

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ТЕПЛОПРОВОДЯЩИХ СТЕРЖНЕЙ

В. А. ЖАДАН, Д. И. САННИКОВ

(Представлена научным семинаром кафедр общей электротехники
и электрических машин)

Решение ряда задач по расчету распределения температуры по длине обмоток электрических машин с учетом их тепловой связи с другими телами сводится к расчету системы двух параллельных стержней (обмотка и сердечник, обмотка и вал, обмотка и корпус и т. п.), связанных между собой и с охлаждающей средой равномерно распределенными тепловыми проводимостями и, кроме того, имеющих по торцам тепловой контакт с другими телами или средой.

Пусть Λ_{OB} — взаимная проводимость на единицу длины стержней. Λ_{Of} и Λ_{Bf} — проводимости между стержнями и охлаждающей средой (на единицу длины).

r_o и r_B — аксиальные сопротивления стержней на единицу длины.

P_o и P_B — линейная плотность потерь.

Так как потери в одном из стержней (обмотке) обычно зависят от температуры, то необходимо принять

$$p_o = p_{oo} [1 + \alpha_o (\Theta_o - t_\delta)], \quad (1)$$

здесь p_{oo} — потери при базовой температуре t_δ ,

α_o — температурный коэффициент потерь.

В дальнейшем будет приниматься $t_\delta = 0$.

Температура охлаждающего потока t_f в электрических машинах в общем случае изменяется по длине. Это изменение может считаться практически линейным.

Требуется рассчитать распределение температуры по длине стержней $\Theta_o(x)$ и $\Theta_B(x)$ на отрезке $0 < x < 1$, причем,

$$\Theta_o(0) = \Theta_{o1}; \quad \Theta_o(1) = \Theta_{o2}; \quad \Theta_B(0) = \Theta_{B1}; \quad \Theta_B(1) = \Theta_{B2};$$

$$t_f(0) = t_{f1}; \quad t_f(1) = t_{f2}.$$

На основании теплового баланса для элемента dx составляется система дифференциальных уравнений теплопроводности для стержней

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_o} \frac{d^2 \Theta_B}{dx^2} + \Lambda_{oo} \Theta_o + \Lambda_{oB} \Theta_B + \Lambda_{of} \left(t_{f1} \frac{1-x}{l} + t_{f2} \frac{x}{l} \right) + P_{oo} &= 0; \\ \frac{1}{r_B} \frac{d^2 \Theta_o}{dx^2} + \Lambda_{oB} \Theta_o + \Lambda_{BB} \Theta_B + \Lambda_{Bf} \left(t_{f1} \frac{1-x}{l} + t_{f2} \frac{x}{l} \right) + P_B &= 0, \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$\Lambda_{oo} = -\Lambda_{oB} - \Lambda_{of} + \alpha_o P_{oo};$$

$$\Lambda_{BB} = -\Lambda_{oB} - \Lambda_{Bf}.$$

Решение системы, выраженное через краевые температуры, запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Theta_0 = & \theta_{01} [n_{\Delta} f_{\Sigma}(1-x) + n_{\Sigma} f_{\Delta}(1-x)] + \theta_{02} [n_{\Delta} f_{\Sigma}(x) + n_{\Sigma} f_{\Delta}(x)] + \\ & + \theta_{B1} n_0 [f_{\Delta}(1-x) - f_{\Sigma}(1-x)] + \theta_{B2} n_0 [f_{\Delta}(x) - f_{\Sigma}(x)] + \\ & + k_0 t_{f1} \frac{1-x}{1} + k_0 t_{f2} \frac{x}{1} + t_{op}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Theta_B = & \theta_{01} n_B [f_{\Delta}(1-x) - f_{\Sigma}(1-x)] + \theta_{02} n_B [f_{\Delta}(x) - f_{\Sigma}(x)] + \\ & + \theta_{B1} [n_{\Sigma} f_{\Sigma}(1-x) + n_{\Delta} f_{\Delta}(1-x)] + \theta_{B2} [n_{\Sigma} f_{\Sigma}(x) + n_{\Delta} f_{\Delta}(x)] + \\ & + k_B t_{f1} \frac{1-x}{1} + k_B t_{f2} \frac{x}{1} + t_{вp}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \theta_{01} = & \Theta_{01} - k_0 t_{f1} - t_{op}; \\ \theta_{02} = & \Theta_{02} - k_0 t_{f2} - t_{op}; \\ \theta_{B1} = & \Theta_{B1} - k_B t_{f1} - t_{вp}; \\ \theta_{B2} = & \Theta_{B2} - k_B t_{f2} - t_{вp}. \end{aligned} \quad (5)$$

— отклонения температуры по концам стержней под влиянием условий охлаждения этих концов.

Функции распространения краевых отклонений поля:

$$f_{\Sigma}(x) = \frac{\text{Sh} \beta_{\Sigma}(x)}{\text{Sh} \beta_{\Sigma} l}; \quad f_{\Delta}(x) = \frac{\text{Sh} \beta_{\Delta}(x)}{\text{Sh} \beta_{\Delta} l} \quad (6)$$

$f(1-x)$ получаются подстановкой $(1-x)$ вместо x .

Коэффициенты распространения краевых отклонений:

$$\beta_{\Sigma} = \sqrt{\frac{c_{\Sigma} + c_{\Gamma}}{2}}; \quad \beta_{\Delta} = \sqrt{\frac{c_{\Sigma} - c_{\Gamma}}{2}}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} c_{\Sigma} = & -(\gamma_0 \Lambda_{00} + \gamma_B \Lambda_{BB}); \\ c_{\Delta} = & \gamma_0 \Lambda_{00} - \gamma_B \Lambda_{BB}; \\ c_{\Gamma} = & \sqrt{C_{\Delta}^2 + 4\gamma_0 \gamma_B \Lambda_{0B}^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Относительные доли обеих функций отклонения в общем отклонении поля:

$$\begin{aligned} n_{\Delta} = & \frac{c_{\Gamma} - c_{\Delta}}{2c_{\Gamma}}; \quad n_{\Sigma} = \frac{c_{\Gamma} + c_{\Delta}}{2c_{\Gamma}}, \\ n_0 = & \frac{\gamma_0 \Lambda_{0B}}{c_{\Gamma}}; \quad n_B = \frac{\gamma_B \Lambda_{0B}}{c_{\Gamma}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Условные превышения температуры стержней над температурой охлаждающей среды, то есть превышения при отсутствии аксиальной теплопроводности стержней:

$$t_{op} = \frac{-p_{00} \Lambda_{BB} + p_B \Lambda_{0B}}{D_{\Delta}}; \quad t_{вp} = \frac{p_{00} \Lambda_{0B} - p_B \Lambda_{00}}{D_{\Delta}}, \quad (10)$$

где

$$D_{\Delta} = \begin{vmatrix} \Lambda_{00} & \Lambda_{0B} \\ \Lambda_{0B} & \Lambda_{BB} \end{vmatrix}.$$

Коэффициенты, учитывающие влияние подогрева воздушного потока при зависимости потерь от температуры:

$$k_o = \frac{-\Lambda_{of}\Lambda_{BB} + \Lambda_{rf}\Lambda_{OB}}{D_\Lambda}; \quad k_B = \frac{\Lambda_{of}\Lambda_{CB} - \Lambda_{Bf} + \Lambda_{oo}}{D_\Lambda} \quad (11)$$

Для использования выражения (3) и (4) необходимо знать температуры концов стержней, которые могут быть найдены при учете условий их связи с соседними телами. С этой целью на основании (3) и (4) составляются уравнения связи между краевыми температурами и тепловыми потоками, направленными из торцов стержней к соседним телам,

$$Q_{o1} = -\frac{1}{r_o} \frac{d\theta_o}{dx} (x=0), \quad (12)$$

$$Q_{o2} = +\frac{1}{r_o} \frac{d\theta_o}{dx} (x=1).$$

аналогично для Q_{B1} и Q_{B2} .

Далее определяются средние температуры стержней

$$\bar{\theta}_o = \frac{1}{l} \int_0^1 \theta_o dx; \quad \bar{\theta}_B = \frac{1}{l} \int_0^1 \theta_B dx. \quad (13)$$

и с их помощью из (12) исключаются условные температуры t_{op} и t_{Bp} .

В результате получается система из шести уравнений, связывающих температуры θ_{o1} , θ_{o2} , θ_o , θ_{B1} , θ_{B2} , θ_B , источники тепла $F'_{oo} = p_{oo}l$, $P'_{BB} = p_B l$, равные полным потерям в стержнях, и кривые потоки Q_{o1} , Q_{o2} , Q_{B1} , Q_{B2} . На основании полученной системы может быть составлена эквивалентная схема (рис. 1).

Параметры схемы:

полные проводимости между стержнями и охлаждающим воздухом —

$$G_{of} = \Lambda_{of}l, \quad G_{Bf} = \Lambda_{Bf}l; \quad (14)$$

проводимость, учитывающая увеличение потерь в обмотке с ростом температуры (отрицательная), —

$$G_{от} = -\alpha_o p_{oo}l. \quad (15)$$

Остальные выражения для параметров получаются чрезмерно громоздкими, поэтому для машин малой и средней мощности целесообразно разложить их в степенные ряды и взять один или два члена разложения в зависимости от требуемой точности.

$$G_{fo} = \frac{1}{12} \bar{G}_{of}; \quad G_{fB} = \frac{1}{12} \bar{G}_{Bf}. \quad (16)$$

проводимости, учитывающие несимметричный характер охлаждения, вызванный подогревом потока.

$$g_{ro} = \frac{6}{r_o l} - \frac{\Lambda_{oo}l}{10}; \quad g_{rB} = -\frac{6}{r_B l} - \frac{\Lambda_{BB}l}{10}; \quad (17)$$

$$g_{lo} = -\frac{2}{r_o l} - \frac{\Lambda_{oo}l}{30}; \quad g_{lB} = -\frac{2}{r_B l} - \frac{\Lambda_{BB}l}{30}$$

— эквивалентные аксиальные проводимости стержней.

Взаимные проводимости стержней

$$\bar{G} = 36 \frac{\Lambda_{OB}l}{30}; \quad \bar{G}' = 4 \frac{\Lambda_{OB}l}{30}; \quad (18)$$

$$\bar{G}'' = -3 \frac{\Lambda_{OB}l}{30}; \quad \bar{G}''' = -\frac{\Lambda_{OB}l}{30}.$$

Сумма всех взаимных проводимостей

$$\bar{G} + 2\bar{G}' + 4\bar{G}'' + 2\bar{G}''' = \Lambda_{об} l.$$

равна полной проводимости между стержнями.

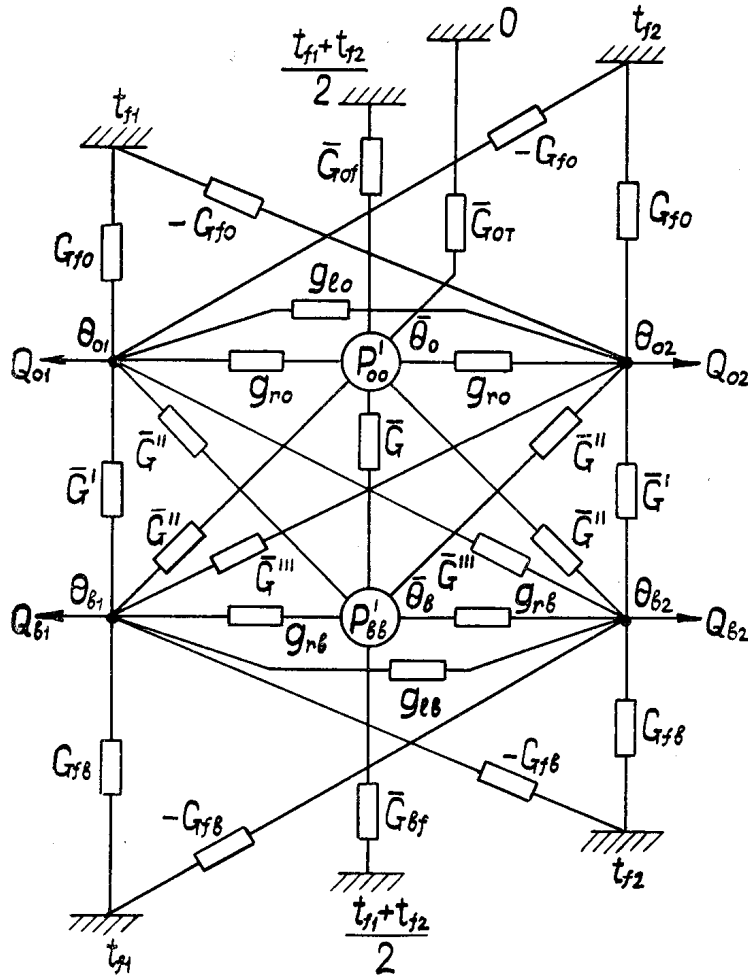


Рис. 1. Эквивалентная схема двух стержней.

Погрешность расчета температуры обмотки при использовании приближенных формул тепловых проводимостей не превосходит 1 проц. при $l < 50$ см. Таким образом, предлагаемый метод расчета параметров схемы вполне пригоден для активной длины электрических машин малой и средней мощности.

При расчете распределения температуры по длине стержня вместо точных формул (3) и (4) удобнее пользоваться формулой эквивалентной параболы.

$$\theta_0 = \theta_{01} \frac{1-x}{1} + \theta_{02} \frac{x}{1} + 3(2\bar{\theta}_0 - \theta_{01} - \theta_{02}) \frac{x}{1} \frac{1-x}{1} \quad (19)$$

Предлагаемый тип схемы замещения особенно удобен при использовании ЭЦВМ ввиду довольно значительного количества уравнений, которые необходимо решать при определении узловых температур схемы и в то же время ввиду простоты расчета коэффициентов этих уравнений.