

**ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЗАТУХАНИЯ И ИСКАЖЕНИЯ  
ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ УНИПОЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСОВ  
В КООКСИАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ**

И. И. КАЛЯЦКИЙ, А. Т. ЧЕПИКОВ, А. А. ДУЛЬЗОН

(Представлена научным семинаром научно-исследовательского института  
высоких напряжений)

Область применения высоких импульсных напряжений в настоящее время непрерывно расширяется. Они используются в радиолокации для генерирования ударных волн в жидкой среде, для получения мощных вспышек света и т. д. По техническим и технологическим причинам нередко возникает необходимость передачи мощных высоковольтных импульсов на расстояние в десятки и сотни метров. При этом существенный интерес представляет оценка затухания и искажения импульсов при передаче их по коаксиальным системам.

**К расчету первичных параметров коаксиальной системы**

В качестве передающей системы рассмотрим коаксиальную линию из двух стальных труб, заполненных изоляционным маслом. Как известно [1], в случае, когда толщина стенок трубчатого проводника

$$t > \frac{5}{\sqrt{2} \cdot \kappa}, \quad (1)$$

его сопротивление равно сопротивлению сплошного проводника  
Здесь

$$\kappa = \sqrt{\frac{\omega \mu_r}{\rho}},$$

где  $\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость материала проводника,

$\rho$  — удельное сопротивление материала проводника.

В интересующем нас диапазоне частот  $10^5$ — $10^8$  гц во всех случаях толщина стенок внутреннего проводника по соображениям механической прочности будет значительно превышать величину  $t$ . Учитывая сказанное, можно показать, что для расчета сопротивления коаксиальной системы пригодна формула

$$R = 3,16 \cdot 10^{-4} \sqrt{f} \left( \frac{\sqrt{\mu_r \rho_1}}{r_1} + \frac{\sqrt{\mu_r \rho_2}}{r_2} \right), \quad \text{ом/м}, \quad (2)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы проводников.

Внутренняя индуктивность проводников коаксиальной системы при использовании конструкционных сталей в рассматриваемой области частот не превышает нескольких процентов от внешней индуктивности [4]. Поэтому [1]

$$L \approx 4,6 \cdot 10^{-7} \lg \frac{r_2}{r_1}, \quad \text{гн/м.} \quad (3)$$

Емкость коаксиальной системы

$$C = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad \text{Ф/м.} \quad (4)$$

Активная проводимость коаксиальной системы

$$G = \frac{2\pi}{\rho_g \lg \frac{r_2}{r_1}} + \omega C \operatorname{tg} \delta, \quad \text{мо/м.} \quad (5)$$

Уже при  $f > 10 \text{ кгц}$  при использовании изоляционных жидкостей можно с высокой точностью считать

$$G = \omega C \operatorname{tg} \delta. \quad (6)$$

#### Расчет коэффициента распространения

Как известно [3], коэффициент распространения

$$\bar{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \beta + j\alpha, \quad (7)$$

$$\text{где } \beta = \sqrt{\frac{1}{2}(RG - \omega^2 LC) + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}}, \quad (8)$$

$$\alpha = \sqrt{-\frac{1}{2}(RG - \omega^2 LC) + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}}. \quad (9)$$

При вычислении коэффициента затухания  $\beta$  возникает необходимость вычитать два близких по величине больших числа. Чтобы этого избежать, преобразуем выражение (8), используя бином Ньютона:

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \omega^2 LC \left( \frac{1}{2} \frac{R^2}{\omega^2 L^2} - \frac{1}{8} \frac{R^4}{\omega^4 L^4} \right) + \frac{1}{2} RG}. \quad (10)$$

Аналогично можем получить

$$\alpha = \omega \sqrt{LC} \left( 1 + \frac{R^2}{8\omega^2 L^2} - \frac{3}{128} \frac{R^4}{\omega^4 L^4} \right). \quad (11)$$

#### Расчет переходных характеристик коаксиальной системы

Как известно [4], изображение решения (по Карсону) системы дифференциальных уравнений длинной линии имеет вид:

$$U(p) = U_1(p) \cdot \frac{Z_2(p) \cdot \operatorname{ch} \gamma(l-x) + Z(p) \cdot \operatorname{sh} \gamma(l-x)}{Z_2(p) \cdot \operatorname{ch} \gamma l + Z(p) \cdot \operatorname{sh} \gamma l}, \quad (12)$$

где  $U_1(p)$  — изображение импульса в начале линии,

$Z_2(p)$  — изображение нагрузки в конце линии,

$Z(p)$  — изображение волнового сопротивления линии.

При бесконечно длинной линии можем положить  $Z_2(p) = Z(p)$ . Тогда при  $x = l$  получим:

$$U(p) = U_1(p) \cdot \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l}.$$

Для единичного „скачка“ ( $U_1(p) = 1$ ) найдем:

$$U(p) = h(p) = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l} = \frac{1}{l^l} = l^{-\gamma(p) \cdot l}, \quad (13)$$

где  $h(p)$  — изображение переходной характеристики коаксиальной системы.

Оригинал выражения (13) может быть представлен в виде [5]:

$$h(p) = l^{-\gamma(p) \cdot l} = h(l, t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\beta l} \frac{\sin(\omega t - \alpha l)}{\omega} d\omega. \quad (14)$$

Учитывая, что фронт импульса приходит в интересующую нас точку  $l$  через время  $t_3 = l\sqrt{LC}$ , целесообразно в формулу (14) вместо  $t$  подставить  $t_1 = t - l\sqrt{LC}$ . Тогда, учитывая, что при  $t_1 < 0$   $h(l, t_1) = 0$ , можно получить

$$h(l, t_1) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\beta l} \cos(\omega l\sqrt{LC} - \alpha l) \frac{\sin \omega t_1}{\omega} d\omega. \quad (15)$$

Величина  $P(\omega) = e^{-\beta l} \cdot \cos(\omega l\sqrt{LC} - \alpha l)$ , представляющая собой вещественную часть коэффициента передачи, является вещественной частотной характеристикой коаксиальной системы.

Окончательно

$$h(l, t_1) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(\omega) \cdot \frac{\sin \omega t_1}{\omega} d\omega. \quad (16)$$

В частном случае при  $G \approx 0$  и  $R \ll \omega L$  переходная характеристика может быть выражена [5] через функцию Крампа, или интеграл вероятности:

$$h(l, t_1) = 1 - \Phi\left(\frac{b_1 l}{2\sqrt{t_1}}\right),$$

$$\text{где } b_1 = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{C}{L} \left( \frac{V_{r_1} \rho_1}{r_1} + \frac{V_{r_2} \rho_2}{r_2} \right)}.$$

$$t_1 = t - l\sqrt{LC} = t - t_3,$$

где  $t_3$  — время задержки линии.

Функция Крампа

$$\Phi(z) = \int_0^z e^{-x^2} dx$$

не выражается в элементарных функциях, однако имеются весьма подробные таблицы [6].

Для вычисления переходных характеристик по выражению (16) можно воспользоваться частотным методом расчета переходных процессов [7].

Идея частотного метода состоит в том, чтобы представить кривую  $P(\omega)$  в виде суммы некоторых типовых кривых  $r_i(\omega)$

$$P(\omega) = \sum_{i=1}^n r_i(\omega)$$

так, чтобы при вычислении выражений вида

$$h_{ri}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} r_i(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (18)$$

можно было бы пользоваться таблицами и свести расчет переходного процесса  $h(t)$  к суммированию табличных функций  $h_{ri}(t)$

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_{ri}(t).$$

Предполагается, что каждая из функций  $r_i(\omega)$  имеет вид прямоугольной трапеции (рис. 1) с коэффициентом наклона

$$\kappa = \frac{\omega_d}{\omega_0}.$$

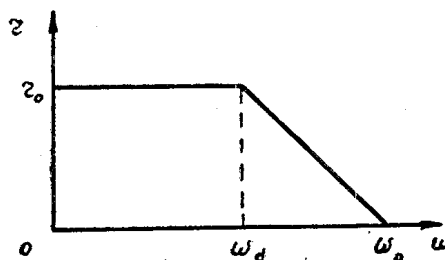


Рис. 1. Функция  $r_i(\omega)$ .

Для расчета используются таблицы  $h_x(t)$ , вычисленные в соответствии с выражением (18) для единичных трапеций с  $r_0=1$  и  $\omega_0=1$ . Найденные из таблиц (по заданным  $\kappa$ ) переходные функции  $h_{xi}(t)$  пересчитываются к действительным значениям  $\omega_{0i}$  и  $r_{0i}$  в соответствии с теоремой подобия. Для этого табличные значения  $h_x$  умножают на  $r_{0i}$ , а аргумент  $t$  делят на  $\omega_{0i}$ . Суммируя полученные кривые  $h_{xi}(t)$ , получим переходную характеристику коаксиальной системы.

### Расчет формы импульса в конце коаксиальной системы

Расчет формы импульса на выходе коаксиальной системы  $U_2(t)$  по известной форме импульса на входе системы  $U_1(t)$  производится с помощью интеграла Дюамеля [4]:

$$U_2(t) = \int_0^{\infty} U_1'(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau, \quad (19)$$

где  $h(t - \tau)$  — переходная функция,

$U_1'(\tau)$  — производная от кривой напряжения в начале линии.

Поскольку вычисление интеграла (19) производится графоаналитическим способом, заменим его суммой [8]:

$$U_2(t) \approx \sum_{n=1}^N \Delta U_{1n} \cdot h(t - \tau_n), \quad (20)$$

где  $N$  — число интервалов, на которое разбита область существования исходного импульса;

$\Delta\tau$  — длина интервала;

$$\tau_n = n \cdot \Delta\tau.$$

### Результаты расчетов затухания и искажения импульсов в коаксиальной системе

В настоящей работе был произведен расчет затухания и искажения импульсов в коаксиальной системе из стальных труб, заполненных трансформаторным маслом, предназначенной для передачи импульсов, используемых для технологических целей.

Внешняя труба (с внутренним диаметром  $2r_2 = 81$  мм) выполнена из стали 40 X, внутренняя (с внешним диаметром  $2r_1 = 21,25$  мм) — из стали 3. Магнитная проницаемость материала внешней трубы в интересующем нас диапазоне частот  $\mu_{r_2} = 50$ , внутренней  $\mu_{r_1} = 75$ ; удельное сопротивление материала внешней трубы  $\rho_2 = 0,225$  ом·м/мм<sup>2</sup>, внутренней  $\rho_1 = 0,157$  ом·м/мм<sup>2</sup>. Измерения электрических свойств трансформаторного масла дали следующие результаты: диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_r = 2,19$ , объемное сопротивление  $\rho_V = 10^{12}$  ом·см,  $\text{tg}\delta = 5 \cdot 10^{-4}$ . Значения  $\epsilon_r$  и  $\text{tg}\delta$  остаются практически постоянными в диапазоне частот  $2 \cdot 10^3 \div 10^8$  гц.

Вещественные частотные характеристики при длине системы 30 м и 300 м приведены на рис. 2. Аппроксимируем кривую 1 (рис. 2)

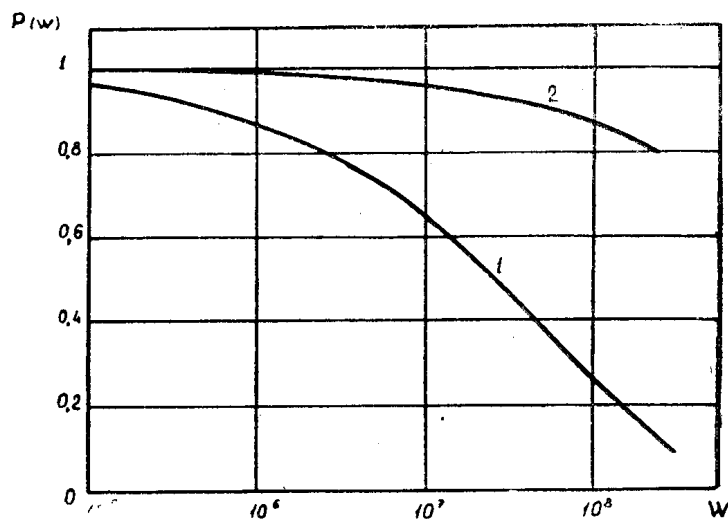


Рис. 2. Вещественная часть коэффициента передачи коаксиальной системы. 1 —  $l = 300$  м, 2 —  $l = 30$  м.

прямоугольными трапециями (рис. 3). Пользуясь таблицами [7], рассчитываем переходные функции для каждой трапеции и, суммируя их, находим переходную характеристику коаксиальной системы при  $l = 300$  м (кривая 1, рис. 4). Там же (кривая 3) приведена переходная характеристика, рассчитанная по упрощенной формуле (17).

На рис. 5 приведена форма импульса в начале коаксиальной системы и после пробега 300 м.

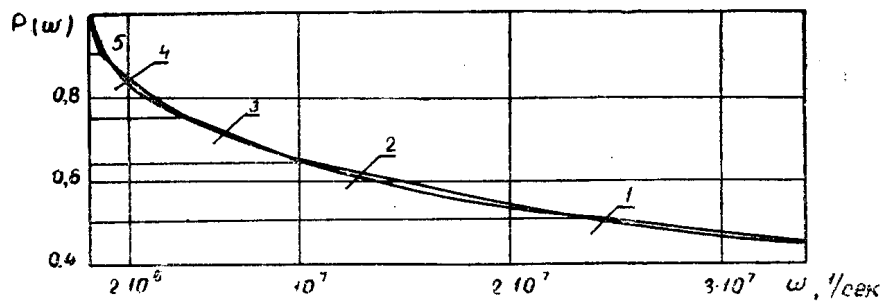


Рис. 3. К расчету переходной характеристики системы. 1 — трапеция 1; 2 — трапеция 2; 3 — трапеция 3; 4 — трапеция 4; 5 — трапеция 5.

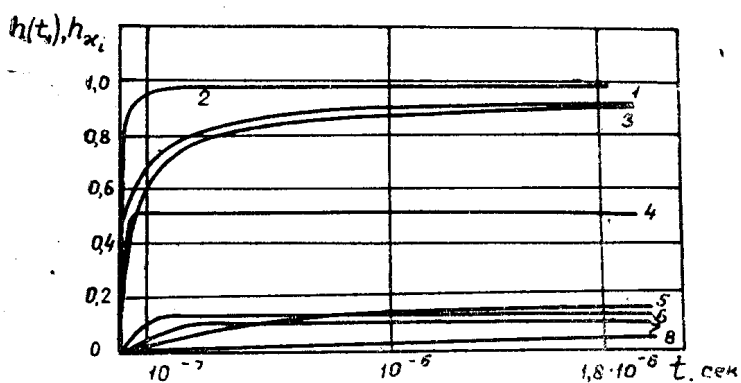


Рис. 4. 1 — переходная характеристика системы при  $l = 300$  м (расчет частотным методом), 2 — то же при  $l = 30$  м, 3 — переходная характеристика системы при  $l = 300$  м, рассчитанная с помощью функций Крампа. 4—8 — переходные функции  $h_{xi}$ , рассчитанные для отдельных трапеций.

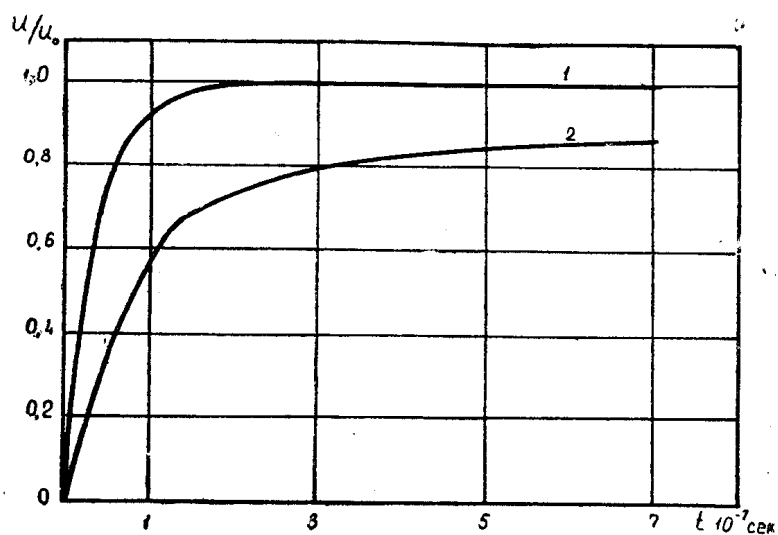


Рис. 5. Форма импульса в начале коаксиальной системы (1) и после пробега 300 м (2).

## Выводы

1. При передаче мощных высоковольтных импульсов с длиной фронта 0,1 мксек и более и амплитудой до 300 кВ на расстояние в несколько десятков метров по коаксиальной системе с использованием изоляционной жидкости затухание и искажение импульсов пренебрежимо мало.

2. При передаче указанных импульсов по рассматриваемой коаксиальной системе на расстояние в сотни метров длина фронта импульса увеличивается в 2—5 раз.

3. Показано, что примерная оценка переходной характеристики коаксиальной системы может быть получена на основе функции Крампа в соответствии с (17).

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Гроднев, В. Н. Кулешов, В. В. Соколов. Кабельные линии связи. Связьиздат, 1960.
2. Л. Р. Найман. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, ГЭИ, 1949.
3. Б. П. Асеев. Колебательные цепи. Связьиздат, 1955.
4. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Советское радио, 1959.
5. Л. А. Жекулин. Распространение электромагнитных сигналов по коаксиальному кабелю. Изв. АН СССР, ОТН, № 3, 1941.
6. Таблицы вероятностных функций, т. 1. Вычислительный центр АН СССР, 1958.
7. В. В. Солодовников, Ю. И. Топчеев, Г. В. Крутикова. Частотный метод построения переходных процессов с приложением таблиц и номограмм. ГИТТЛ, 1955.
8. И. И. Теумин. Экспериментальный анализ переходных процессов в линейных электрических цепях. Советское радио, 1956.