

О СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ С СОХРАНЯЮЩИМСЯ НАПРАВЛЕНИЕМ ОСЕЙ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ

В. И. МАКСАК

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

В настоящее время процессы нагружения тела при пластическом деформировании принято разделять на два типа: простое нагружение и сложное нагружение. При простом нагружении напряжения возрастают пропорционально одному параметру и главные оси напряжений сохраняют свое направление. При сложном нагружении напряжения изменяются непропорционально, а главные оси напряжений могут оставаться постоянными или поворачиваться в пространстве. Далее рассматривается тот случай сложного нагружения, когда главные оси сохраняют постоянное направление.

Процесс нагружения элемента тела можно описать с помощью инвариантов тензора напряжений. В качестве таковых здесь принимаются так называемые вспомогательные инварианты тензора напряжений [1]:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \\ \bar{\sigma}_1 &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \\ \psi &= \arctg \frac{2\delta_2 - \delta_1 - \delta_3}{\sqrt{3}(\delta_1 - \delta_3)},\end{aligned}$$

где $\bar{\sigma}$ — среднее нормальное напряжение;

$\bar{\sigma}$ — интенсивность касательных напряжений;

ψ — угол вида напряженного состояния.

Так как при умеренных значениях напряжений среднее напряжение не оказывает большого влияния на величину пластической деформации, то процесс нагружения может быть описан с помощью интенсивности касательных напряжений и угла вида напряженного состояния.

В пространстве главных напряжений величина $\bar{\sigma}$ представляет собой касательное напряжение, действующее по площадке равнонаклоненной к осям главных напряжений, а направление его в этой площадке характеризуется углом ψ . При сложном нагружении, когда главные оси сохраняют свое направление, величина $\bar{\sigma}$ меняет свою величину и направление, однако все время остается в октаэдрической площадке. Таким образом, $\bar{\sigma}$ является вектором касательного напряжения, который

лежит в октаэдрической площадке, и направление его задается углом вида напряженного состояния Ψ .

Многочисленные эксперименты показывают, что при простом нагружении интенсивность напряжений есть определенная функция интенсивности деформаций, не зависящая от вида напряженного состояния, то есть от Ψ .

$$\sigma_i = f(e_i),$$

$$\text{где } \sigma_i = \sqrt{3} \bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_1 - e_2)^2 + (e_2 - e_3)^2 + (e_3 - e_1)^2}$$

Эту зависимость определяют из опыта на растяжение. При сложном нагружении, как показывают опыты, эта зависимость не выполняется, и интенсивность деформаций должна быть функцией интенсивности напряжений и угла вида напряженного состояния.

$$e_i = \varphi(\sigma_i, \psi).$$

Представляется необходимым выяснить, как влияет на изменение интенсивности деформаций изменение Ψ . Вероятно, наиболее приемлемыми для этой цели будут такие пути нагружения, у которых в процессе сложного нагружения изменяется только Ψ , а величина σ_i остается постоянной и равной своему значению в начале сложного нагружения. Подобные опыты проводились. Так, в работе [2] описаны результаты испытаний по такому нагружению двух образцов из стали ЗОХНЗА. Образцы нагружались в пластическую область так, что $\sigma_1 = \sigma_2$, а затем нагружение происходило по кривой $\sigma_i = \text{const}$ в координатах $\sigma_1 - \sigma_2$, причем пути нагружения образцов шли в разные стороны.

На рис. 1 представлены экспериментальные точки для участка сложного нагружения в координатах $e_i - \Psi$. Из графика видно, что экспериментальные точки довольно близко расположены к прямым, которые имеют одинаковый наклон. Прямые не проходят через начало координат, что, вероятно, можно отнести за счет погрешностей, которые могли возникнуть при получении данных с графиков работы [2]. В другой работе [3] такому пути нагружения был подвергнут образец из алюминиевого сплава 14S — Т6. Экспериментальные точки для этого образца также нанесены на рис. 1. И для этого образца точки располагаются довольно близко к прямой, однако при значительном увеличении Ψ они отходят от этой прямой.

Для того, чтобы выяснить, как влияет величина интенсивности напряжений на пластическую деформацию для путей нагружения $\sigma_i = \text{const}$, были проведены опыты по сложному нагружению для этих путей.

Были использованы трубчатые образцы из стали 40 диаметром 30 мм и толщиной стенки 1 мм. Длина рабочей части 130 мм. Равностенность образцов проверялась на приспособлении, аналогичном в общих чертах приспособлению, описанному в работе [4]. Отклонения для одного образца по толщине стенки составляли $\pm 0,05$ мм. Образцы были подвергнуты отжигу при температуре 600° в течение 6 часов с охлаждением печью. После отжига материал образцов имел предел текучести $\sigma_s = 3600$ кг/см², модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^6$ кг/см². Испытания проводились на машине ZDMU-30 путем нагружения образца растягивающей силой и внутренним давлением. Продольные деформации измерялись специально изготовленным приспособлением с помощью двух индикаторов с ценой деления 0,01 мм на базе 100 мм. Поперечные деформации измерялись с помощью микронного индикатора с ценой деле-

ния 0,001 мм на диаметре 30 мм. На сложное нагружение при постоянной интенсивности напряжений испытано четыре образца. Испытания проводились следующим образом: образец растягивался в пластическую область до заданного значения σ_i , а затем производилось сложное нагружение путем изменения осевой силы и внутреннего давления

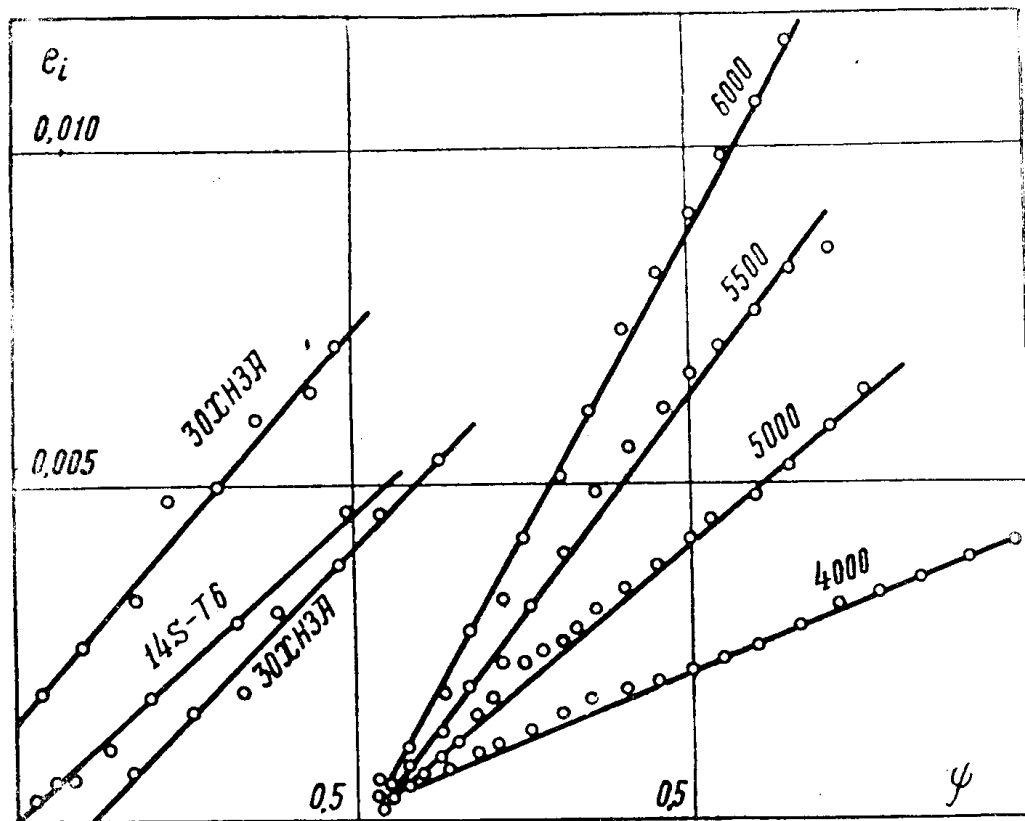


Рис. 1.

таким образом, что интенсивность напряжений в процессе сложного нагружения оставалась постоянной. Осевая сила и внутреннее давление изменялись малыми ступенями. Показания приборов, измеряющих деформацию, отсчитывались спустя одну — две минуты после нагружения на данную ступень. Для разных образцов были заданы следующие значения интенсивности напряжений: 4000 кг/см², 5000 кг/см², 5500 кг/см² и 6000 кг/см². Экспериментальные точки, соответствующие сложному нагружению, нанесены на рис. 1 в координатах $e_i - \psi$. Из графика видно, что для каждого значения интенсивности напряжений экспериментальные точки ложатся близко к прямой. С увеличением интенсивности напряжений тангенс угла наклона прямой увеличивается. При интенсивности напряжений, равной пределу упругости, подобное сложное нагружение не будет вызывать дополнительных пластических деформаций и тангенс угла наклона будет равен нулю. На рис. 2 показана зависимость тангенса угла наклона от величины интенсивности напряжений в координатах $n - \sigma_i$, где

$$n = \frac{e_i}{\psi}.$$

Рассмотрим произвольный путь нагружения, который может быть представлен как годограф вектора интенсивности напряжений в октаэд-

рической площадке (рис. 3), и возьмем две бесконечно близкие точки a и b . При переходе из точки a в точку b величины σ_i и ψ получают приращения $\Delta\sigma_i$ и $\Delta\psi$. Разобьем путь нагружения на два пути. На пути нагружения 1 величина σ_i остается постоянной, а величина ψ изменится на $\Delta\psi$. На пути нагружения 2 изменяется σ_i на величину $\Delta\sigma_i$, а ψ остается постоянным. Другими словами, произвольное нагружение предлагается разбивать на сложное нагружение, при котором интенсивность напряжений остается постоянной, и простое нагружение, при котором отношение между напряжениями остается постоянным и равным тому отношению, которое имело место в конце сложного нагружения.

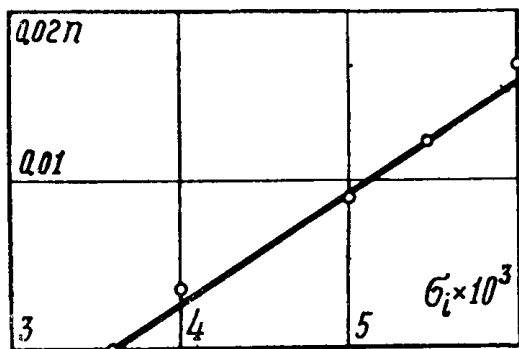


Рис. 2.

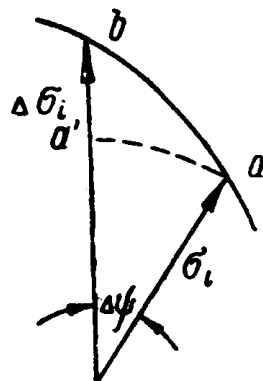


Рис. 3.

Далее предполагается, что приращение пластической деформации на участке сложного нагружения $a - b$ равно сумме приращений пластических деформаций на элементарных путях нагружения 1 и 2.

$$\Delta e_i = \Delta e_{i1} + \Delta e_{i2}.$$

Конечно, это предположение в какой-то мере упрощает действительное положение вещей, однако подобные попытки разбиения пути нагружения использовались ранее [5].

В качестве первого приближения можно принять, что при сложном нагружении, когда интенсивность напряжений постоянна, приращение интенсивности деформаций пропорционально приращению ψ

$$\Delta e_{i1} = n\psi,$$

а коэффициент n зависит линейно от σ_i (рис. 1)

$$n = \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}),$$

где σ_{is} — предел текучести материала, а κ — коэффициент пропорциональности, который при сделанных допущениях считается постоянным для данного материала. При простом нагружении приращение интенсивности деформаций определяется

$$\Delta e_{i2} = \varphi'(\sigma_i) \Delta\sigma_i,$$

где $\varphi'(\sigma_i)$ — величина, обратная пластическому модулю в данной точке кривой напряжение — деформация при растяжении.

Полное приращение пластической деформации выражается

$$\Delta e_i = \varphi'(\sigma_i) \Delta\sigma_i + \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}) \Delta\psi.$$

Уменьшая элементарный путь нагружения $a - b$, это выражение можно записать в дифференциалах

$$de_i = \varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}) d\psi.$$

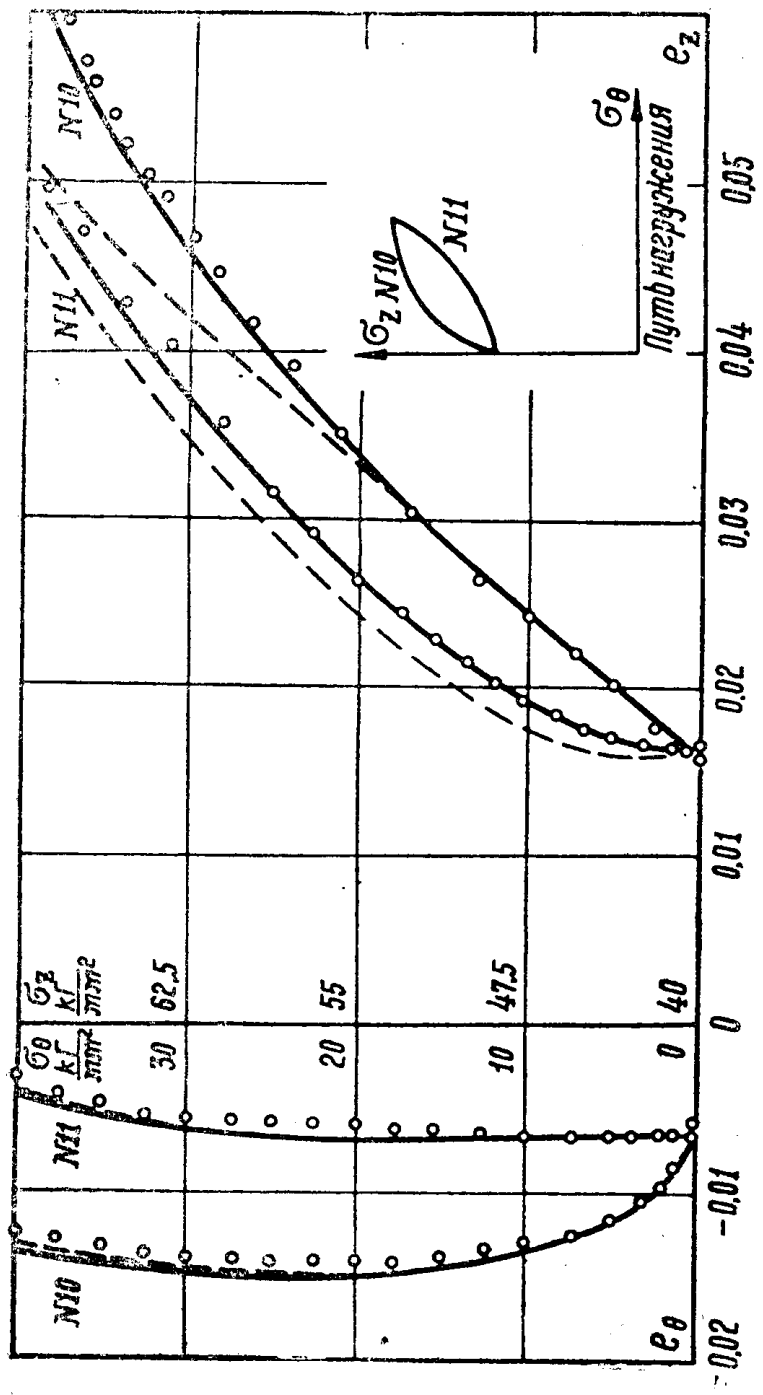


Рис. 4.

При сделанных допущениях это выражение является условием упрочнения в дифференциальной форме при $\sigma_i > \sigma_{is}$ и при таких путях нагружения, когда $d\sigma_i \geq 0$.

Выражения для приращений составляющих полной деформации теории пластического течения при данном условии упрочнения записываются:

$$de_1 = \frac{3(\sigma_1 - \sigma)}{2\sigma_i} [\varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}) d\psi] + \frac{1}{E} (d\sigma_1 - \mu d\sigma_2 - \mu d\sigma_3),$$

$$de_2 = \frac{3(\sigma_2 - \sigma)}{2\sigma_i} [\varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}) d\psi] + \frac{1}{E} (d\sigma_2 - \mu d\sigma_3 - \mu d\sigma_1),$$

$$de_3 = \frac{3(\sigma_3 - \sigma)}{2\sigma_i} [\varphi'(\sigma_i) d\sigma_i + \kappa(\sigma_i - \sigma_{is}) d\psi] + \frac{1}{E} (d\sigma_3 - \mu d\sigma_1 - \mu d\sigma_2),$$

где E — модуль упругости;

μ — коэффициент Пуассона.

На рис. 4 представлены результаты испытания двух образцов (№ 10 и № 11) и пути их нагружения. Оба образца растягивались до появления пластических деформаций, а затем производилось сложное нагружение по различным путям. На графике точками обозначены экспериментальные данные на участке пути сложного нагружения $A-B$, сплошной линией — результаты, полученные по предлагаемым выражениям, и пунктирной линией — по теории течения.

Как видно из графика, предложенные выражения лучше описывают процесс сложного нагружения, чем теория течения.

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Экспериментальные данные по сложному нагружению, когда интенсивность напряжений в процессе нагружения постоянна, а главные оси напряжений сохраняют свое направление, показывают, что интенсивность деформаций возрастает примерно пропорционально изменению угла вида напряженного состояния.

2. Коэффициент пропорциональности возрастает с увеличением интенсивности напряжений.

3. Предложенные выражения для компонентов деформаций могут быть использованы в качестве первого приближения для описания пластического деформирования изотропных металлов при сложном нагружении данного типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Новожилов. Теория упругости. Судпромгиз, 1958.
2. А. М. Жуков. О пластических деформациях изотропного металла при сложном нагружении. Изв. АН СССР, ОТН, № 8, 1955.
3. Marin I, Hu L. W. On the Validity of Assumptions Made in Theories of Plastic Flow for Metals, Trans. ASME, vol 75, N 6, 1953.
4. А. М. Жуков. Исследование пластических деформаций стали при сложном нагружении. Инженерный сборник, т. 18, Изд. АН СССР, 1954.
5. В. Д. Ключников. О законах пластичности для частного класса путей нагружения. ПММ, т. XXI вып. 4, Изд. АН СССР, 1957.