Q' \frac{dx}{2\alpha_{\max}},$$

где

$$Q' = A \sum_{i=1}^2 \iint_{C_i} du dy, \quad A = \frac{I \rho T}{2e \Delta R \bar{O}}.$$

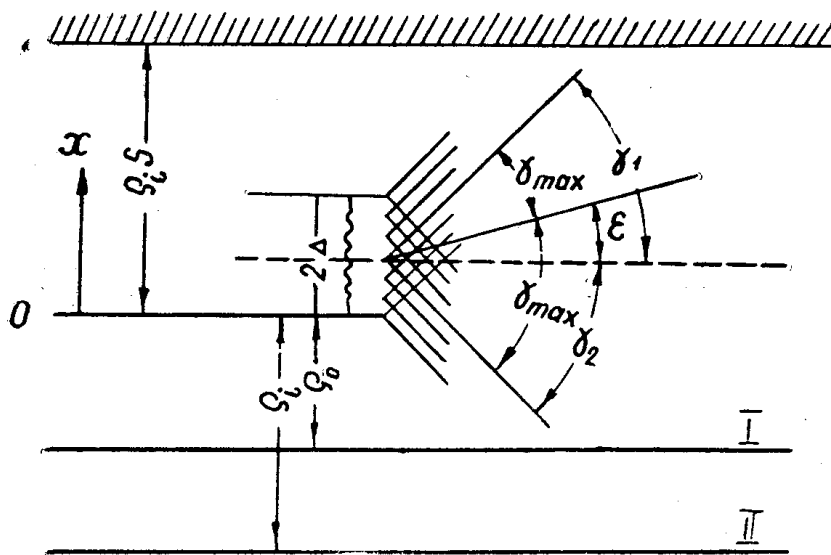


Рис. 1. Схема обозначения при расчете эффективности инжекции

Области интегрирования C_1 и C_2 определяются неравенствами

$$\frac{0 < y < \bar{O}}{\sqrt{(u+y)^2 + \alpha_s^2}} - u \leq a_i, \quad \sqrt{(u+y)^2 + \alpha_s^2} \leq 1,$$

где

$$\bar{O} = \frac{2 \cdot \Delta}{\rho_i}, \quad u = \frac{z_0}{\rho_i}, \quad y = \frac{x}{\rho_i}, \quad (\text{см. рис. 1})$$

$$a_1 - \text{наименьшее из двух чисел } \frac{3\Delta R}{\rho_i} \text{ и } S \frac{f(\sigma_i)}{f\left(x \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$a_2 - \text{наименьшее из двух чисел } \frac{6\Delta R}{\rho_i} \text{ и } S \frac{f(\sigma_i)}{f\left(x \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$f(\sigma_i) = 1,104, \quad f\left(x \frac{\pi}{4}\right) = 1,241.$$

Для выбора оптимального значения величины \dot{H} расчет η_0 был проведен для случаев, когда \dot{H} равняется 90 кгс/сек, 175 кгс/сек и 300 кгс/сек.

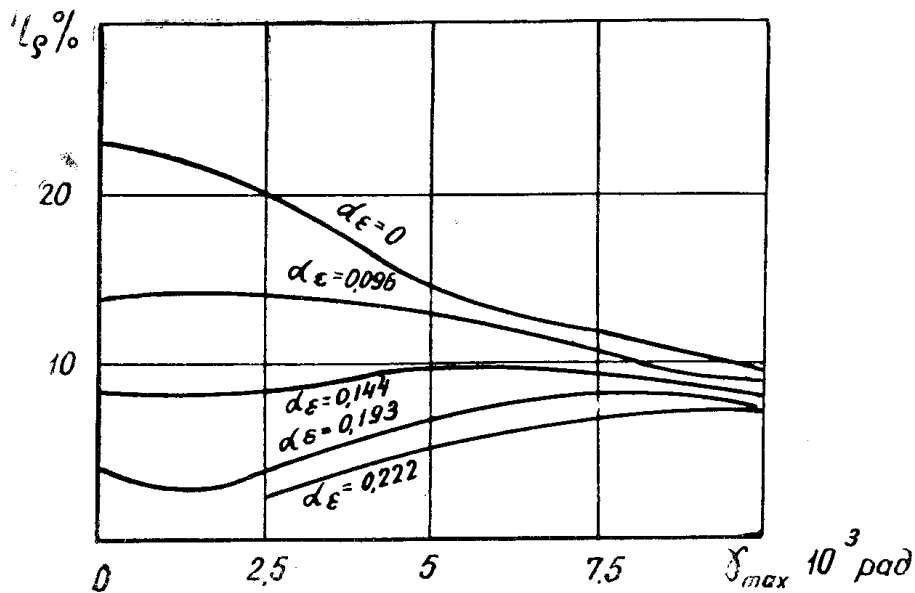


Рис. 2. Коэффициент захвата на первом этапе инжекции. Изменение магнитного поля $\dot{H} = 90$ кгс/сек в сек

Расчет η_0 производился для следующих значений параметров: $S\rho_i = 10$ мм, $\rho_i = 50$ мм, $\Delta = 4$ мм; γ_{max} и ϵ изменялись от 0 до 10^{-2} радиан. По результатам расчета построены графики 2, 3 и 4. Из сравнения графиков 2, 3 и 4 можно найти, что в случае, когда $\dot{H} = 300$ кгс/сек, на первом этапе инжекции может быть захвачено большое количество электронов, чем в случаях, когда \dot{H} равняется 175 кгс/сек и 90 кгс/сек, а в случае, когда $\dot{H} = 175$ кгс/сек, больше, чем когда $\dot{H} = 90$ кгс/сек.

Расчет η_z был проведен при следующих условиях: $\Delta_z = 20$ мм; $\gamma_{z\max}$ изменялась от 0 до 10^{-2} рад и ϵ_z от 0 до 10^{-3} рад. В результате этого расчета было получено, что η_z при этих значениях параметров равняется единице.

В момент, когда мгновенная орбита достигнет положения средней орбиты, включается ускоряющее поле и начинается второй этап инжекции. Так как в нашем случае период фазовых колебаний меньше

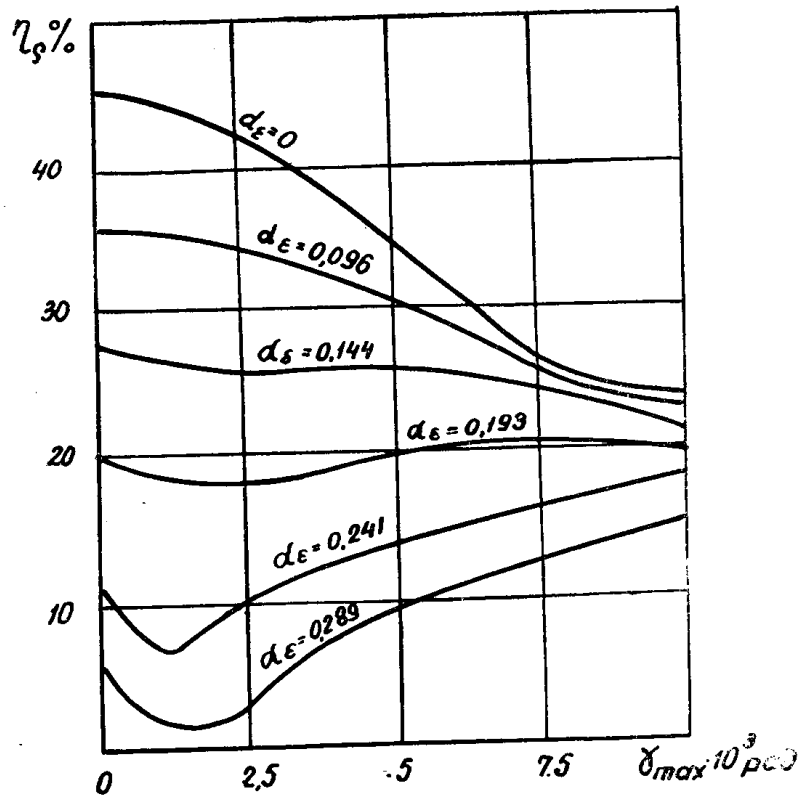


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но для $\dot{H} = 175 \text{ кг/сек}$ в сек

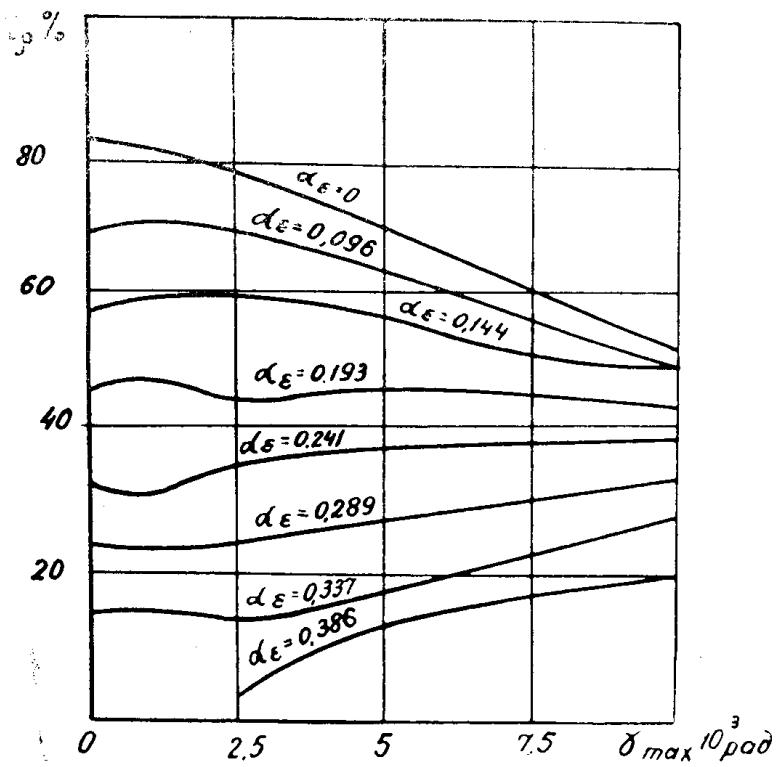


Рис. 4. То же, что и на рис. 2, но для $\dot{H} = 300 \text{ кг/сек}$ в сек

или сравним с возможным временем установления амплитуды ускоряющего напряжения, то при вычислении коэффициента захвата электронов на втором этапе инжекции (η_2) необходимо учитывать конечность времени установления амплитуды ускоряющего напряжения. В течение времени установления амплитуды ускоряющего поля прирост энергии электронов недостаточен, чтобы электрон двигался около средней орбиты, поэтому все электроны пучка, хотя и с разной скоростью, начинают передвигаться к внутренней стенке камеры. Если время установления амплитуды ускоряющего напряжения τ_v не очень велико, то часть электронов, еще не достигнув внутренней стенки камеры, может иметь такой прирост энергии за оборот, который необходим при данной скорости роста магнитного поля, чтобы электрон оставался на каком-либо радиусе. Эти электроны сначала остановятся на радиусах, на которых они были в этот момент, а затем начнут передвигаться на большие радиусы. Радиус, на котором произойдет остановка электрона, зависит не только от τ_v , но также и от начальной входной фазы электрона в резонатор. В момент остановки электрона \dot{R} равняется нулю.

$$\dot{R} = \frac{R}{1-n} \left(\frac{\dot{E}}{\beta^2 E} - \frac{\dot{H}}{H} \right) = 0, \quad \frac{\dot{E}}{\beta^2 E} = \frac{\dot{H}}{H}. \quad (1)$$

Если при этом $R > R_v$ (где R_v — радиус внутренней стенки камеры) то электрон будет захвачен в ускорение.

Пусть магнитное поле H и амплитуда ускоряющего напряжения линейно растут во времени:

$$H = H_0 + \dot{H}t, \quad V = V_k \frac{t}{\tau_v},$$

где V_k — конечное значение амплитуды ускоряющего напряжения. Скорость изменения фазы электронов относительно ускоряющего поля выражается соотношением

$$\dot{\varphi} = \omega_p - q\omega.$$

Интегрируя, получим:

$$\varphi - \varphi_0 = \omega_p t - \frac{ce}{S_1} \int_0^t \frac{H}{E} dt, \quad (2)$$

где ω — частота обращения электрона,
 ω_p — частота ускоряющего поля,
 q — кратность,
 S_1 — коэффициент формы орбиты,
 E — энергия электрона.

Проинтегрировав в предположении, что E не зависит от времени, получим:

$$\varphi - \varphi_0 = -\frac{1}{2} \omega_p \frac{H}{H} t^2 = -at^2. \quad (3)$$

Затем пользуясь этим выражением для φ , найдем зависимость E от времени. В выражение для скорости роста энергии электрона

$$\dot{E} = \frac{\omega}{2\pi} eV \sin \varphi$$

подставим (3) и проинтегрируем

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{\omega e V_k}{4\pi a \tau_v} [\cos(\varphi_0 - at^2) - \cos \varphi_0]. \quad (4)$$

Подставим в (2) $E = E_0 + \Delta E$ и разложим $\frac{1}{E}$ в ряд по степеням $\frac{\Delta E}{E_0}$, удерживая лишь члены первого порядка. Интегрируя, найдем приближенную зависимость φ от времени:

$$\varphi = \varphi_0 - at^2 - bt \cos \varphi_0 + b\Phi(t\varphi_0), \quad (5)$$

где
$$b = \frac{\omega^2 e V_k}{2\pi \cdot 2a\tau_e E},$$

$$\Phi(t\varphi_0) = \sqrt{\frac{\pi}{2a}} \left[\cos \varphi_0 \cdot C \left(t \sqrt{\frac{2a}{\pi}} + \sin \varphi_0 \cdot S \left(t \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \right) \right) \right],$$

C и S — интегралы Френеля.

Вычисляя φ и \dot{E} при определенных значениях φ_0 и τ_e , найдем момент, когда выполняется условие (1). Затем для данного момента времени находим ΔE и вычисляем радиус, на котором происходит остановка электрона.

$$R = R_0 + \frac{R_0}{1-n} \left(\frac{\Delta E}{E\beta^2} - \frac{\Delta H}{H} \right), \quad (6)$$

где $\beta = \frac{V}{c}$, V — скорость электрона. Если $R_b < R$, то электрон с вы-

бранной входной фазой будет захвачен в процесс ускорения. Производя вычисления при различных значениях φ_0 , определяем область значений полезных входных фаз. Зная радиусы, на которых происходят остановки электронов при всех значениях φ_0 и принимая равномерное распределение плотности электронов по объему камеры и по амплитудам свободных колебаний к концу первого этапа инжекции, можем вычислить η_2 для различных значений τ_e .

Расчет производился при следующих значениях параметров: $H_0 = 19,8 \text{ кгс/сек}$, $H_1 = 175 \text{ кгс/сек}$, $H_2 = 300 \text{ кгс/сек}$, $V_k = 680 \text{ в}$, $R_b = 0,895 \text{ м}$, $S_1 = 1,402$.

На рис. 5 по результатам приближенного расчета построены кривые, выражающие зависимость коэффициента захвата на втором этапе инжекции от времени установления амплитуды ускоряющего напряжения на резонаторе при $H = 175 \text{ кгс/сек}$ (кривая 1) и при $H = 300 \text{ кгс/сек}$ (кривая 2).

Из анализа рис. 3, 4 и 5 можно сделать вывод, что коэффициент захвата в синхрофазотронный режим ускорения наибольший при $H = 175 \text{ кгс/сек}$.

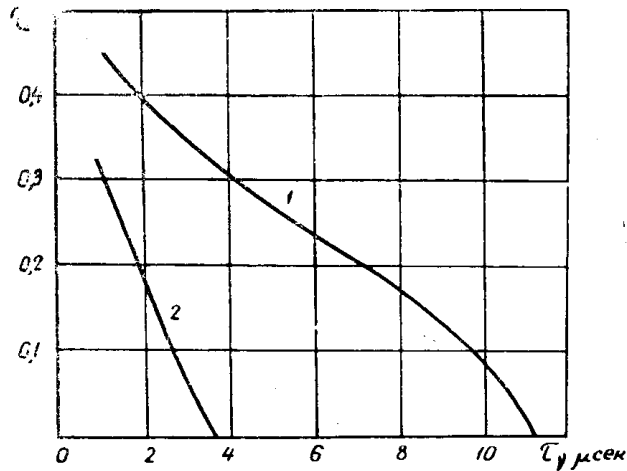


Рис. 5. Коэффициент захвата на втором этапе инжекции

ЛИТЕРАТУРА

1. М. С. Рабинович. Труды ФИАН. Т. X, 1958.