

**ДВУХМЕРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ОВАЛЬНОМ  
ИЛИ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОМ ПАЗУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ**

В. А. ЖАДАН, Д. И. САННИКОВ

(Представлена научным семинаром кафедр общей электротехники  
и электрических машин)

Расчет стационарного температурного поля в пазу электрической машины с обмоткой из круглого провода дает возможность оценить неравномерность тепловой напряженности изоляции отдельных проводников, выявить основные причины этой неравномерности и уточнить методы расчета эквивалентных параметров тепловой связи обмотки с сердечником и охлаждающим воздухом.

В основу расчета положены следующие допущения:

- 1) паз, за вычетом пазовой изоляции, считается заполненным однородной массой с эквивалентной теплопроводностью  $\lambda_3$  и равномерно распределенными потерями  $w$ ;
- 2) передача тепла вдоль проводников обмотки не учитывается;
- 3) изменение потерь в различных проводниках вследствие их разной температуры не учитывается; объемная плотность потерь берется при средней температуре обмотки в рассматриваемом сечении.

Универсальным методом решения подобных задач по расчету двухмерного поля является метод сетки или ячеек. На рис. 1 дано в качестве примера разбиение на ячейки одного сектора зубцовой зоны для якоря двигателя П42, 4,5 квт, 1500 об/мин. Расчет выполнялся с учетом

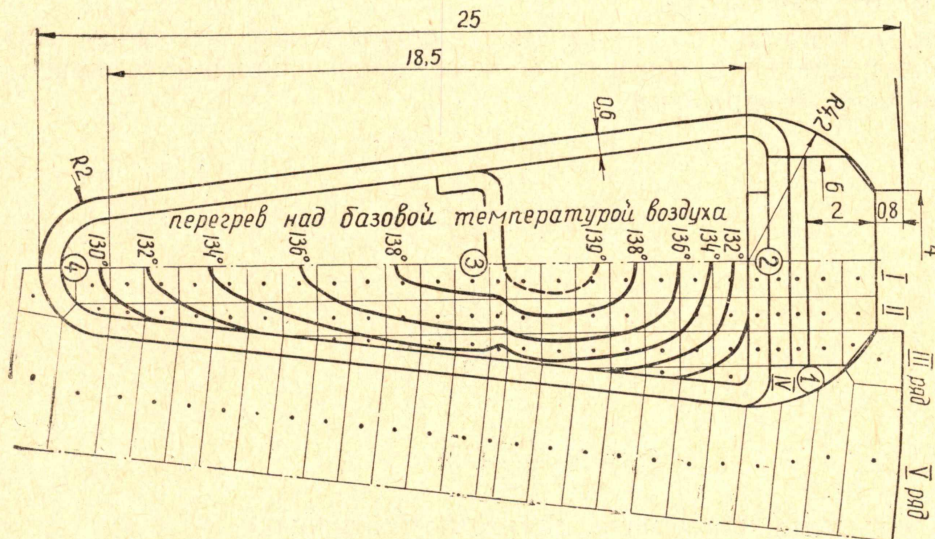


Рис. 1. Расчет температурного поля в пазу методом ячеек.

1 — 4 — места закладки термопар.

теплопроводности и теплоотдачи клина. Распределение температуры показано с помощью изотерм. Как видно из рисунка, оно характеризуется значительной неравномерностью, по мере расширения паза кверху температура соответственно повышается, однако сток тепла через клин и перепад температуры по высоте зубца вызывают смещение горячей точки к середине паза.

Расчет методом сетки является весьма сложным и трудоемким, поэтому может быть предложен более простой метод, основанный на приближенном аналитическом решении уравнения теплопроводности. Распределение температуры по ширине паза принимается параболическим, а по ширине зубца — постоянным, в результате чего расчет двухмерного поля сводится к решению одномерной задачи.

Плотность теплового потока, переходящего из паза в зубец через боковую поверхность,

$$A = (t_n - t_z) Y.$$

Здесь  $t_n$  — температура, усредненная по ширине паза;  
 $t_z$  — температура в сечении зубца;

$$Y = \frac{1}{\frac{\Delta_u}{2\lambda_u} + \frac{b}{12\lambda_3}} \quad (1)$$

— поперечная проводимость на единицу высоты паза при параболическом распределении температуры по ширине,

где  $\Delta_u$  — толщина изоляции;

$b$  — ширина паза за вычетом пазовой изоляции;

$\lambda_u$  — усредненная теплопроводность слоистой изоляции газа.

Принимая ось симметрии паза за ось координаты  $x$ , отсчитываемой от клина ко дну паза, на основании теплового баланса для элемента  $dx$  зубцовой зоны (включая паз и зубец), можно составить систему дифференциальных уравнений теплопроводности

$$\frac{d}{dt} \left( g \frac{df_n}{dx} \right) - (t_n - t_z) Y + \sigma = 0. \quad (2)$$

$$g_z \frac{d^2 t_z}{dx^2} \pm (t_n - t_z) Y + \sigma_z = 0, \quad (3)$$

где  $g = b\lambda_3$ ;  $\sigma = bw$ ;

$g_z$  — проводимость и  $\sigma_z$  — потери на единицу высоты зубца. Для паза трапецидальной формы с максимальной шириной  $b_0$  при  $x=0$  и минимальной  $b_h$  при  $x=h$

$$b = b_0 (1 - k_0 x); \quad (4)$$

$$Y = \frac{Y_0}{1 - c_0 x}, \quad (5)$$

где

$$k_0 = \frac{b_0 - b_h}{hb_0}; \quad (6)$$

$$c_0 = Y_0 \frac{b_0 k_0}{12\lambda_3}; \quad (7)$$

$h$  — высота части паза, занятой обмоткой;

$Y_0$  — значение поперечной проводимости при  $b=b_0$ . Для овального паза могут быть применены эти же формулы при условии замены его эквивалентным трапецидальным пазом.

Таким образом, уравнения (2) и (3) имеют переменные коэффициенты, и их решение не выражается в табличных функциях, что делает его мало пригодным для практического использования.

Наиболее удобным является следующий путь решения. Первоначально рассматривается паз прямоугольной формы ( $b = \text{const}$ ); на основании анализа данного случая температура разделяется на несколько составляющих, каждая из которых имеет определенный физический смысл; исходя из этого, упрощенно рассчитываются соответствующие составляющие для  $b = \text{Var}$ .

Общее решение задачи для случая  $b = \text{const}$  проводится в [1]. Ввиду значительной разницы продольных проводимостей зубца и паза  $g_z \gg g$  полученные в [1] выражения для температур могут быть существенно упрощены:

$$t_z = t_{z0} \frac{h-x}{h} + t_{zh} \frac{x}{h} + \frac{\sigma + \sigma_z}{2g_z} x(h-x), \quad (8)$$

$$t_n = t_z + t_\sigma + (t_{n0} - t_{z0} - t_\sigma) e^{-\beta x} + (t_{nh} - t_{zh} - t_\sigma) e^{-\beta(h-x)}. \quad (9)$$

Здесь  $t_{z0}$ ,  $t_{zh}$ ,  $t_{n0}$  и  $t_{nh}$  — крайние значения температуры;

$t_\sigma = \frac{\sigma}{Y}$  — превышение температуры обмотки над температурой зубца

при отсутствии теплового потока в пазу вдоль оси  $x$ ;

$$(t_{n0} - t_{z0} - t_\sigma) e^{-\beta x} \text{ и } (t_{nh} - t_{zh} - t_\sigma) e^{-\beta(h-x)}$$

— экспоненциальные составляющие, возникающие вследствие изменения  $t_{n0}$  и  $t_{nh}$  при наличии стока тепла через клин и изоляцию дна паза;

$\beta = \sqrt{\frac{Y}{g}}$  — постоянная распространения температурного поля в пазу

вдоль оси  $x$ .

В случае трапецеидального паза в выражении для  $t_z$  изменяется только составляющая, пропорциональная потерям в пазу:

$$t_{z\sigma} = \frac{\sigma}{2g_z} x(h-x),$$

которая соответствует распределению температуры в стержне длиной  $h$  с распределенными по длине потерями  $\sigma$  при условии  $t_{z0} = t_{zh} = 0$ .

Численные расчеты при реальных пределах изменения тепловых параметров показывают, что достаточная точность (в пределах 0,1°) обеспечивается при подстановке в (8)

$$\sigma = \frac{\sigma_0 + \sigma_h}{2}.$$

Для выяснения характера составляющей  $t_\sigma$  при трапецеидальной форме паза необходимо рассмотреть случай, когда все остальные составляющие отсутствуют, то есть  $t_z = 0$ , и граничные условия таковы, как если бы паз продолжался в обе стороны за пределы отрезка  $0 < x < h$  на такие расстояния, чтобы граничные условия на его новых концах практически не влияли на поле в пределах отрезка  $0 < x < h$ . В этом случае расчет поля может быть выполнен методом последовательного приближения.

В первом приближении не учитывается движение тепла вдоль оси  $x$

$$t_\sigma' = \frac{\sigma}{Y} = \frac{\sigma_0}{Y_0} (1 - k_0 x) (1 - c_0 x). \quad (10)$$

Во втором приближении учитывается приток тепла к каждой точке ввиду неравномерности распределения температуры  $t'_\sigma$

$$\Delta\sigma = \frac{d}{dx} \left( g \frac{dt'_\sigma}{dx} \right) = \sigma_0 k_0 \frac{g_0}{Y_0} (k_0 + 3c_0 - 4k_0 c_0 x). \quad (11)$$

Дополнительное повышение температуры

$$\Delta t_\sigma = \frac{\Delta\sigma}{Y} = \frac{\sigma_0 k_0 g_0}{Y_0^2} (k_0 + 3c_0 - 4k_0 c_0 x) (1 - c_0 x). \quad (12)$$

Дополнительный приток тепла в третьем приближении составляет доли процента от  $\sigma$  и может не учитываться.

Окончательное выражение для  $t_\sigma$

$$t_\sigma = t_{\sigma 0} \frac{h-x}{h} + t_{\sigma h} \frac{x}{h} - \frac{\sigma_0}{Y_0} k_0 c_0 \left( 1 + 4k_0 c_0 \frac{g_0}{Y_0} \right) x (h-x) k, \quad (13)$$

где 
$$t_{\sigma 0} = \frac{\sigma_0}{Y} \left[ 1 + k_0 \frac{g_0}{Y_0} (k_0 + 3c_0) \right]; \quad (14)$$

$$t_{\sigma h} = \frac{\sigma_h}{Y_h} \left[ 1 + k_h \frac{g_h}{Y_h} (k_h + 3c_h) \right]; \quad (15)$$

причем

$$k_h = - \frac{k_a}{1 - k_0 h}; \quad c_h = - \frac{c_0}{1 - c_0 h}. \quad (16)$$

Влияние граничных условий на распределение температуры по высоте паза проявляется в появлении составляющих

$$t_{\epsilon 0} = (t_{\text{по}} - t_{z_0} - t_{\sigma 0}) f_0(x) \quad (17)$$

и

$$t_{\epsilon h} = (t_{\text{nh}} - t_{z_h} - t_{\sigma h}) f_h(h-x). \quad (18)$$

Функция  $f_0(x)$  убывает от конца  $x=0$  к противоположному концу практически до нуля; функция  $f_h(h-x)$  аналогично убывает от конца  $x=h$ . Ввиду значительно более медленного изменения параметров  $q$  и  $Y$  по сравнению с функциями  $f_0(x)$  и  $f_h(h-x)$  последние могут быть заменены экспонентами.

$$f_0(x) = e^{-\beta_{0x}}, \quad f_h(h-x) = e^{-\beta_{hx}(h-x)}, \quad (19)$$

с переменными коэффициентами:

$$\beta_{0x} = \sqrt{\frac{Y}{g}} = \sqrt{\frac{Y_0}{g_0} \frac{1}{(1-k_0x)(1-c_0x)}} \approx \beta_0 \cdot \left( 1 + \frac{k_0+c_0}{2} x \right), \quad (20)$$

где 
$$\beta_0 = \sqrt{\frac{Y_0}{g_0}};$$

аналогично

$$\beta_{hx} = \beta_h \left[ 1 + \frac{k_h+c_h}{2} (h-x) \right]. \quad (21)$$

Таким образом, распределение температуры по высоте паза имеет следующее выражение

$$t_{\text{п}} = t_z + t_\sigma + t_{\epsilon 0} + t_{\epsilon h}. \quad (22)$$

Определение краевых температур производится с учетом связи рассмотренного участка зубцовой зоны высоты  $h$  со спинкой якоря, с одной стороны, с коронкой зубца и клином — с другой, на основании выражения для краевых потоков тепла, направленных из зубцовой зоны в прилегающие области.

$$q_{no} = -\frac{1}{g_o} \frac{dt_n}{dx} (x=0); \quad (23)$$

$$g_{nh} = \frac{1}{g_h} \frac{dt_n}{dx} (x=h);$$

для  $q_{zo}$  и  $q_{zh}$  — аналогично.

После соответствующих выкладок и упрощений получается система уравнений.

$$\begin{pmatrix} q_{no} \\ q_{nh} \\ q_{zo} \\ q_{zh} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(\Lambda_o + \Lambda_o') & 0 & \Lambda_o & \Lambda_o' \\ 0 & -(\Lambda_h + \Lambda_h') & \Lambda_h' & \Lambda_h \\ \Lambda_o & \Lambda_h' & -(\Lambda_o + \Lambda_z + \Lambda_h') & \Lambda_z \\ \Lambda_o' & \Lambda_h & \Lambda_z & -(\Lambda_z + \Lambda_h + \Lambda_o') \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_{no} \\ t_{nh} \\ t_{zo} \\ t_{zh} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_{no} \\ p_{nh} \\ p_{zo} \\ p_{zh} \end{pmatrix}; \quad (24)$$

где  $\Lambda_z = \frac{g_z}{h};$

$$\Lambda_o = g_o(\beta_o - 1/h); \quad \Lambda_h = g_h(\beta_h - 1/h);$$

$$\Lambda_o' = g_o/h; \quad \Lambda_h' = g_h/h;$$

$$p_{no} = \frac{\sigma_o}{\beta_o} \left( 1 - \frac{k_p + c_o}{\beta_o} + k_o \frac{k_o + 3c_o}{\beta_o^2} \right);$$

$$p_{nh} = \frac{\sigma_h}{\beta_h} \left( 1 - \frac{k_h + c_h}{\beta_h} + k_h \frac{k_h + 3c_h}{\beta_h^2} \right);$$

$$p_{zo} = \frac{(2\sigma_o + \sigma_h + 3\sigma_z)}{6} h - p_{no};$$

$$p_{zh} = \frac{(\sigma_o + 2\sigma_h + 3\sigma_z)}{6} h - p_{nh}.$$

Сравнение результатов расчета по предлагаемому методу с методом сетки и с опытом дано на рис. 2. Кроме температуры  $t_n$  на графике дано распределение температуры по оси симметрии паза

$$t_{nm} = t_n + (t_n - t_z)Y \frac{b}{24\lambda_s}. \quad (25)$$

Как видно из графика, расхождение между аналитическим и численным методом незначительно. Показания термомпар подтверждают правильность обоих методов в пределах обычного разброса опытных данных.

Таким образом, предлагаемый метод приближенного аналитического расчета двухмерного температурного поля в овальном или трапециевидальном пазу электрической машины дает достаточно высокую точность.

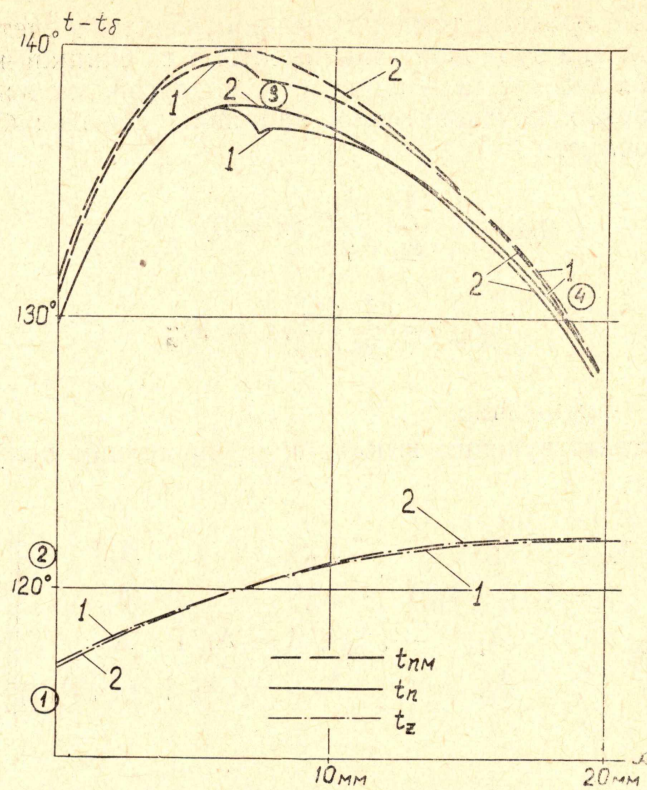


Рис. 2 Распределение температуры на высоте паза и зубца.

1 — расчет методом ячеек,  
 2 — расчет по предлагаемому методу,  
 1 — 4 — показания термопар.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Санников. Расчет температурного поля в пазу электрической машины, Известия ТПИ, т. 117, 1963.