

## ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОСТИ ПАРАМЕТРОВ НА ПРОЦЕСС РЕГУЛИРОВАНИЯ В ТЕПЛООБМЕННИКАХ

А. Ф. ФЕДОРОВ, П. А. АНДРИЯНОВ

(Представлена проф. А. Н. Ереминым)

В настоящее время появилось достаточно много работ по исследованию динамики теплообменников. Теперь уже напрашивается вопрос об особенностях процессов регулирования температуры в распределенных моделях теплообменных аппаратов.

В данной работе делается попытка качественной оценки влияния распределенности параметров на процесс регулирования, исходя из понятия сосредоточенной математической модели теплообменника и времени нахождения нагреваемой жидкости в теплообменнике [1] с постоянной температурой греющего теплоносителя.

Исходное уравнение теплообменника с учетом распределенности температуры нагреваемого теплоносителя по длине и некоторых допущений [1, 2] будет иметь следующий вид:

$$T_{12}T_{23}v \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial \tau \partial x} + (T_{21} + T_{23}) \frac{T_{12}}{T_{21}} v \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial x} + T_{12}T_{23} \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial \tau^2} + \left( T_{12} + \frac{T_{12}T_{23}}{T_{21}} + T_{23} \right) \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial \tau} + t_1(x, \tau) = t_3(\tau). \quad (1)$$

Влияние распределенности на динамику теплообменника будем оценивать по величине

$$\delta_p = \exp \left[ - \frac{\tau_0 T_{21}}{T_{12}(T_{21} + T_{23})} \right]. \quad (2)$$

$\delta_p$  — коэффициент распределенности, равный разности между установившимися значениями температуры нагреваемого теплоносителя сосредоточенной и распределенной математических моделей теплообменника. При  $\delta_p \rightarrow 0$  распределенная математическая модель теплообменника переходит в сосредоточенную математическую модель. Таким образом, последнюю можно рассматривать как частный случай распределенной модели.

Передаточная функция может быть получена из (1) после применения преобразования Лапласа

$$W(p) = W_c(p) [1 - W_p(p)], \quad (3)$$

где 
$$W_c(p) = \frac{1}{T_{12}T_{23}p^2 + \left(T_{12} + \frac{T_{12}T_{23}}{T_{21}} + T_{23}\right)p + 1} \quad (4)$$

передаточная функция сосредоточенной математической модели;

$$W_p(p) = \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \exp(-\tau_0 p) \exp\left[\frac{\tau_0}{T_{12}T_{21}\left(p + \frac{T_{21} + T_{23}}{T_{21}T_{23}}\right)}\right] \quad (5)$$

передаточная функция по каналу  $t_0 - t_1(x, \tau)$ , учитывающая влияние распределенности.

Выражение для частотной характеристики можно получить из (3) заменой  $p$  на  $i\omega$ .

Ввиду громоздкости аналитическое выражение для частотной характеристики  $W(i\omega)$  в данной работе не приводится [3]. На рис. 1

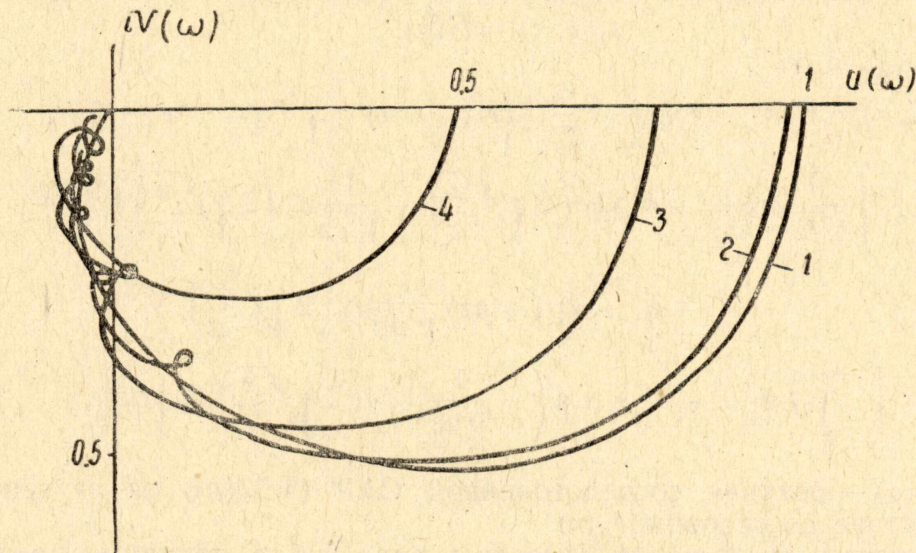


Рис. 1. Амплитудно-фазовые частотные характеристики.  
1 —  $\delta_p = 0$ , 2 —  $\delta_p = 0,02$ , 3 —  $\delta_p = 0,2$ , 4 —  $\delta_p = 0,5$ .

показаны графики частотных характеристик теплообменника типа ТН по каналу  $t_3 - t_1(x, \tau)$  при различных значениях  $\delta_p$ , рассчитанные на машине „Проминь“ ( $T_{12} = 7,1$  сек.,  $T_{21} = 2,68$  сек.,  $T_{23} = 1,02$  сек.).

Анализируя частотные характеристики, можно предположить, что качество процесса регулирования должно изменяться при увеличении  $\delta_p$ . Это же можно сказать и из анализа аналитического выражения для процесса регулирования системы с ПИ-регулятором, наиболее часто применяемого в практике. При этом уравнения системы автоматического регулирования (САР) будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} & T_{12}T_{23}v \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial \tau \partial x} + (T_{21} + T_{23}) \frac{T_{12}}{T_{21}} v \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial x} + T_{12}T_{23} \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial \tau^2} + \\ & + \left(T_{12} + \frac{T_{12}T_{23}}{T_{21}} + T_{23}\right) \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial \tau} + t_1(x, \tau) = t_3(\tau) - t(x, \tau), \end{aligned} \right\} (6)$$

$$t(x, \tau) = \kappa_p + \frac{\kappa_p}{T_u} \int t_1(x, \tau) d\tau.$$

После применения преобразования Лапласа к (6) получим выражение для передаточной функции замкнутой САР

$$W_{3c}(p) = W_{3c}^c(p) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \exp(-\tau_0 p) \exp\left(-\frac{1}{cp}\right) \exp\left[\frac{1}{a(p+b)}\right] \right\},$$

где

$$W_{3c}^c(p) = \frac{p}{T_{12}T_{23}p^3 + \left(T_{12} + \frac{T_1 T_{23}}{T_{21}} + T_{23}\right)p^2 + (1 + \kappa_p)p + \frac{\kappa_p}{T_n}} \quad (8)$$

передаточная функция замкнутой САР для сосредоточенной математической модели теплообменника;

$$a = \frac{T_{12}T_{21}}{\left[\frac{T_{23}}{T_{21}} + \frac{\kappa_p T_{12}^2}{(T_{21} + T_{23})T_n} - \kappa_p\right]\tau_0}; \quad b = \frac{T_{21} + T_{23}}{T_{21}^2}, \quad c = \frac{T_n T_{12}(T_{21} + T_{23})}{\kappa_p T_{21}\tau_0}.$$

При скачкообразном изменении  $t_3(\tau)$  получим при  $0 \leq \tau < \tau_0$

$$t_1(l, \tau) = F(\tau), \quad (9)$$

при  $\tau_0 \leq \tau < \infty$ .

$$t_1(l, \tau) = F(\tau) - \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \left\{ F(\tau - \tau_0) + \int_0^{\tau - \tau_0} F(\tau - \tau_0 - z) \times \right. \\ \times \left[ \frac{1}{\sqrt{bz}} \exp(-bz) I_1\left(2\sqrt{\frac{z}{a}}\right) - \frac{1}{\sqrt{cz}} I_1\left(2\sqrt{\frac{z}{c}}\right) \right] dz + \\ \left. + \int_0^{\tau - \tau_0} \exp(-bz) \frac{1}{\sqrt{az}} I_1\left(2\sqrt{\frac{z}{a}}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[ \int_0^{\tau - \tau_0 - z} F(\tau - \tau_0 - z - \beta) \left(-\frac{1}{\sqrt{c\beta}}\right) I_1\left(2\sqrt{\frac{\beta}{c}}\right) d\beta \right] dz \right\}, \quad (10)$$

где  $F(\tau)$  — реакция сосредоточенной САР ( $W_{3c}^c(p)$ ) на ступенчатое воздействие со стороны  $t_3(\tau)$ .

Представляя функции Бесселя в виде рядов, получим выражение для процесса регулирования в виде, пригодном для расчета на ЭЦВМ в интервале  $\tau_0 \leq \tau < \infty$ :

$$t_1(l, \tau) = F(\tau) - \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \left\{ F(\tau - \tau_0) + \int_0^{\tau - \tau_0} F(\tau - \tau_0 - z) \times \right. \\ \times \left[ \exp(-bz) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\kappa+1} z^\kappa}{\kappa! (\kappa+1)!} + \sum_{\kappa=0}^{\infty} (-1)^{\kappa+1} \frac{\left(\frac{1}{c}\right)^{\kappa+1} z^\kappa}{\kappa! (\kappa+1)!} \right] dz + \\ \left. + \int_0^{\tau - \tau_0} \exp(-bz) \left[ \int_0^{\tau - \tau_0 - z} F(\tau - \tau_0 - z - \beta) \sum_{\kappa=0}^{\infty} (-1)^{\kappa+1} \frac{\left(\frac{1}{c}\right)^{\kappa+1} \beta^\kappa}{\kappa! (\kappa+1)!} d\beta \right] \times \right. \\ \left. \times \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\kappa+1} z^\kappa}{\kappa! (\kappa+1)!} dz \right\}. \quad (11)$$

Из (9) и (11) видно, что основу процесса регулирования распределенной модели составляет процесс регулирования сосредоточенной мо-

дели  $F(\tau)$ , из которого после  $\tau = \tau_0$  вычитается та же функция  $F(\tau)$ , сдвинутая по времени на величину  $\tau_0$  и измененная в  $\exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)$  раз, и свертка функций.

На рис. 2 приведены графики кривых процесса регулирования при различных значениях  $\delta_p$ , полученные на моделирующей машине ЭМУ-10.

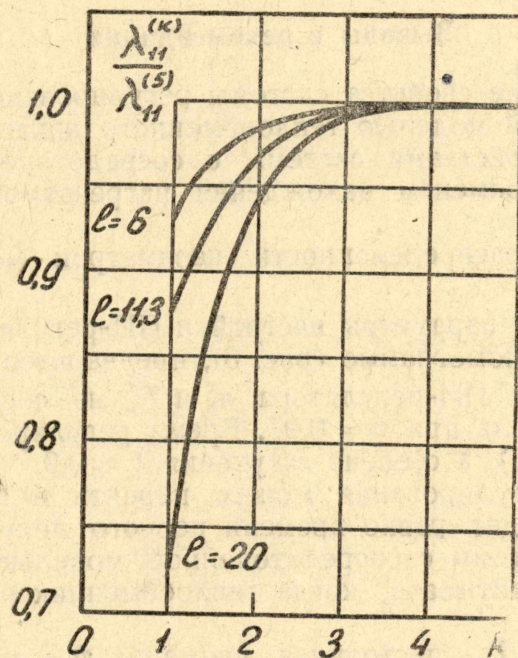


Рис. 2. Кривые процессов регулирования

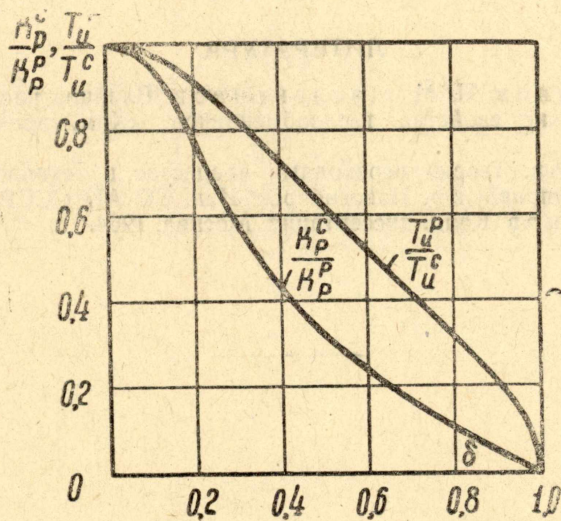


Рис. 3

Как видно из рис. 2, влияние распределенности начинает сказываться только при  $\delta_p > 0,2$ .

В интервале  $0,2 \leq \delta_p \leq 0,75$  объект обладает наихудшими динамическими свойствами, в этот период сказывается влияние резонанса. С увеличением  $\delta_p$  увеличивается колебательность процесса. Если величина  $\tau_0$  ( $\delta_p \approx 0,53$ ) численно совпадает с величиной длительности первой полуволны процесса регулирования, то процесс будет незатухающим со значительной амплитудой колебания. При дальнейшем увеличении  $\delta_p$  увеличивается степень затухания до  $\psi = 1$ .

### Выводы и рекомендации

1. Динамические свойства системы регулирования с распределенной математической моделью теплообменного аппарата определяются динамическими свойствами системы с сосредоточенной математической моделью и временем нахождения нагреваемой жидкости в аппарате.

2. Влиянием распределенности параметров можно пренебречь при  $\delta_p < 0,2$ .

3. При  $\delta_p > 0,2$  параметры настройки ПИ-регулятора  $k_p^p$  и  $T_n^p$  можно определить по номограмме (рис. 3), предварительно определив параметры настройки ПИ-регулятора  $k_p^c$  и  $T_n^c$  на сосредоточенную математическую модель при  $\psi = 0,97$ . Время регулирования будет всегда больше  $\tau_0$  ( $\approx 3\tau_0$ ), а степень затухания  $\psi \approx 0,9$ .

4. Система регулирования может перейти в автоколебательный режим, если  $\tau_0$  будет равно времени первого полупериода процесса регулирования системы с сосредоточенной моделью теплообменника. Это необходимо учитывать, когда теплообменник работает при переменной нагрузке.

Обозначения:  $T$  — постоянная времени;  $v$  — скорость движения нагреваемой жидкости;  $\tau_0$  — время нахождения нагреваемой жидкости в аппарате;  $x$  — текущая координата;  $\tau$  — текущее время;  $p$  — переменная преобразования Лапласа по  $\tau$ ;  $t$  — отклонение температуры;  $k_p$  — коэффициент усиления ПИ-регулятора;  $T_n$  — время изодрома.

Индексы: 1 — нагреваемая жидкость; 2 — стенка; 3 — греющий теплоноситель.

### ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Андриянов, И. М. Масленников. Влияние распределенности параметров на динамические свойства теплообменников. «Хим. промышленность», 1963, № 12, с. 22—28.
2. Б. Н. Девятков. Теория переходных процессов в технологических аппаратах с точки зрения задач управления, Новосибирск, Изд. СО АН СССР, 1964, 71—95.
3. П. А. Андриянов. Канд. диссертация, Москва, 1964.