

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПЛАСТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ТВЕРДОСТИ

Г. Д. ДЕЛЬ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Деформированное состояние в пластической области чаще всего исследуется методом делительных сеток [1]. Этот метод, обладающий рядом бесспорных достоинств, не лишен и недостатков, из которых наиболее серьезными являются сложность исследования сравнительно малых пластических деформаций (до 10%), а также определения деформированного состояния во внутренних областях тела. В этом отношении метод делительных сеток в ряде случаев хорошо дополняется методом измерения твердости [2, 3].

При изучении пластической деформации измерением твердости предварительно строится тарифовочный график «интенсивность напряжения σ_i — твердость H — интенсивность логарифмических деформаций e_i ». Тарифовочный график строится путем испытания исследуемого материала в условиях простейших напряженных состояний (обычно при сжатии, кручении или растяжении). Исследуемый процесс пластической деформации моделируется. С этой целью изготавливается ряд моделей, которые подвергаются пластической деформации различной степени. В различных точках деформированных моделей измеряется твердость. Для этого иногда приходится разрезать модели или сострагивать слои материала. Из тарифовочного графика по твердости определяется соответствующая ей величина интенсивностей напряжений и деформаций.

В основе метода лежит предположение о том, что связь между твердостью, интенсивностью напряжений, интенсивностью деформаций является единой для различных напряженных состояний. В результате проверки этого предположения подтверждено [4], что связь между H и σ является единой. Связь между интенсивностью деформаций и твердостью является единой в предположении о единой кривой течения $\sigma_i(e_i)$. Это означает, что вид кривой $e_i(H)$ в некоторой степени зависит от вида напряженного состояния. Поэтому тарифовку следует выполнять в условиях, близких к исследуемому процессу.

Возникают и другие трудности при определении интенсивности деформаций по твердости. Тарифовочный график очень чувствителен к свойствам материала, поэтому следует изготавливать образцы для тарифовки из того же прутка, из той же болванки, из которых изготавливаются модели. Исходная твердость образцов для тарифовки и моделей должна быть одинаковой.

Чувствительность твердости к приращению пластической деформации $\frac{dH}{de_i}$ значительна в области малых деформаций. С увеличением пластических деформаций она убывает. Величина $\frac{dH}{de_i}$ в значительной мере зависит от упрочняемости материала. Поэтому точность определения деформаций по распределению твердости может сильно изменяться от точки к точке модели.

Пусть требуется определить величину интенсивности деформации с точностью $\pm \Delta e_i$. Для этого твердость должна быть измерена с относительной погрешностью, не превышающей $\pm \frac{dH}{de_i} \frac{\Delta e_i}{H}$. Разброс твердости подчиняется нормальному закону распределения, поэтому такую точность можно получить с вероятностью f , если твердость определена как среднее n измерений [5]:

$$n = \frac{f}{\Phi\left(\frac{dH}{de_i} \frac{\Delta e_i}{m\sqrt{2}}\right)}, \quad (1)$$

где Φ — функция Лапласа от аргумента, стоящего в скобках, m — среднеквадратичное отклонение. Среднеквадратичное отклонение практически не зависит от величины деформации (рис. 1).

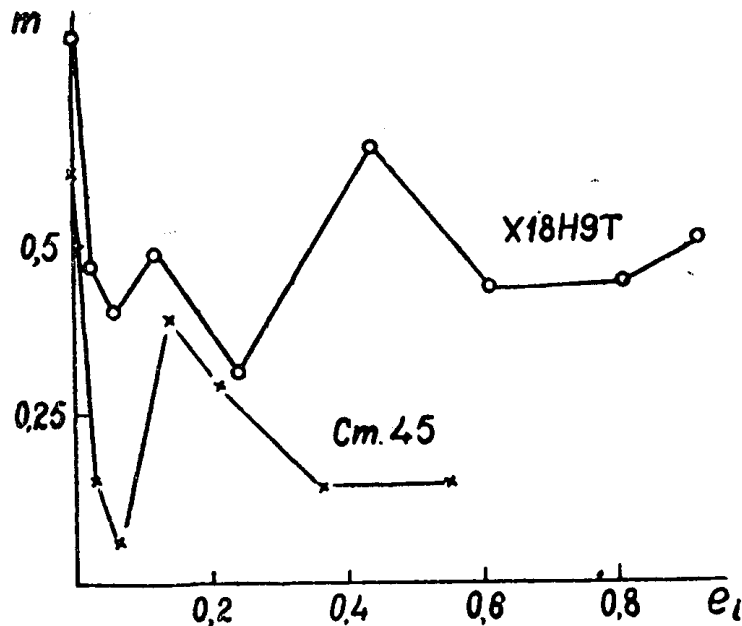


Рис. 1.

Результаты, приведенные на рис. 1, получены путем испытаний сталей X18H9T и стали 45 на кручение. При различных степенях деформации производилось по 10 измерений твердости по Роквеллу HRD на цилиндрической поверхности образцов.

Вследствие этого величину m можно определять по результатам тарировки из соотношения:

$$m \approx \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{\kappa} (H_i - H_T)^2}}{\kappa}, \quad (2)$$

где H_i — результат измерения твердости при деформации образца e_i , H — величина твердости, найденная из тарировочного графика по e_i , k — число измерений, произведенных при тарировке (обычно около 100).

Если положить

$$\eta_e = \frac{dH}{de_i} \frac{e_i}{m}, \quad (3)$$

то из (1) следует, что число измерений твердости, необходимое для того, чтобы определить с вероятностью f величину e_i с относительной погрешностью, лежащей в пределах $\pm \frac{\Delta e_i}{e_i}$, независимо от материала

и способа испытания твердости полностью определяется величиной параметра η_e . При заданном числе измерений твердости этот параметр характеризует точность определения e_i .

Рассуждая аналогично, получаем для интенсивности напряжений

$$\eta_\sigma = \frac{dH}{d\sigma_i} \frac{\sigma_i}{m}. \quad (4)$$

На рис. 2 показано изменение параметров η_e и η_σ в процессе пластической деформации нержавеющей стали при измерении твердости по Роквеллу HRD . Эта фигура показывает, что точность определения e_i по твердости гораздо ниже точности определения σ_i . Следует

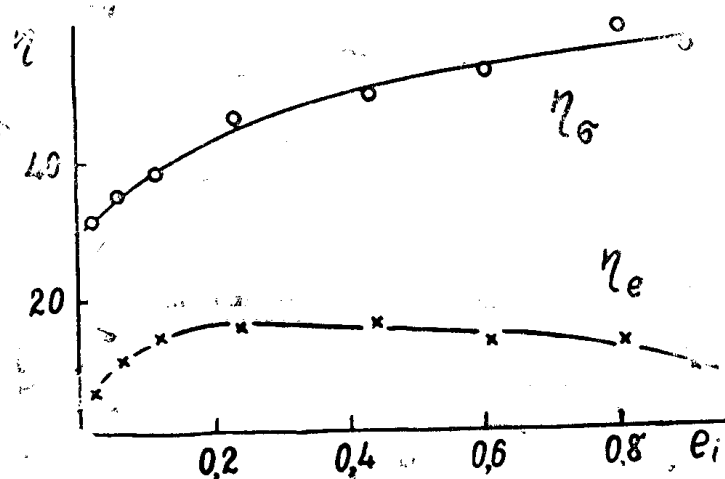


Рис. 2.

также иметь в виду, что если величина η_σ слабо зависит от упрочняемости материала, то η_e очень сильно зависит от нее, убывая с уменьшением упрочняемости. Практика показывает, что определение деформаций является надежным только в тех случаях, когда $\eta_e > 10$. Необходимая величина η_e иногда достигается путем соответствующего выбора способа испытания твердости (выше всего η_e при испытании твердости по Бринеллю, ниже при испытании по Виккерсу, по Роквеллу).

Таким образом, измерением твердости удается определить распределение интенсивности деформаций. Но такая возможность не часто удовлетворяет исследователя; необходимо разрабатывать методы определения всех компонентов тензора деформаций по распределению твердости.

При плоской деформации можно по твердости определить величину главных деформаций. Действительно, из системы

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_1 - e_2)^2 + e_1^2 + e_2^2} = e_i, \quad e_1 + e_2 = 0 \quad (5)$$

находим

$$e_1 = -e_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} e_i. \quad (6)$$

(Второе из уравнений (5) следует из условия несжимаемости). Для определения направлений e_1 и e_2 требуются дополнительные условия.

По соотношениям (6) можно определить деформированное состояние вдоль осей симметрии. В этом случае одна из деформаций направлена по оси, другая — перпендикулярна к ней.

При исследовании осесимметричной деформации располагаем двумя уравнениями, аналогичными (5):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_r - e_\varphi)^2 + (e_r - e_z)^2 + (e_\varphi - e_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{rz}^2} &= e_i, \\ e_r + e_z + e_\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Задача рассматривается в цилиндрической системе координат, ось z совмещена с осью симметрии.

Вдоль оси z из условия симметрии

$$e_r = e_\varphi, \quad \gamma_{rz} = 0, \quad (8)$$

поэтому

$$e_r = e_\varphi = -\frac{1}{2} e_z = \pm \frac{1}{2} e_i. \quad (9)$$

Осевая симметрия накладывает определенное ограничение на деформированное состояние. Действительно окружность радиуса r_0 с центром на оси z , проведенная в плоскости $z = \text{const}$, деформируется в силу осевой симметрии в окружность с радиусом r_1 .

Окружная деформация

$$e_\varphi = \ln \frac{r_1}{r_0}. \quad (10)$$

Этой же величине равна и средняя радиальная деформация. Следовательно, имеем условие

$$e_\varphi = \frac{1}{r} \int_0^2 e_r dr. \quad (11)$$

Если продифференцировать (11), получаем

$$\frac{de_\varphi}{dr} = \frac{1}{r} (e_r - e_\varphi). \quad (12)$$

Таким образом, в общем случае осесимметричной деформации для определения четырех неизвестных e_r , e_φ , e_z , γ_{rz} недостает одного уравнения.

Если у тела имеется плоскость симметрии $z = \text{const}$, то в этой плоскости

$$\gamma_{rz} = 0 \quad (13)$$

и деформации определяются из системы (7), (12). Из (7) получаем

$$e_r^2 + e_\varphi^2 + e_r e_\varphi = \frac{3}{4} e_i^2. \quad (14)$$

Решая совместно (12) и (14), определим деформации e_r и e_φ . Для этого необходимо располагать начальными условиями (необходимо знать e_r и e_φ хотя бы в одной точке рассматриваемого сечения). Если тело является сплошным, то в качестве начального условия можно использовать деформации на оси z , определяемые по соотношениям (9). Если контур рассматриваемого сечения является свободным, то по соотношению

$$e_\varphi = \ln \frac{R}{R_0}, \quad (15)$$

где R_0 и R — радиус тела в этом сечении до и после деформации, можно определить окружную деформацию на контуре, а из (14) и радиальную деформацию.

Пусть e_φ и e_r заданы в точке 1. В точке 2, расположенной на расстоянии Δr от точки 1, согласно (12)

$$e_{\varphi 2} = e_{\varphi 1} \pm \frac{1}{2} \left(\frac{e_{r1} - e_{\varphi 1}}{r_1} + \frac{e_{r2} - e_{\varphi 2}}{r_2} \right) \Delta r. \quad (16)$$

Здесь и ниже (за исключением (19)) знак плюс относится к случаю, когда $r_1 < r_2$, а знак минус к случаю, когда $r_1 > r_2$. Из (11) получаем

$$e_\varphi = B + C e_r, \quad (17)$$

где

$$B = \frac{r_2 [2r_1 e_{\varphi 1} \pm \Delta r (e_{r1} - e_{\varphi 1})]}{r_1 (2r_2 \pm \Delta r)}, \quad C = \pm \frac{\Delta r}{2r_2 \pm \Delta r}. \quad (18)$$

Подставив (17) в (14) и решив полученное уравнение, определим

$$e_r = \frac{-B(2C+1) \pm 1,73 \sqrt{e_i^2 (1+C^2+C) - B^2}}{2(1+C+C^2)}. \quad (19)$$

Знак перед радикалом следует выбирать таким образом, чтобы не возник разрыв в деформациях e_r .

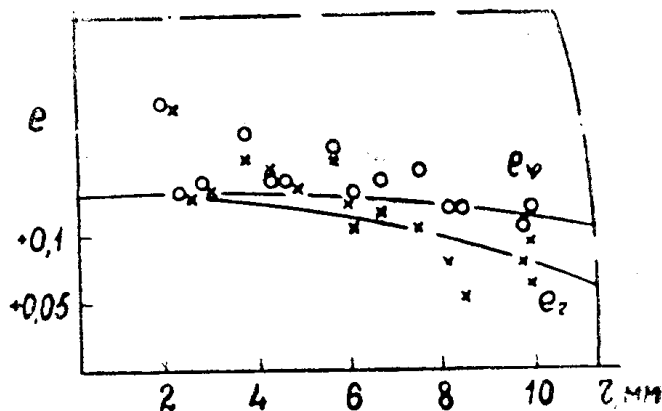


Рис. 3. Деформации при осевом сжатии.

По разработанной методике определены эпюры деформаций вдоль оси симметрии, перпендикулярной z , при осевом сжатии цилиндрическо-

го образца из нержавеющей стали X18H9T диаметром и высотой 20 мм. Твердость измерялась по Роквеллу *HRD*. В качестве начальных условий были использованы деформации на оси z . Полученные эпюры представлены в виде сплошных линий на рис. 3.

Точки, нанесенные на эти кривые, получены следующим образом. Было изготовлено два цилиндрических образца, диаметры которых были равны и вдвое превышали высоту. Вдоль радиуса одного из торцов до деформации были накернены точки. При сжатии на этот торец устанавливался второй образец. Величина осадки составила 20%. До и после деформации измерялись расстояния от точек до оси образца, а также между точками. По результатам измерения определены деформации e_r и e_φ , которые и нанесены на рис. 3. Совпадение результатов, полученных двумя методами, является достаточно хорошим. Эти результаты показывают, что на периферии образца радиальная деформация не равна окружной, что ставит под сомнение возможность определения напряженного состояния при осадке цилиндра в предположении Хаара-Кармана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Фридман, Т. К. Зилова, Н. И. Демкин. Изучение пластической деформации и разрушения методом накатанных сеток. Оборонгиз, 1962.
 2. Г. А. Смирнов-Аляев. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Машгиз, 1961.
 3. Г. Д. Дель. Исследование пластической деформации измерением твердости. Изв. ТПИ, т. 198, 1965.
 4. Г. Д. Дель. Связь между твердостью и напряжениями в пластической области. Изв. ВУЗов — Физика, № 3, 1966.
 5. Е. С. Венцель. Теория вероятностей. Физматгиз, 1958.
-