

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ФАЗОВЫМ РОТОРОМ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ РЕГУЛИРОВАНИИ СКОРОСТИ

Ю. П. КОСТЮКОВ

(Рекомендована научным семинаром электромеханического факультета)

В существующих системах управления асинхронными двигателями с фазовым ротором регулирование скорости осуществляется введением добавочного сопротивления в цепь ротора и по каскадным схемам.

С появлением мощных полупроводниковых неуправляемых и управляемых вентилях каскадные схемы вступили в новую фазу своего развития.

В некоторых случаях может оказаться целесообразным применение импульсного метода для регулирования скорости асинхронных двигателей с фазовым ротором.

Принципиальные схемы импульсного регулирования достаточно полно описаны в отечественной [1] и зарубежной литературе.

Регулирование скорости вращения в подобных схемах осуществляется изменением относительной продолжительности включения силового тиристора, которая равна

$$\gamma = \frac{T - t_n}{T}, \quad (1)$$

где:  $T$  — период повторения импульсов;

$t_n$  — длительность импульса, соответствующая времени, в течение которого преобразователь (или добавочное сопротивление) проводит ток.

Точность расчета статических характеристик и определение энергетических показателей импульсных систем в значительной степени зависят от гармонического анализа фазного тока ротора.

**Гармонический анализ фазного тока ротора.** Будем считать, что двигатель работает в установившемся режиме, обмотка ротора соединена в звезду и выпрямление осуществляется с помощью полупроводниковых вентилях, собранных по трехфазной мостовой схеме; в цепи выпрямленного тока предполагается наличие сглаживающего дросселя с конечной индуктивностью.

Экспериментальное исследование коммутации при различных нагрузках выпрямителя показывает, что изменение токов на этих участ-

как практически происходит по линейному закону. Это вполне согласуется с теорией вентильных устройств, так как в нашем случае, особенно при малых скольжениях, значительное влияние на процесс коммутации неуправляемых вентилях оказывает активное сопротивление ротора. При импульсном регулировании скорости в интервале между периодами коммутации в цепи ротора возникают пульсации тока, величина которых зависит от индуктивности промежуточных цепей, периода повторения импульсов и т. д. Пульсации тока также могут быть аппроксимированы отрезками прямых. При этих условиях фазный ток ротора с достаточной степенью точности можно представить в виде «внутренней» слагающей с высотой  $I_1$  и «пульсирующей» высотой  $I_2 - I_1$ . Такая аппроксимация с хорошим приближением отражает реальные процессы в системах с переменной частотой коммутации ( $t_u = \text{const}$ ) при больших  $\gamma$  даже для схем без сглаживающего дросселя. На рис. 1 угол перекрытия вентиля  $\lambda$ , параметры импульсного устройства  $T'$ ,  $t'_u$  приведены к неподвижному ротору;  $I_1$  и  $I_2$  соответственно минимальное и максимальное значение тока установившегося

периодического процесса. Пульсации тока определяются по методике изложенной в [2].

Пусть также число периодов  $T'$  в интервале  $\frac{2\pi}{3} - \lambda$  равно  $n$ , причем  $n$  — целое число, т. е.

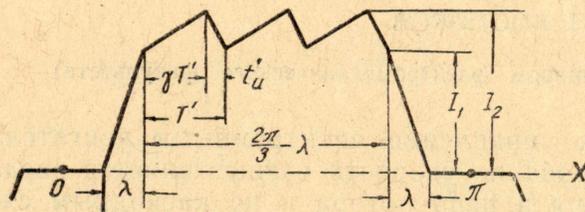


Рис 1

$$n = \frac{\frac{2\pi}{3} - \lambda}{T'} \quad (2)$$

Для «внутренней» слагающей выбираем начало координат в середине паузы фазного тока (точка O). Рассматриваемая кривая симметрична относительно оси абсцисс и начала координат, она раскладывается в ряд Фурье, который не содержит постоянной составляющей, четных и косинусных гармоник. Применяя обычные методы разложения симметричных функций в ряд Фурье [3, 4], получим окончательно выражение для синусного коэффициента гармоники  $k$ -го порядка

$$b_k = \frac{4I_1 \sin k \frac{\lambda}{2}}{\pi k^2} \left( \cos k \frac{\pi}{6} - \cos k \frac{5\pi}{6} \right). \quad (3)$$

Очевидно, в разложении «внутренней» слагающей будут отсутствовать гармоники кратные трем, и ряд примет следующий вид:

$$f(x) = \frac{4\sqrt{3} I_1}{\pi \lambda} \left( \sin \frac{\lambda}{2} \cdot \sin x - \frac{1}{5^2} \sin \frac{5}{2} \lambda \cdot \sin 5x - \frac{1}{7^2} \sin \frac{7}{2} \lambda \cdot \sin 7x + \dots \right). \quad (4)$$

Для разложения «пульсирующей» слагающей сместим последнюю к оси абсцисс и поместим начало координат в той же точке O. Данная кривая симметрична относительно оси X и раскладывается в ряд Фурье, который не содержит постоянного члена и гармоник четного порядка.

Для синусного коэффициента гармоники  $k$ -го порядка получено следующее выражение

$$\begin{aligned}
B_k = & \frac{2(I_2 - I_1)}{\pi \gamma T' \cdot k^2} \sum_{m=1}^{m=n} \left[ \sin k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - t'_n \right) - \right. \\
& \left. - \sin k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - T' \right) \right] + \\
& + \frac{2(I_2 - I_1)}{\pi t'_n \cdot k^2} \sum_{m=1}^{m=n} \left[ \sin k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - t'_n \right) - \right. \\
& \left. - \sin k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' \right) \right]. \quad (5)
\end{aligned}$$

Аналогичным образом получаем для косинусного коэффициента

$$\begin{aligned}
C_k = & \frac{2(I_2 - I_1)}{\pi \gamma T' \cdot k^2} \sum_{m=1}^{m=n} \left[ \cos k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - T' \right) - \right. \\
& \left. - \cos k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - t'_n \right) \right] + \\
& + \frac{2(I_2 - I_1)}{\pi t'_n \cdot k^2} \sum_{m=1}^{m=n} \left[ \cos k \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma}{2} + mT' \right) - \right. \\
& \left. - \cos k \left( \frac{\pi}{6} + \frac{\lambda}{2} + mT' - t'_n \right) \right]. \quad (6)
\end{aligned}$$

Первая гармоника «пульсирующей» слагающей

$$i_{1n} = A_1 \sin(x + \psi_1), \quad (7)$$

где

$$A_1 = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} \text{ и } \psi_1 = \arctg \frac{C_1}{B_1}. \quad (8)$$

После несложных тригонометрических преобразований выражение для амплитуды первой гармоники «пульсирующей» слагающей принимает следующий вид

$$A_1 = \frac{(I_2 - I_1) T'}{\pi} \sqrt{\left( \sum_{m=1}^{m=n} \sin mT' \right)^2 + \left( \sum_{m=1}^{m=n} \cos mT' \right)^2}. \quad (9)$$

Последнее выражение получено при условии

$$\sin \frac{\gamma T'}{2} \simeq \frac{\gamma T'}{2}, \quad \sin \frac{t'_n}{2} \simeq \frac{t'_n}{2}, \quad \sin \frac{T'}{4} \simeq \frac{T'}{4},$$

что вполне справедливо при  $n \geq 3$ .

По известным первым гармоническим «пульсирующей» и «внутренней» слагающих можно определить амплитуду первой гармоники фазного тока ротора и ее фазу относительно принятого начала координат.

Как показывают соответствующие расчеты, при  $\frac{I_2}{I_1} < 1,5$  можно принять  $\Psi_1 = 0$ , при этом амплитуда первой гармоники фазного тока ротора определяется с точностью до третьего — четвертого знака, а ошибка в определении ее фазы меньше одного электрического градуса. Таким образом, сдвиг основной гармоники фазного тока ротора относительно э. д. с. асинхронного двигателя приближенно равен  $\frac{\lambda}{2}$ , т. е. определяется так же, как обычно принято в теории вентильных устройств, а действующее значение первой гармоники фазного тока ротора определяется выражением

$$i_1 = \frac{I_1}{\pi \sqrt{2}} \left[ \frac{4\sqrt{3} \sin \frac{\lambda}{2}}{\lambda} + \left( \frac{I_2}{I_1} - 1 \right) T' \sqrt{\left( \sum_{m=1}^{m=n} \sin mT' \right)^2 + \left( \sum_{m=1}^{m=n} \cos mT' \right)^2} \right]. \quad (10)$$

Проведенный гармонический анализ фазного тока ротора позволяет оценить влияние высших гармонических на работу асинхронной машины.

**Определение коэффициента искажения.** Коэффициент искажения определяется как отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению всей кривой [5]:

$$v = \frac{i_1}{i_d}. \quad (11)$$

Определим действующее значение  $i_d$  фазного тока воспользовавшись известным соотношением для периодических токов [5]. Произведя интегрирование и упрощающие преобразования, получим

$$i_d = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{\lambda}{\pi} + \frac{I_2}{I_1} \left( \frac{I_2}{I_1} + 1 \right) \left( \frac{2}{3} - \frac{\lambda}{\pi} \right)}. \quad (12)$$

На основании (10) и (12) коэффициент искажения равен

$$v = \frac{\sqrt{3} \left[ \frac{4\sqrt{3} \cdot \sin \frac{\lambda}{2}}{\lambda} + \left( \frac{I_2}{I_1} - 1 \right) T' \sqrt{\left( \sum_{m=1}^{m=n} \sin mT' \right)^2 + \left( \sum_{m=1}^{m=n} \cos mT' \right)^2} \right]}{\pi \sqrt{2} \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{\lambda}{\pi} + \frac{I_2}{I_1} \left( \frac{I_2}{I_1} + 1 \right) \left( \frac{2}{3} - \frac{\lambda}{\pi} \right)}}. \quad (13)$$

На границе перехода от непрерывного тока к прерывистому  $I_1=0$ ; так как режим прерывистых токов возможен при малых нагрузках, то  $\lambda \approx 0$ , тогда

$$v = \frac{3 \cdot T'}{2 \cdot \pi} \sqrt{\left( \sum_{m=1}^{m=n} \sin mT' \right)^2 + \left( \sum_{m=1}^{m=n} \cos mT' \right)^2}. \quad (14)$$

Расчеты по формуле (14) показывают, что коэффициент искажения  $v$  на границе перехода от непрерывного тока к прерывистому не превышает 0,85.

В табл. 1 дана зависимость коэффициента искажения  $v$  в режиме непрерывного тока от угла перекрытия вентиля  $\lambda$ , числа периодов  $n$  и отношения токов  $\frac{I_2}{I_1}$ . Расчеты проводились по формуле (13).

Из табл. 1 следует, что при малых пульсациях тока  $\frac{I_2}{I_1} = 1,1 \div 1,5$  влияние высших гармонических «пульсирующей» слагающей будет незначительным, кроме того, при данных  $\frac{I_2}{I_1}$  коэффициент искажения увеличивается с уменьшением  $n$ , т. е. с увеличением периода повторения импульсов, что еще раз подчеркивает преимущества систем с переменной частотой коммутации [2].

**Выбор мощности двигателя.** В первом приближении можно считать, что нагрев двигателя определяется действующим значением тока, а полезную работу производит только первая гармоника, тогда коэффициент использования двигателя равен коэффициенту искажения. Кроме того, необходимо учитывать снижение электромагнитного

Таблица 1

$\frac{I_2}{I_1}$	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	$\lambda$
$n$						
3	0,9603	0,9592	0,9566	0,9533	0,9494	0
6	0,9596	0,9573	0,9537	0,9495	0,9449	
9	0,9595	0,9569	0,9531	0,9488	0,9441	
3	0,9863	0,9846	0,9807	0,9755	0,9697	$\frac{\pi}{6}$
6	0,9860	0,9836	0,9792	0,9736	0,9674	
9	0,9859	0,9835	0,9790	0,9733	0,9670	
3	0,9986	0,9956	0,9902	0,9830	0,9749	$\frac{\pi}{3}$
6	0,9985	0,9953	0,9897	0,9826	0,9741	
9	0,9985	0,9952	0,9896	0,9823	0,9739	

момента двигателя вследствие перекрытия вентилей. Это снижение определяется соотношением

$$\frac{M_n}{M_{эн}} = \nu \frac{\cos \frac{\lambda}{2} E_c}{\cos \psi_2 E_2}, \quad (15)$$

где:  $M_{эн}$ ,  $M_n$  — соответственно номинальный электромагнитный момент двигателя и электромагнитный момент при импульсном регулировании;

$\psi_2$  — угол сдвига между вторичной э. д. с. и током обычного асинхронного двигателя.

Это выражение получено при одинаковых действующих значениях. Таким образом, выбор двигателя производится обычными методами теории электропривода, но с завышением мощности согласно выражению (15). Асинхронный двигатель при импульсном регулировании недоиспользуется по мощности в среднем на 10%.

**Круговая диаграмма.** Круговую диаграмму асинхронного двигателя легко построить, если пренебречь «пульсирующей» слагающей фазного тока ротора. При этом считаем, что нагрузочный ток в первичной цепи имеет синусоидальную форму, соответствующую первой гармонике «внутренней» слагающей (с учетом коэффициента рассеяния).

Координаты центра и радиус круга для каскадных схем определены в [6]. Задаем некоторым значением нагрузочного тока и скольжением, находим первую гармонику «внутренней» слагающей и определяем угол перекрытия вентилей приближенным методом с учетом омического и индуктивного сопротивления в коммутирующем контуре [7]. Далее строим круговую диаграмму [6] и находим электромагнитную мощность  $P_э$ . По известной электромагнитной мощности  $P_э$  и заданному скольжению  $s$  определяем ту относительную продолжительность включения, которую необходимо задать, чтобы получить именно это скольжение. В общем случае электрическая мощность, развиваемая во вторичной цепи, равна электромагнитной мощности, умноженной на скольжение [8].

Таким образом, для каскадных схем с импульсным регулированием.

$$P_3 \cdot s = E_n \cdot I_1 (1 - \gamma) + I_1^2 R_n (1 - \gamma) + \Delta U I_1 + 3R_2 \cdot i_1^2, \quad (16)$$

где:  $E_n$  — противо-э. д. с. преобразователя;

$R_n$  — эквивалентное омическое сопротивление преобразователя;

$\Delta U$  — падение напряжения на двух неуправляемых вентилях моста и на защитном диоде (силовом тиристоре) [2];

$R_2$  — активное сопротивление фазы обмотки ротора.

Выражение (16) получено при условии, что ток в цепи преобразователя и э. д. с. преобразовательного устройства, вводимая в цепь ротора, имеют форму прямоугольных импульсов. Из выражения (16).

$$\gamma = 1 - \frac{P_3 \cdot s - \Delta U I_1 - 3R_2 i_1^2}{E_n I_1 + I_1^2 R_n}. \quad (17)$$

Коэффициент мощности, полученный из круговой диаграммы, надо умножить на коэффициент искажения. Результаты эксперимента подтвердили правильность основных положений, изложенных в данной статье.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Зайцев, Ю. П. Костюков. Импульсные системы регулирования скорости асинхронных двигателей с фазовым ротором. В данном сборнике.
2. А. И. Зайцев, Ю. П. Костюков. Асинхронный вентильный каскад с импульсным управлением. Известия ТПИ, 1965, т. 153.
3. М. Г. Серебрянников. Гармонический анализ. Гостехиздат, 1948.
4. Г. П. Толстов. Ряды Фурье. Физматгиз, 1960.
5. Г. В. Зевеке и др. Основы теории цепей. ГЭИ, 1963.
6. Д. А. Завалишин и др. Регулирование скорости вращения мощных асинхронных электродвигателей в каскадной схеме с полупроводниковым преобразователем. Известия АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1962, № 3.
7. А. А. Булгаков. Основы динамики управляемых вентильных систем. Издат. АН СССР, 1963.
8. М. П. Костенко и Л. М. Пиотровский. Электрические машины, часть 2, ГЭИ, 1958.