ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 156 1969

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ФАЗОВОГО ЭЛЛИПСА В ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Н. В. ТРИХАНОВА, В. А. КОЧЕГУРОВ

В [1] показано, что расчет движения электронных пучков в системах транспортировки необходимо проводить на фазовой плоскости. При этом характеристики пучка вдоль движения представляются в виде фазового эллипса, описываемого уравнением

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = \varepsilon, \tag{1}$$

где $\beta, \gamma, \varepsilon$ характеризуют соответственно полуширину, полурасходимость пучка и площадь фазового эллипса.

Расчет сводится к определению параметров эллипса (γ, α, β), которые изменяются вдоль движения в зависимости от характера действующих внешних сил на электронный пучок. Следует указать, что площадь эллипса в соответствии с теоремой Лиувилля остается постоянной. Для пространства без внешних магнитных полей параметры эллипса преобразуются в соответствии с уравнением [2]:

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & y & y^2 \\ 1 & 1 & -y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \gamma_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Под действием внешнего поперечного магнитного поля все частицы будут совершать движение, описываемое уравнением

$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{ecH_z}{\sqrt{w^2 - w_0^2}}, \tag{3}$$

где

e — заряд электрона,
c — скорость света,
W — полная энергия электрона,
W_0 — энергия покоя электрона,
H_z — напряженность внешнего магнитного поля.

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$\begin{aligned} x' &= -AH_z y + x_0'; \\ x &= -\frac{1}{2} AH_z y^2 + x_0' y + x_0, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$A = \frac{ec}{\sqrt{W^2 - W_0^2}},$$

y — продольная координата,

x_0', x_0 — начальные угол и отклонение электрона.

Решая совместно уравнения (1) и (4) для данных начальных условий $\gamma_0, \beta_0, \alpha_0, x_0, x_0'$ и внешнего магнитного поля, получим уравнение фазового эллипса при некотором значении y:

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 + 2\delta x + 2\eta x' = \varepsilon_1, \tag{5}$$

где

$\gamma = \gamma_0;$

$\alpha = \alpha_0 + \gamma_0 y;$

$\beta = \gamma_0 - 2\alpha_0 y + \beta_0;$

$\delta = \frac{1}{2} A H_z y^2 \gamma_0 + A H_z y (\alpha_0 - \gamma_0 y);$

$\eta = -\frac{1}{2} A H_z y^3 \gamma_0 + A H_z y^2 (\gamma_0 y - 2\alpha_0) + A H_z y \left(\frac{y\alpha_0}{2} + \beta_0 \right).$

Уравнение (5) представляет собой уравнение фазового эллипса со смещенным центром. Координаты центра такого эллипса определяются:

$$x_y = -\frac{\begin{vmatrix} \delta & \alpha \\ \eta & \beta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \gamma & \alpha \\ \alpha & \beta \end{vmatrix}} = -\frac{1}{2} A H_z y^2; \tag{6}$$

$$x_y' = \frac{\begin{vmatrix} \gamma & \delta \\ \alpha & \eta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \gamma & \alpha \\ \alpha & \beta \end{vmatrix}} = A H_z y.$$

Нетрудно заметить, что коэффициенты γ, α, β в уравнении (5) и эти же коэффициенты, вычисленные из выражения (2) для пространства дрейфа, соответственно равны. Отсюда можно сделать вывод, что действие внешнего поперечного магнитного поля при движении электронного пучка в пространстве дрейфа не искажает конфигурацию фазового эллипса, а только лишь смещает его центр. Это позволяет при расчете электронно-оптических систем с учетом внешних магнитных полей пользоваться методикой, разработанной в [1] с применением средств аналоговой вычислительной техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Кочегуров, Н. В. Триханова. Труды VI Межвузовской конференции по электронным ускорителям, 1966.
2. P. T. Kirstein, Journal of electronics and control. First Series, v XIV N 3, 1963.