## РАСЧЕТ ВНЕШНЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОКОВ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ И ФЕРРОМАГНИТНОГО УТРОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

## Я. В. ПЕТРОВ, А. И. ЗАИЦЕВ

(Рекомендовано научным семинаром электромеханического факультета)

Большинство известных методов расчета внешней характеристики ферромагнитного утроителя частоты имеет существенные недостатки: необходимость трудоемких расчетов при учете нелинейности кривой намагничивания трансформаторов утроителя, при этом, как правило, требуется построить значительную часть характеристики для отыскания на ней точки, отвечающей заданной нагрузке; большая погрешность расчетов, если в целях упрощения последних выход утроителя представляется активным линейным двухполюсником, отсутствие в ряде случаев универсальности.

Наиболее общий и точный аналитический метод расчета внешней характеристики утроителя предложил Л. Л. Рожанский [1], усовершенствованный им же введением системы относительных единиц [2]. Другой оригинальный аналитический метод для уточненных расчетов разработал С. В. Шапиро [3]. В основу обоих методов положена аппроксимация кривой намагничивания сердечника гиперболическим синусом. Некоторым недостатком обоих методов является неизбежность построения известной части внешней характеристики, чтобы установить связь между данным током нагрузки и соответствующим ему напряжением.

В известной нам литературе расчет токов короткого замыкания за конденсаторами продольной компенсации (ПК) не приводится; между тем, при выборе рабочего напряжения конденсаторов с такими токами необходимо считаться.

Пренебрегаем гармониками выше третьей, потерями в стали и рассеянием вторичной обмотки (последнее учтем лишь при расчете токов к.з. за конденсаторами ПК). Сопротивления рассеяния и активное первичной обмотки учитываем соответствующим уменьшением величины основной гармоники индукции. Кривую намагничивания стали трансформатора, аппроксимируемую гиперболическим синусом, снимаем на переменном токе частоты 50 гц методом амперметра-вольтметра, причем амплитудные значения индукции и напряженности магнитного поля рассчитываем по действующим значениям э.д.с. и намагничивающего тока.

Между величинами выхода утроителя частоты 3f и одной фазы входа частоты f существует однозначная зависимость. Так, при х.х. утроителя уравнение магнитного равновесия для амплитудных значений величин может быть записано

$$\sqrt{H_{1M}^2 + H_{3M}^2} = \alpha \operatorname{sh} \beta \sqrt{B_{1M}^2 + B_{3M}^2}, \tag{1}$$

где: $H_{1M} = \frac{\sqrt{2} I_0 w_1}{l_c}$  — амплитуда эквивалентной синусоиды напряженности магнитного поля частоты f;

 $H_{3M} = \frac{\sqrt{2} I_{3k} \cdot w_2}{I_c}$  — амплитуда третьей гармоники напряженности магнитного поля;

 $B_{1M}$ ,  $B_{3M}$  — амплитуды основной и третьей гармоник магнитной индукции;

а, β — коэффициенты аппроксимирующего выражения;

 $I_0$  — действующее значение намагничивающего тока однофазного трансформатора, входящего в утроитель, при заданной индукции  $B_{1M}$  — определяется по кривой намагничивания или замером;

 $I_{3k}$  — ток к. з. утроителя (без емкостной компенсации) — принимается чисто индуктивным;

 $w_1, w_2$  — числа витков фазы первичной и вторичной обмо-

 $l_c$  — длина средней линии магнитной индукции.

После простых преобразований:

$$\sqrt{I_0^2 + I_{3k}^2 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2} = \frac{al_c}{\sqrt{2}w_1} \operatorname{sh} \beta \sqrt{B_{1M}^2 + B_{3M}^2}. \tag{2}$$

При нагрузке утроителя током  $I_3$  равенство (2) претерпевает следующие изменения:

реактивная слагающая тока нагрузки  $I_{3p}=I_3\cdot\sin\phi_3$  алгебраически суммируется с током  $I_{3k}$  (знак + ставится для емкостного тока), в связи с чем при заданной индукции  $B_{1m}$  соответственно меняется индукция  $B_{3m}$ 

реакция активной слагающей тока нагрузки  $I_{3a} = I_3 \cdot \cos \varphi_3$  также может быть выражена уравнением магнитного равновесия типа (2), если считать, что эта слагающая тока частоты 3f компенсируется увеличением намагничивающего тока частоты f однофазного трансформатора до

$$I_{0H} = \sqrt{I_0^2 + I_{3a}^2 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2}, \tag{3}$$

которому отвечает иная индукция  $B_{1_{\mathrm{MH}}}$  определяемая по кривой на-магничивания трансформатора при

$$H_{1MH} = \frac{\sqrt{2} I_{0H} \cdot w_1}{l_c} \tag{4}$$

или приближенно:

$$H_{1MH} \cdot l_c = \sqrt{2} I_{0H} \cdot w_1 = \alpha l_c \cdot \operatorname{sh} \beta B_{1MH},$$

откуда

$$B_{1MH} \approx \frac{1}{\beta} \ln \frac{2\sqrt{2} I_{H} \cdot w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} = \frac{1}{\beta} \ln \times \frac{2\sqrt{2} w_{1} \sqrt{I_{0}^{2} + I_{3}^{2} (1 - \sin^{2} \varphi_{3}) \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}}}{\alpha \cdot l_{c}}.$$
 (5)

Тогда вместо (2) получим:

$$\sqrt{I_0^2 + (I_{3k} \pm I_3 \cdot \sin \varphi_3)^2 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2} = \frac{\alpha \cdot l_c}{\sqrt{2} w_1} \sinh \beta \sqrt{B_{1MH}^2 + B_{3MH}^2} = 
= \frac{\alpha l_c}{\sqrt{2} w_1} \sinh \beta \sqrt{\left[\frac{1}{\beta} \ln \frac{2\sqrt{2} w_1}{\sqrt{I_0^2 + I_3^2 (1 - \sin^2 \varphi_3)' \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2}}{\alpha \cdot l_c}\right]^2 + B_{3MH}^2} \approx 
\approx \frac{\alpha \cdot l_c}{2\sqrt{2} w_1} e^{\beta} \sqrt{\left[\frac{1}{\beta} \ln \frac{2\sqrt{2} w_1 \sqrt{I_0^2 + I_3^2 (1 - \sin^2 \varphi_3) \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2}}{\alpha \cdot l_c}\right]^2 + B_{3MH}^2}.$$
(6)

Решим (6) относительно  $B_{3MH}$ .

$$(\beta B_{3MH})^{2} = ln^{2} \left[ \frac{2\sqrt{2}w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + (I_{3K} \pm I_{3} \cdot \sin \varphi_{3})^{2} \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right] - ln^{2} \left[ \frac{2\sqrt{2}w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + I_{3}^{2} (1 - \sin^{2}\varphi_{3}) \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right].$$
 (7)

Э.д.с. вторичной цепи при нагрузке и ПК

$$E_{3} = 3 \cdot 4,44 \cdot 3f w_{2} B_{3MH} \cdot Q_{c} \cdot 10^{-8} = Aw_{2} B_{3MH} \cdot Q_{c} = I_{3} Z_{3} =$$

$$= I_{3} \frac{x_{H} - x_{C}}{\sin \varphi_{3}} = I_{3} \frac{Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C}}{\sin \varphi_{3}},$$
(8)

где  $A = 3 \cdot 4,44 \cdot 3f \cdot 10^{-8}$ ;

$$\sin \varphi_{3} = \frac{x_{H} - x_{C}}{\sqrt{(r_{3} + r_{H})^{2} + (x_{H} - x_{C})^{2}}} = \frac{Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C}}{\sqrt{(r_{3} + Z_{H} \cdot \cos \varphi_{H})^{2} + (Z_{H} \sin \varphi_{H} - x_{C})^{2}}}$$
(9)

(здесь  $\cos \varphi_{\rm H}$ ,  $x_{\rm H}$ ,  $r_{\rm H}$  — соответственно коэффициент мощности и сопротивления нагрузки).

Сравнив (7) и (8) и заменив  $\sin \phi_3$  по (9), окончательно получим при любом характере нагрузки и продольной емкостной компенсации:

$$ln^{2} \left\{ \frac{2\sqrt{2}w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + \left[I_{3K} \pm I_{3} \frac{Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C}}{\sqrt{(r_{3} + Z_{H} \cdot \cos \varphi_{H})^{2} + (Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C})^{2}}}\right]^{2} \cdot \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right\} - ln^{2} \left\{ \frac{2\sqrt{2}w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + I_{3}^{2}} \left[1 - \frac{(Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C})^{2}}{(r_{3} + Z_{H} \cdot \cos \varphi_{H})^{2} + (Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C})^{2}}\right] \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right\} = \left(\frac{\beta I_{3}}{Aw_{2}Q_{C}}\right)^{2} \left[(r_{3} + Z_{H} \cdot \cos \varphi_{H})^{2} + (Z_{H} \cdot \sin \varphi_{H} - x_{C})^{2}\right].$$
(10)

Таким образом, для расчета напряжения на нагрузке необходимо иметь заданными ток и коэффициент мощности нагрузки, величину емкости ПК, конструктивные данные и кривую намагничивания трансформатора утроителя, ток к.з. последнего. Решая трансцендентное уравнение (10) одним из известных приближенных методов, находим значение сопротивления нагрузки  $Z_{\rm H}$ , а затем и напряжение  $U_{\rm H} = I_3 Z_{\rm H}$ .

При чисто активной нагрузке и ПК уравнение (10) несколько упрощается

$$ln^{2} \left[ \frac{2\sqrt{2} w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + (I_{3k} \pm I_{3} \cdot \sin \varphi_{3})^{2} \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right] - ln^{2} \left[ \frac{2\sqrt{2} w_{1}}{\alpha \cdot l_{c}} \sqrt{I_{0}^{2} + I_{3}^{2} (1 - \sin^{2} \varphi_{3}) \left(\frac{w_{2}}{w_{1}}\right)^{2}} \right] = \left(\frac{\beta I_{3} x_{c}}{A w_{2} Q_{c} \cdot \sin \varphi_{3}}\right)^{2}, \quad (11)$$

то есть в данном случае определяется сначала sín  $S_3$ , затем сопротивление нагрузки

$$r_{\rm H} = x_{\rm C} \cdot {\rm ctg} \, \varphi_3 - r_3$$

и, наконец, напряжение на нагрузке  $U_{\rm H}$ .

Уравнение (10) или (11) можно использовать в других вариациях: находить точки внешней характеристики утроителя без компенсации (x=0) и с поперечной компенсацией (емкость включить в нагрузку); рассчитывать величину емкости продольной или поперечной компенсации при заданных

$$I_3, U_{\text{H}}, \cos \varphi_{\text{H}} \text{ H } Z_{\text{H}} = \frac{U_{\text{H}}}{I_3};$$

определять установившиеся токи к. з. за конденсаторами ПК.

Для маломощных установок с утроителем наибольший ток в цепи будет при к. з. непосредственно за конденсаторами ПК, так как активное сопротивление проводки, по крайней мере, на порядок выше индуктивного сопротивления, и по мере удаления точки к. з. от конденсаторов токи уменьшаются. Вследствие этого можно ограничиться расчетом тока к. з. непосредственно за конденсаторами ПК, для чего удобно применить выражение (11), подставляя в него известную величину

$$\sin \varphi_3 = \frac{x_{3s} - x_c}{V(r_3)^2 + (x_{3s} - x_c)^2},$$

где  $x_{3_s}$  — сопротивление рассеяния вторичной обмотки утроителя (рассчитывается как для обычных дросселей со стальным сердечником).

Так как при к. з.  $\sin \phi_3 \to 1,0$ , допустимо принимать  $\sin \phi_3 = 1.0$ ,

при этом выражение (11) заметно упрощается.

Если трехфазный выход утроителя выполнен по T-образной схеме, расчет внешней характеристики и токов к.з. не содержит принципиально новых элементов — необходимо лишь все расчеты выполнять для фазы эквивалентной Y.

Хотя основная гармоника индукции непосредственно не входит в конечные выражения (10) и (11), однако от ее величины в значительной степени зависят токи  $I_0$  и  $I_{3k}$ , особенно  $I_0$ , так как утроитель работает в области сильных насыщений. Добротность расчетов во многом определяется достоверностью величин  $I_0$  и  $I_{3k}$ , поэтому значение основной гармоники индукции желательно устанавливать по возможности точнее, то есть с учетом потери напряжения в сопротивлениях первичной обмотки утроителя. Для опытной модели утроителя на 300 ва (сталь Э31 0,35 мм;  $B_{1m} = 15700-20300$  гс) хорошие результаты получены при соотношении э.д.с. и напряжения входа  $E_1 = (0.96 \div 0.98) U_1$ .

Точность расчетов повышается также, если коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  находить не по методу выбранных точек, а по методу наименьших квадратов или средних.

Погрешность расчета внешних характеристик указанной модели  $B_{1_{\rm M}} = 15700 - 20300$  гс,  $\frac{I_3}{I_{3_{\rm K}}} = 0 \div 3,3$ ) при ПК и активной или активно-индуктивной нагрузке не превзошла ±6%, установившиеся токи трех- и двухфазного к. з. за конденсаторами определялись с ошибками не более ±10%.

## Выводы

- 1. Предложены выражения для аналитического или графо-аналитического расчета внешней характеристики ферромагнитного утроителя частоты и установившихся токов к.з. за конденсаторами продольной компенсации.
- 2. Выражения пригодны в широком диапазоне индукций для различных по характеру и величине нагрузок и тех или иных марок электротехнических сталей, т. е. имеют известную универсальность.
- 3. Основной недостаток предлагаемого способа трудоемкость решения трансцендентного уравнения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Рожанский. Статические умножители частоты в схемах телеуправления и телесигнализации. Диссертация, 1947.
2. Л. Л. Рожанский. Статические электромагнитные преобразователи частоты. Госэнергоиздат, 1959.

3. С. В. Шапиро. Аналитический расчет внешней характеристики утроителя частоты с продольной емкостной компенсацией. Труды ГПИ им. А. А. Жданова, т. XVI,