

РАСЧЕТ ВЫВОДА ПУЧКА УСКОРЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ ЭЛЕКТРОННОГО СИНХРОТРОНА НА 300 Мэв

В. П. АНОХИН

Введение

Методы, предложенные для вывода ускоренных частиц из циклических ускорителей, можно подразделить по принципу действия выводного устройства на три основные группы:

1. Медленный вывод ускоренных частиц.
2. Регенеративный вывод ускоренных частиц.
3. Импульсный однооборотный вывод ускоренных частиц.

При медленном методе вывода осуществляется постепенное расширение равновесной орбиты ускоряемых частиц с помощью импульсных магнитных полей [1—5]. Вблизи границы рабочей области магнитного поля ускорителя частицы попадают в отклоняющее устройство, получают дополнительный импульс и выходят в область радиальной неустойчивости в виде сфокусированного пучка. Дальнейшее проведение пучка в зависимости от требований к его параметрам осуществляется с помощью магнитных каналов или без них. По способу воздействия на ускоренные частицы отклоняющие устройства разделяются на две группы:

1. Отклонение частиц электростатическим полем.
2. Отклонение частиц магнитным или электромагнитным полем.

При выводе ускоренных частиц регенеративным методом создаются такие магнитные поля, которые вызывают возбуждение радиальных колебаний выводимых частиц [6—13]. Ускоренные частицы освобождаются из-под действия фокусирующих сил магнитного поля ускорителя в узкой азимутальной области в виде достаточно сфокусированного пучка.

При импульсном однооборотном выводе отклоняющее устройство — дефлектор отклоняет ускоренные частицы непосредственно с равновесной орбиты на величину, достаточную для направления пучка выводимых частиц в выводной канал [3], [4], [14—16]. В этом случае нарастание отклоняющего поля до установившегося значения должно происходить за время, меньшее периода обращения частиц в ускорителе. Вывод осуществляется за время одного оборота частиц в ускорителе.

В данной работе рассматривается возможность вывода пучка ускоренных электронов из синхротрона с мягкой фокусировкой на энергию 300 Мэв с помощью возбуждения параметрического резонанса радиальных бетатронных колебаний электронов [2], [10].

Рассматриваемый метод вывода электронов разработан для кольцевых циклических ускорителей и поэтому непосредственно использовать его для нашего случая нельзя. Для исследования устойчивости свободных колебаний электронов синхротрон типа „рейстрек“ должен быть заменен круговым синхротроном, имеющим ту же самую периодичность радиальных колебаний. В слабофокусирующих ускорителях с разрезным магнитом невозмущенные свободные колебания ускоряемых частиц описываются уравнением Хилла. Решение уравнения свободных колебаний имеет вид:

$$x = C(\sigma) \cos [\mu K + \varphi(\tau)], \quad (1)$$

$$\cos \mu = \cos \chi \frac{\pi}{2} - \frac{\chi l}{2r_0} \sin \chi \frac{\pi}{2},$$

где r_0 — радиус равновесной орбиты,
 l — длина прямолинейного промежутка,
 $\chi = \sqrt{1-n}$ — для радиального отклонения,
 n — показатель радиального спадания магнитного поля в секторах,
 $C(\sigma)$ — огибающая колебаний.

При достаточно малой величине l/r_0 (в нашем случае $l/r_0=0,533$) отношение $\eta = \frac{C(\sigma)_{\max}}{C(\sigma)_{\min}}$ мало отличается от единицы ($\eta = 1,0527$), и траектория частицы близка к синусоидальной. В этом случае основная гармоническая составляющая свободных колебаний имеет вид [18]:

$$x = C \cdot \cos \left(\frac{2\mu}{\pi} \omega_0 t + \varphi \right), \quad (2)$$

где ω_0 — угловая частота обращения частицы.

Для слабофокусирующего синхротрона с 4-мя прямолинейными промежутками вводится понятие безразмерной частоты свободных колебаний, равной 4μ , μ — величина, определяемая из (1). Угловая частота радиальных колебаний при этом может быть определена из выражения

$$\omega_{r(\mu)} = \frac{4\mu}{2\pi} \omega_0. \quad (3)$$

Угловая частота радиальных колебаний для ускорителя с кольцевым магнитом определяется выражением

$$\omega_r = \sqrt{1-n} \omega_0. \quad (4)$$

Для замены синхротрона типа „рейстрек“ синхротроном с кольцевым магнитом, имеющим такую же периодичность радиальных колебаний, находим показатель спадания магнитного поля эквивалентного кругового синхротрона $n_{кр}$ из выражений (3), (4).

§ 1. Определение окружности освобождения

Окружностью освобождения называется окружность, на которой фокусирующие силы магнитного поля ускорителя равны нулю. Для ее определения используем данные магнитных измерений радиального распределения поля в квадрантах магнита в конце цикла ускорения:

$H_z = \varphi(r)$ и зависимость $H'_z = H_0 \frac{r_0}{r}$, определяющую предельный гра-

диент поля по радиусу, при котором еще сохраняется фокусирующее действие поля (рис. 1). Разброс в значениях $r_{\text{осв}}$ объясняется несовершенством магнитного поля ускорителя, а также погрешностями при магнитных измерениях и графическом построении. Принимаем

$$r_{\text{осв.ср}} = \frac{\sum r_{\text{осв}m}}{m} = 102,4 \text{ см}$$

где m — число азимутов, для которых определялись $r_{\text{осв}}$.

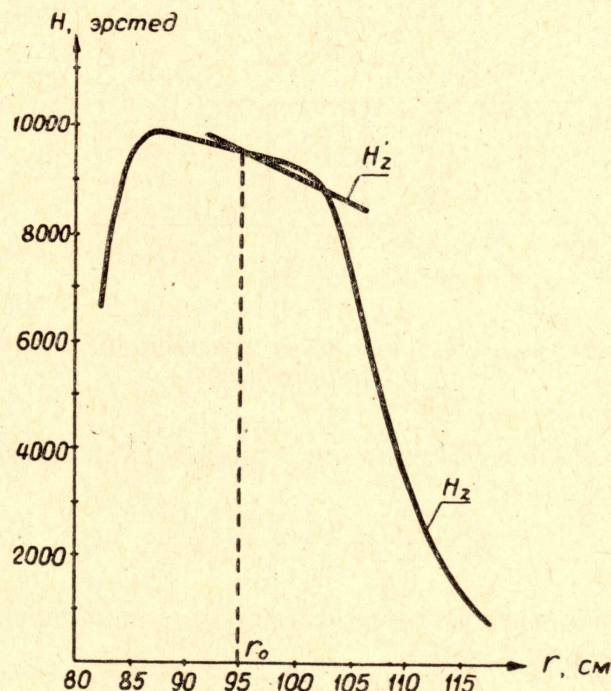


Рис. 1. Радиальное распределение магнитного поля в синхротроне 300 Мэв в конце цикла ускорения

Внешний радиус апертуры вакуумной камеры синхротрона равен $R_{\text{вн}} = (106,0 \pm 0,5) \text{ см}$. Следовательно, электроны будут выходить в область неустойчивости радиального движения в пределах апертуры вакуумной камеры ускорителя.

§ 2. Возмущающее магнитное поле. Уравнения движения

Для осуществления механизма вывода используем азимутальное магнитное поле, показанное на рис. 2. Данную функцию можно представить в виде ряда Фурье:

$$f(\theta) = \frac{2\Delta H_0}{\pi} \left[\left(\frac{\theta_1}{4} - \frac{\theta_{\text{п.п}}}{2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin\left(n \frac{\theta_1}{2}\right) - \sin(n\theta_{\text{п.п}})}{n} \cos \theta \right], \quad (5)$$

где $\theta_{\text{п.п}}$ — азимутальная протяженность прямолинейного промежутка ($\theta_{\text{п.п}} = 22^\circ 45'$),

θ_1 — азимутальный размер возмущающего магнитного поля ($90^\circ \leq \theta_1 \leq 157^\circ 15'$),

θ — текущая координата $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

В расчетах используем постоянную составляющую $f(\theta)_0$ и первую гармонику $f(\theta)_1$ данной функции.

Необходимое изменение магнитного поля в области r_0 для смещения равновесной орбиты на $\Delta r = r_{\text{осв.ср}} - r_0$ находим из выражения

$$\Delta H_0 = H_0 (1 - n) \frac{\Delta r}{r_0} \frac{\sin \pi \sqrt{1 - n}}{\sin \left(\frac{\Theta_{\text{расч.}} \sqrt{1 - n}}{2} \right)}, \quad (6)$$

где $\Theta_{\text{расч.}} = \Theta_1 - \Theta_{\text{п.п.}}$.

Отклонение от равновесной орбиты x находим в виде

$$x = x_0 + h_0 \cos t + y, \quad (7)$$

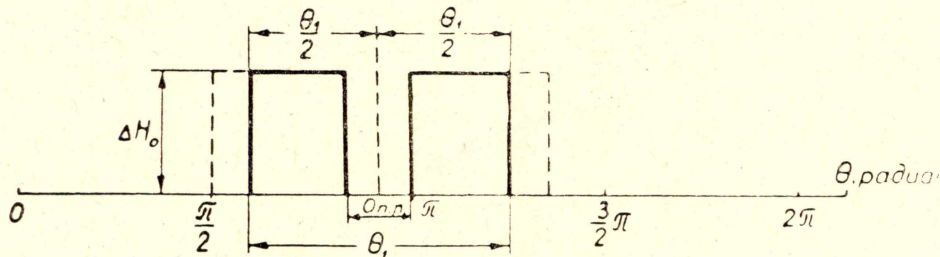


Рис. 2. Возмущающее магнитное поле, используемое для расчета вывода пучка электронов

где x_0 — симметричное расширение равновесной орбиты под действием $f(\Theta)_0$:

$$x_0 = \frac{r_0}{H_0(n-1)} f(\Theta)_0; \quad (8)$$

h_0 — амплитуда асимметричного смещения равновесной орбиты под действием силы $f(\Theta)_1$:

$$h_0 = \frac{r_0}{H_0 n} f(\Theta)_1; \quad (9)$$

y — радиальные колебания электронов с частотой $0,5 \omega_0$ около смещенной орбиты.

Уравнение движения, записанное относительно y , имеет вид:

$$\frac{dy^2}{dt^2} + \omega^2 y = \varepsilon [3x_0 (y^2 + 2hy \cos t + h^2 \cos^2 t) + y^3 + 3y^2 h \cos t + 3yh^2 \cos^2 t + h^3 \cos^3 t] + 2 \frac{dh}{dt} \sin t, \quad (10)$$

где ε — эмпирический коэффициент ($\varepsilon \ll 1$).

Решение уравнения (10) находим согласно [19] в виде:

$$y = a \cos \left(\frac{t}{2} + \vartheta \right), \quad (11)$$

где a — амплитуда колебаний электронов,

ϑ — фаза колебаний электронов.

a и ϑ находятся из уравнений:

$$\frac{da}{dt} = aA \sin 2\vartheta - aB, \quad (a)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = C - Da^2 + A \cos 2\vartheta, \quad (б)$$

(12)

где A, B, C, D — коэффициенты, зависящие от ω_r и медленно меняющиеся во времени:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3x_0 h \varepsilon}{2\omega_r}, & B &= \frac{\varepsilon}{2\omega_r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \tau}, \\ C &= \omega_r - \frac{1}{2} - \frac{3h^2 \varepsilon}{4\omega_r}, & D &= \frac{3\varepsilon}{8\omega_r}. \end{aligned} \quad (13)$$

Величина стационарного значения амплитуды $a_{\text{стац}}$ определяется выражением

$$a_{\text{стац}}^2 = \frac{C \pm \sqrt{A^2 + B^2}}{D} \sim \frac{C \pm A}{D}.$$

Уравнения (12) допускают жесткое возбуждение колебаний, описываемых уравнением (11), когда медленно меняющиеся коэффициенты уравнений (12) удовлетворяют условию $A \geq C$.

Рассмотрим момент резонанса, когда $A = C$. Это имеет место при

$$\omega_r = \omega_{r\text{рез}}.$$

При этом вывод электронов возможен, если амплитуда возбуждаемых при резонансе колебаний $a_{\text{стац}}$ не меньше $y = [\Delta r - (x_0 + h_0)]$. Расчеты показали, что параметры рассматриваемого синхротрона удовлетворяют выполнению данного условия $a_{\text{стац}} > y$.

§ 3. Динамика амплитуды и фазы радиальных свободных колебаний электронов при выводе. Радиальная скорость электронов на окружности освобождения

При нормальном процессе ускорения до момента смещения равновесной орбиты электроны распределены по фазам радиальных свободных колебаний равномерно в диапазоне $(0 \div 2\pi)$. Предварительные расчеты показали, что достаточно просчитать динамику для начальных значений фазы $\vartheta_0 = 0^\circ \div 180^\circ$.

В синхротроне, благодаря наличию растущего магнитного поля, бетатронные колебания электронов затухают пропорционально \sqrt{H} , где H — напряженность магнитного поля на равновесном радиусе r_0 . Кроме того, при энергиях ускоренных электронов порядка сотен $M\text{эВ}$ происходит затухание бетатронных колебаний за счет радиационного трения. В процессе ускорения электроны взаимодействуют друг с другом и с молекулами остаточного газа и за счет этого происходит некоторое увеличение размеров пучка. Распределение электронов по амплитудам колебаний можно описать с помощью функции $C \cdot e^{-x^2}$. Учитывая выше сказанное, находим, что начальное значение амплитуды свободных радиальных колебаний в конце цикла ускорения можно принять равным $a_0 = 0,1 \text{ см}$. Решение уравнений (11, 12) проводим для начальных условий: $a_0 = 0,1 \text{ см}$; $\vartheta_0 = (0^\circ \div 180^\circ)$.

Уравнения (12) решаем графоаналитическим методом [20]. В уравнении (12а) член $aB = 0$, так как рассматриваем случай $\omega = \omega_{r\text{рез}} = \text{const}$.

При соответствующем выборе масштаба величин $\frac{da}{dt} = \varphi(t)$, $\frac{d\vartheta}{dt} = f(t)$,

$a = \psi(t)$ и $\vartheta = f(t)$ графическое построение можно заменить численными выкладками. Наряду с упрощением решения это повышает точность расчетов. Уравнения (12) были протабулированы и решены на вычислительной машине для всех начальных условий. На рис. 3, 4 приведены графики решений: $a = \psi(t)$, $\vartheta = f(t)$.

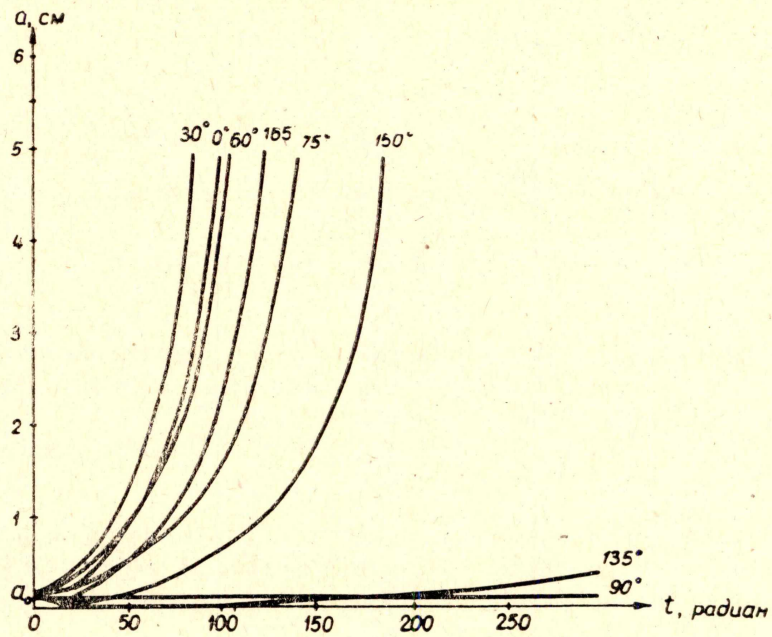


Рис. 3. Зависимость амплитуды параметрических колебаний электронов для $a_0 = 0,1$ см и различных начальных значений фазы $v_0 = (0^\circ \div 180^\circ)$

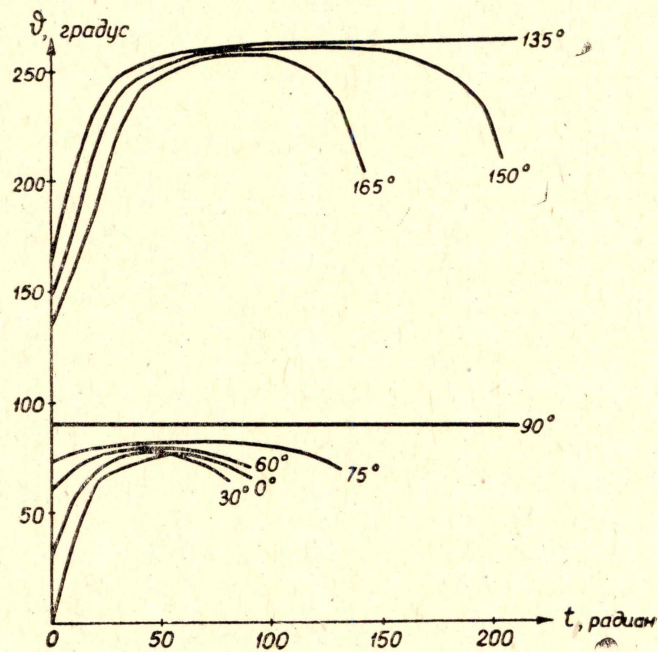


Рис. 4. Зависимость фазы параметрических колебаний электронов для $a_0 = 0,1$ см и различных начальных значений фазы $v_0 = (0^\circ \div 180^\circ)$

Уравнение (11) также было протабулировано для решения на вычислительных машинах. Решения $y = f(t)$ находились для значений t , близких к $t_{\text{осв}}$ ($t_{\text{осв}}$ — момент выхода электронов на окружность освобождения в радианах).

Результаты расчетов показывают, что:

1. Время от момента начала резонансной раскачки свободных радиальных колебаний электронов до выхода на окружность освобождения зависит от начального значения фазы колебаний ϑ_0 .

2. На окружности освобождения электроны по фазам колебаний группируются в два сгустка: $\varphi_{s_1} \sim 70^\circ$ и $\varphi_{s_2} \sim 250^\circ$.

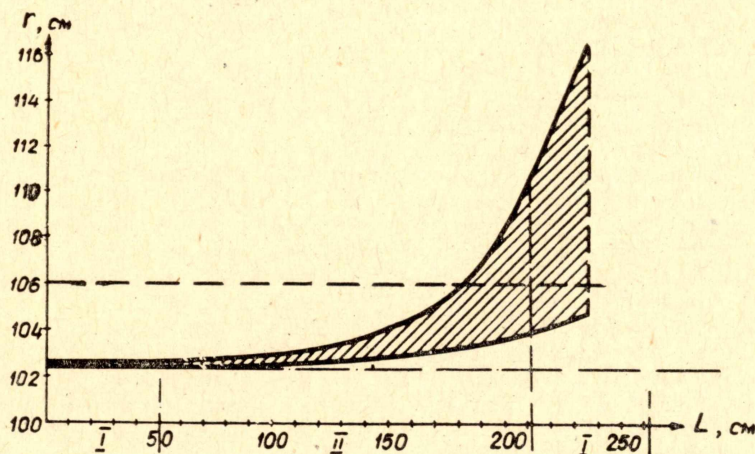


Рис. 5. Спектр траекторий пучка электронов, движущихся в рассеянном поле ускорителя после момента освобождения (по оси абсцисс: I — прямолинейный промежуток, II — квадрант магнита)

3. Освобождение электронов из-под действия фокусирующих сил магнитного поля ускорителя происходит в узкой азимутальной области орбиты ($\sim 15^\circ$). Прирост амплитуды колебания электрона за оборот к моменту освобождения составляет ~ 1 см.

4. Расходимость пучка электронов на окружности освобождения составляет $\sim 1,2 \cdot 10^{-2}$ рад.

Динамика амплитуды и фазы радиальных свободных колебаний электронов была просчитана также на электронно-моделирующей машине типа ИПТ-5. Результаты решения записывались на цифровом вольтметре и фотографировались с индикаторного устройства. Качественно результаты вычислений и решения, полученные на ИПТ-5, хорошо совпадают.

Построение траекторий движения пучка электронов в рассеянном магнитном поле синхротрона при допущении, что электроны моноэнергетичны и за время вывода энергия их не изменяется, показывает, что пучок сильно размывается в горизонтальной плоскости (рис. 5).

Начальная расходимость пучка на окружности освобождения составляла $\sim 1,2 \cdot 10^{-2}$ рад. Если не использовать дополнительно никакое выводное устройство, то практически приемлемые параметры пучка в области выводного окна (расходимость, эффективность вывода) получить нельзя. Еще в большей степени данное замечание относится к ускорителям на более высокие энергии.

Для проведения пучка электронов через поле рассеяния магнита синхротрона можно использовать импульсную магнитную фокусировку

пучка магнитными полями с крутизной фронтов порядка 10^{-8} сек (безжелезные магнитные линзы или же линзы с сердечниками из высокочастотных ферритов), магнитный дефлектор с резко спадающим магнитным полем [21] или электромагнитный дефлектор.

Применение последнего является наиболее перспективным и практически наиболее легко осуществимым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. А. Кононов. Диссертация, ТПИ, г. Томск, 1957.
2. Л. С. Соколов. Диссертация, ТПИ, г. Томск, 1957.
3. В. В. Владимирский и др. ПТЭ, № 3, 1956.
4. Intern. conf. on high energy acceler. and insstr., CERN, 1959.
5. CERN, CEA, p. 30, 1960.
6. K. J. Le Couter, Proc. Phys. Soc., B 64, 1073, 1951.
7. S. Cohen, A. Crewe, Proc. CERN Symp., 1, 140, 1956.
8. Ю. Я. Лембра. ЖТФ, 29, 992, 1959.
9. Ю. Я. Лембра. ЖТФ, 30, 405, 1960.
10. А. А. Воробьев, Л. С. Соколов. Сб. «Ускорители». Госатомиздат, 1960.
11. A. Turren. «Nuovo Cimento», X, 8, 511, 1958.
12. F. W. Brasse, G. E. Fischer, M. Fotino, K. W. Robinson, Intern. conference on high energy accelerators, Дубна. 1963.
13. U. Bizzari, A. Turren. «Nuovo Cimento», 37, 2, 751, 1965.
14. X. П. Симонян. Отчет ЭКУ-49, Е, 1958.
15. А. Ц. Амагуни. Отчет ЭКУ-57, Е, 1958.
16. Л. Н. Бондаренко. Диссертация, ИЯФСО АН СССР, 1963.
17. М. С. Рабинович. Труды ФИАН СССР, т. 10, Изд-во АН СССР, 1958.
18. Г. И. Димов, Ю. К. Петров. Известия вузов, «Физика», № 5, 1959.
19. Н. Н. Боголюбов, И. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физмат, 1955.
20. В. И. Смирнов. Курс высшей математики. Т. 2, стр. 25, 1956.
21. А. В. Попов и др. ЖТФ, Т. 32, 9, 1037, 1962.