

О ПАРАМЕТРЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕМ ВЕЛИЧИНУ ДИНАМИЧЕСКОГО ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА СЕЙСМИЧЕСКИХ ВИБРОДАТЧИКОВ

В. Ф. ГОРБУНОВ, Г. С. ЖАРТОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедры горных машин, рудничного транспорта
и горной механики)

Для создания неподвижной точки отсчета в датчиках вибраций широко используются сейсмические системы самых различных конструкций. Известно [1], что при виброметрическом режиме частотный диапазон ограничен сверху частотами высших резонансов пружин, а снизу — собственной частотой основного тона f_0 . Отношение $f_{01}: f_0$, где f_{01} — частота первого обертона, определяет ширину динамического частотного диапазона подвесов датчиков; для разных конструкций оно различно. Попытаемся установить некоторые количественные соотношения между различными широко используемыми в практике подвесами. В таблице приведены значения собственных частот f_0 и частот первых обертонов f_{01} для подвесов, которые нам понадобятся для дальнейшего анализа.

Таблица

Тип подвесов	Жесткость подвески	Частота основного тона	Частота первого обертона
Консольный подвес	$C_k = \frac{3 \cdot EI}{l^3}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_k}{M}}$	$f_{01} = \frac{\sqrt{3}}{6\pi} \cdot 4,3^2 \sqrt{\frac{C_k}{m_k}}$
Подвижно - заземленный подвес	$C_n = \frac{24 \cdot EI}{l^3}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_n}{M}}$	$f_{01} = \frac{\sqrt{3}}{12\pi} \cdot 5,1^2 \sqrt{\frac{C_n}{m_n}}$
Подвес на винтовой цилиндрической пружине $i \gg 1$	$C_b = \frac{Gd^4}{8 \cdot iD^3}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_b}{M}}$	$f_{01} = \frac{3,9}{2\pi} \sqrt{\frac{C_b}{m_b}}$
То же, $i = 1$	$C_b = \frac{Gd^4}{8 \cdot D^3}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_b}{M}}$	$f_{01} = \frac{3,9}{2\pi} \sqrt{\frac{C_b}{m_b}}$

В последней графе таблицы рассматривается разновидность винтового подвеса с числом витков $i=1$. В формулах под m понимаются массы пружин. Подход к оценке значения динамического частотного диапазона маятниковых систем с упругими шарнирами несколько отличается

в связи с масштабированием за счет рычагов и будет рассмотрен отдельно.

Исходя из таблицы, можно записать частоту первого обертона для подвесов в общем виде

$$f_{01} = \kappa \sqrt{\frac{C}{m}}, \quad (1)$$

где κ — коэффициент, характеризующий конструкцию подвеса. Обращает на себя внимание подкоренное выражение $\frac{C}{m}$. Физически оно

означает некоторую удельную величину, в именно; величину жесткости подвеса, приходящуюся на единицу массы его пружин. Очевидно, чем больше отношение $\frac{C}{m}$, тем шире динамический частотный диапазон. По

значению отношения $\frac{C}{m}$ можно предугадывать поведение инерционной

системы в динамике (в смысле частотных свойств). По нашему мнению, это отношение, или параметр, должно лежать в основе выбора типов подвесов для практических целей широкодиапазонных измерений, конструировании новых упругих систем для датчиков и виброзащитных устройств, так как оно отражает совершенство упругой конструкции.

В выражение (1) практически не входит сосредоточенная масса M , если пренебречь ее незначительным влиянием на коэффициент κ . Это означает, что оформление сейсмической системы в зоне основного тона произвольно: выбором соответствующего значения M можно получить необходимую частоту f_0 при наличии упругой конструкции с жесткостью C , а упругую конструкцию выбирать с максимальным параметром $\frac{C}{m}$.

Необходимо отметить, что такая постановка вопроса не нова. Она нашла отражение в теории балок минимального веса, где отыскиваются оптимальные формы упругих элементов, обладающих максимальной жесткостью при минимальном их весе [2].

Пусть $\frac{C}{m} = \varepsilon$.

Тогда для консольного подвеса

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{3 \cdot EI_{\kappa}}{l_{\kappa}^3 m_{\kappa}} = \frac{3 \cdot Eb_{\kappa} h_{\kappa}^3 g}{12 \cdot b_{\kappa} h_{\kappa} l_{\kappa}^4 \gamma} = \left(a \frac{h_{\kappa}}{2l_{\kappa}^2} \right)^2, \quad (2)$$

где a — скорость звука в материале пружины с удельным весом γ . Для подвижно-зашемленного подвеса

$$\varepsilon_{\Pi} = \frac{24 \cdot EI_{\Pi}}{l_{\Pi}^3 m_{\Pi}} = \frac{24 \cdot Eb_{\Pi} h_{\Pi}^3 g}{2 \cdot 12 \cdot b_{\Pi} h_{\Pi} l_{\Pi}^4 \gamma} = \left(a \frac{h_{\Pi}}{l_{\Pi}^2} \right)^2. \quad (3)$$

Как видно из формул (2) и (3), при прочих равных условиях ($l_{\kappa} = l_{\Pi}$; $h_{\kappa} = h_{\Pi}$ и материала) подвижно-зашемленный подвес обладает динамическим частотным диапазоном в два раза большим, чем консольный, так как их параметры ε отличаются друг от друга в четыре раза. В реальных устройствах соотношение диапазонов близко к двум. Так, два датчика-вибромметра с одинаковой $f_0 = 17$ гц имеют верхний предел измерения, ограниченный частотами первого обертона, для консольного подвеса ~ 150 гц, а для подвижно-зашемленного ~ 320 — 350 гц. Это соотношение сохраняется в широких пределах изменения f_0 : примерно, от 5 до 80 гц.

Для цилиндрических винтовых пружин параметр ϵ существенно зависит от числа витков. Действительно:

$$\epsilon_B = \frac{Gd^4}{8 \cdot iD^3 m_B} = \frac{4 \cdot Gd^4 g}{8 \cdot \gamma (i\pi d D^2)^2} = \frac{Gd}{2\gamma} \left(\frac{d}{\pi i D^2} \right)^2 \quad (4)$$

Формула (4) справедлива при $i \geq 1$. Для расширения частотного диапазона можно также варьировать величинами d и D . Предел такой вариации определяется максимально допустимыми напряжениями в витке при деформации пружины, так как увеличение отношения $f_{01} : f_0$ за счет изменения d , D или i связано с повышением напряженного состояния пружины. Следовательно, если есть запас по допускаемому напряжению, колебательную систему на винтовых пружинах, работающую в широком спектре частот, целесообразно проектировать с одним рабочим витком. Одновитковый подвес обладает лучшими динамическими свойствами и в другом смысле: многовитковая пружина склонна к потере устойчивости и имеет в поперечном направлении низкие собственные частоты изгибных колебаний. Одновитковый подвес был использован для конструирования малогабаритных датчиков вибраций и амортизирующих устройств. С его помощью удалось расширить границу диапазона частот до 700—800 гц при $f_0 = 10$ гц.

Упругие системы с большим значением параметра ϵ при одинаковых деформациях напряжены сильнее. Видимо, в этом и сказывается возможность получения больших значений $f_{01} : f_0$ в сильнее нагруженных системах. Анализ напряженного состояния подвесов согласуется с этим выводом, поэтому рассмотрим их напряженное состояние. На рис. 1 показаны упругие линии консольного и подвижно-зашемленного подвесов. Для возможности сравнения зададим некоторые исходные условия. Предположим, что их собственные частоты f_0 равны. Это будет означать равенство жесткостей (при одной и той же массе M) и величин статических прогибов. Пусть также толщины пружин будут одинаковыми ($h_K = h_{II}$), а подвесы выполнены в равных габаритах ($l_K = l_{II}$). При таких предположениях необходимо скорректировать ширину пружин. Это можно сделать, приравняв жесткости:

$$C_K = C_{II}; \quad \frac{3 \cdot E b_K h_K^3}{12 \cdot l_K^3} = \frac{24 \cdot E b_{II} h_{II}^3}{12 \cdot l_{II}^3}$$

Следовательно,

$$b_K = 8 \cdot b_{II} \quad (5)$$

Под действием веса P для консоли в месте максимальных напряжений изгибающий момент

$$M_K^{\max} = P l_K,$$

а напряжение

$$\sigma_K^{\max} = \frac{M_K^{\max}}{W_K} = \frac{6 \cdot P l_K}{b_K h_K^2} \quad (6)$$

Для второго подвеса

$$M_{II}^{\max} = \frac{\pm 6 \cdot E I_{II}}{l_{II}^2} \lambda_{ст.}$$

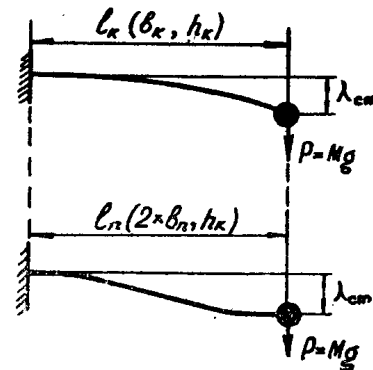


Рис. 1. Схемы консольного и подвижно-зашемленного подвесов вибродатчиков

Но так как

$$\lambda_{ст} = \frac{P}{C_{п}} = \frac{Pl^3}{24 \cdot EI_{п}}, \text{ то } M_{п}^{\max} = \pm \frac{Pl_{п}}{4}.$$

Соответственно максимальные напряжения

$$\sigma_{п}^{\max} = \frac{M_{п}^{\max}}{W_{п}} = \pm \frac{6 \cdot Pl_{п}}{4 \cdot bh_{п}^2}. \quad (7)$$

Из формул (5), (6) и (7) получим отношение напряжений:

$$\frac{\sigma_{п}^{\max}}{\sigma_{к}^{\max}} = \frac{6 \cdot Pl_{п} b_{к} h_{к}^2}{6 \cdot 4 \cdot Pl_{к} b_{п} h_{п}^2} = 2.$$

Таким образом, при одинаковых условиях сравнения подвижно-защемленный подвес имеет значение параметра ε в четыре раза больше при большем напряженном состоянии.

К аналогичному выводу приходим при рассмотрении винтовых пружин. Ограничиваясь учетом только касательных напряжений, то есть пренебрегая изгибом витков [3], получим

$$\tau^{\max} = \frac{8 \cdot PD}{\pi d^3}.$$

Исходные данные для сравнения аналогичны предыдущему случаю. Пусть $D_1 = D_2$, (под индексом 1 будем иметь в виду многovitkovую, а под индексом 2 — одновитkovую пружину). Из условия равенства жесткостей скорректируем диаметры проволоки.

Очевидно,

$$d_1 = \sqrt[4]{i} d_2,$$

а так как

$$\frac{\tau_1^{\max}}{\tau_2^{\max}} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3, \text{ то } \tau_2^{\max} = i^{3/4} \cdot \tau_1^{\max}.$$

Отношение параметров

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{d_1^2}{i^2 D_1^4} \cdot \frac{D_2^4}{d_2^2} = \left(\frac{d_1}{l d_2} \right)^2 = i^{3/4}.$$

Сравнивая отношение параметров ε и величины τ^{\max} , можно сказать, что одновитkovый подвес в динамическом смысле отличается лучшими свойствами, а его напряженное состояние значительно выше, чем у многovitkovого.

Мы ограничились случаем, когда подвесы находятся под действием только статических сил, вызванных весом массы. Соблюдая одинаковые условия расчета, можно было брать и другие силы. Выбор сил произволен, так как интерес в данном случае представляют не абсолютные значения напряжений, а их отношения.

В заключение рассмотрим, почему маятниковые направляющие с упругим шарниром типа «крест пружин» обладают очень большим динамическим частотным диапазоном. Жесткость к кручению упругого шарнира, состоящего из нескольких плоских пружин или круглого сечения, определяется выражением [4].

$$C_{к.п} = \frac{nEI_{к.п}}{l_{к.п}},$$

где n — число пружин в упругом шарнире (обычно 3—4);

$l_{к.п}$ — рабочая длина пружин.

Жесткость к кручению может быть приведена к линейной размерности через длину маятника l_p , а именно:

$$C'_{к.п} = \frac{C_{к.п}}{l_p^2} = \frac{nEl_{к.п}}{l_{к.п}l_p^2}.$$

В противном случае нам нельзя будет сравнить упругий шарнир с подвижно-зашемленным.

Например, чтобы обеспечить точку поворота рычага маятника стабильной, без „увода“ при деформации, рабочую длину пружин делают короткой (1—2 мм). Толщина и ширина пружин того же порядка, что и в подвижно-зашемленном подвесе. Поэтому величина жесткости шарнира, отнесенная к массе его пружин, становится на два порядка выше, чем у рассмотренных подвесов:

$$\epsilon_{к.п} = \frac{C'_{к.п}}{m_{к.п}} = \frac{nEb_{к.п}h_{к.п}^3g}{l_p^2 \cdot 12 \cdot b_{к.п}l_{к.п}^2 h_{к.п}\gamma} = \frac{1}{12 \cdot l_p^2} \left(\frac{ah_{к.п}}{l_{к.п}} \right)^2. \quad (8)$$

Возьмем для сравнения реальные значения размеров пружин упругого шарнира и подвижно-зашемленного подвеса. Пусть $h_n = h_{к.п} = 0,1$ мм; $l_{к.п} = 1$ мм; $l_p = 20$ мм; $l_n = 30$ мм и одинаковый материал пружин. Эти данные взяты для магнито-электрических датчиков с собственной частотой $f_0 = 17$ гц к приборам с электрической коррекцией. Датчики по габаритам и весу примерно одинаковы. Они отличаются только подвесами и, естественно, верхней частотой диапазона измерения. Из выражения (3)

$$\epsilon_n = \frac{a^2 \cdot 10^{-2}}{30^4},$$

а из (8)

$$\epsilon_{к.п} = \frac{a^2 \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 20^2}.$$

Поэтому

$$\frac{\epsilon_{к.п}}{\epsilon_n} = \frac{30^4}{12 \cdot 20^2} \approx 170.$$

Это отношение обеспечивает маятниковому датчику частотный диапазон, по крайней мере, на порядок шире со сравниваемым. Упругий шарнир при этом достаточно сильно напряжен. Чтобы обеспечить большое число циклов срабатываний при знакопеременных деформациях пружин шарнира, материал выбирается из высококачественной легированной стали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Иориш. Виброметрия, 1963.
2. К. А. Абгарян. К теории балок минимального веса. Сб. Расчеты на прочность. Выпуск 8, Машгиз, 1962.
3. Л. Е. Андреева. Упругие элементы приборов. Машгиз. 1962.
4. Г. С. Жартовский. Широкодиапазонный вибродатчик маятникового типа. Известия ТПИ. Сб. 146. 1966.