ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 162 1967

О ВЗАИМОСВЯЗИ И СТЕПЕНИ ВЛИЯНИЯ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИЛЬНОТОЧНОГО БЕТАТРОНА С ВНЕШНЕЙ ИНЖЕКЦИЕЙ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ γ-ИЗЛУЧЕНИЯ

М. С. АЛЕЙНИКОВ, В. П. ИВАНЧЕНКОВ, В. А. КОЧЕГУРОВ, Б. Е. ТОМИЛОВ

(Представлена научным семинаром научно-исследовательского института ядерной физики)

В данной работе даются оценки связей между входными параметрами и выходной величиной интенсивности γ-излучения бетатрона.

Из теоретических представлений и из опыта эксплуатации известно [1], что зависимость интенсивности от таких параметров, как фазы инжекции, инфлекции, напряжения на обмотке электромагнита, инжекции и инфлекции, токов в обмотке электромагнита и накала электронной пушки, носит экстремальный характер. При подборе определенных значений перечисленных выше параметров получается максимальное значение интенсивности γ-излучения. Следует оценить, насколько существенна связь между входными параметрами и выходной величиной (степень корреляции), а также оценить степень взаимосвязи между входными величинами.

Поскольку известно [1], что статические характеристики бетатрона существенно нелинейны, степень связи между входными параметрами и выходной величиной оценить через коэффициент корреляции невозможно [2].

Поэтому произведена оценка степени связи через корреляционные отношения. Изменение значений величины y обусловлено изменчивостью связанных с ней величин x_i (где $i = 1, 2, 3\ldots$ и т. д.) и ряда других факторов, влияющих на y и не зависящих от x_i [2]. Характеризуя изменение величины y через ее дисперсию, указанное положение можно представить аналитически следующей формулой [2]:

$$\sigma_y^2 = \sum \sigma_{y1i}^2 + \sum \sigma_{y2i}^2, \tag{1}$$

где σ_y^2 — общая дисперсия величины y, т. е. дисперсия точек корреляционного поля относительно линии математического ожидания; m_y;

$$\sigma_y^2 = M\,[(y - m_y)^2]; \tag{2}$$

σ_{y1i}^2 — дисперсия точек корреляционного поля относительно условного математического ожидания для i-го параметра

$$\sigma_{y1i}^2 = M\,[(y - m_{y/x_i})^2]; \tag{3}$$

σ_{y2i}^2 — дисперсия кривой регрессии относительно математического ожидания величины y

$$\sigma_{y2i}^2 = M\,[(m_{y/x_i} - m_y)^2]. \tag{4}$$

Корреляционное отношение между величинами y и x_i определяется частью полной изменчивости величины y, обусловленной изменением значения величины x_i:

$$\eta_{y/x_i} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{y2i}}{\sigma^2_y}} . \qquad (5)$$

Условное математическое ожидание выходной величины (интенсивности γ-излучения) при определенных значениях входных величин подсчитывается по формуле [3]:

$$m_{y/x_i} = \sum_1^n y_к \cdot P\{y_к/x_{iк}\}, \qquad (6)$$

где $P\{y_к/x_{iк}\}$ — условная вероятность, т. е. вероятность наступления события y_i при условии, что событие x_i произошло.

Условная вероятность определяется по формуле (7) [3]

$$P\{y_к/x_{iк}\} = \frac{P\{(y = y_к)\cdot n\,(x = x_{iк})\}}{P\{y/x_{iк}\}} , \qquad (7)$$

где $P\{(y = y_к)\cdot n\,(x = x_{iк})\}$ — вероятность одновременного существования двух событий;

$P\{y/x_{iк}\}$ — безусловная вероятность.

Чтобы воспользоваться формулами (6) и (7) для определения условных математических ожиданий, строятся корреляционные поля либо составляются таблицы по данным измерений. Нами взяты часовые участки из трехчасовых реализаций входных и выходных величин бетатрона. Задаваясь уровнем одного из входных параметров, находим число пересечений этого уровня с реализацией данной входной величины и соответствующие точки для этих пересечений на реализации выходной величины (рис. 1). При этом предполагается, что

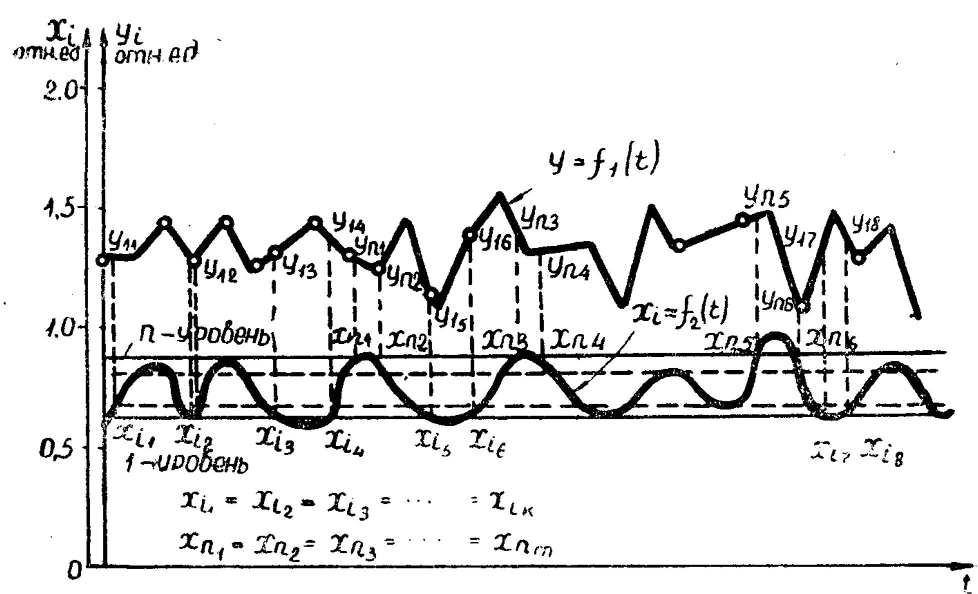

Рис. 1

другие входные параметры неизменны. Затем, откладывая соответствующие значения (уровни) входной величины по оси абсцисс, а по оси ординат значения выходной величины, соответствующие точкам пересечения данного уровня x_i с ее реализацией, строим корреляционные поля (рис. 2, 3, 4, 5). Используя выражение (7), определяем условную вероятность. В числитель выражения (7) подставляется число точек определенного значения выходной величины при задан-

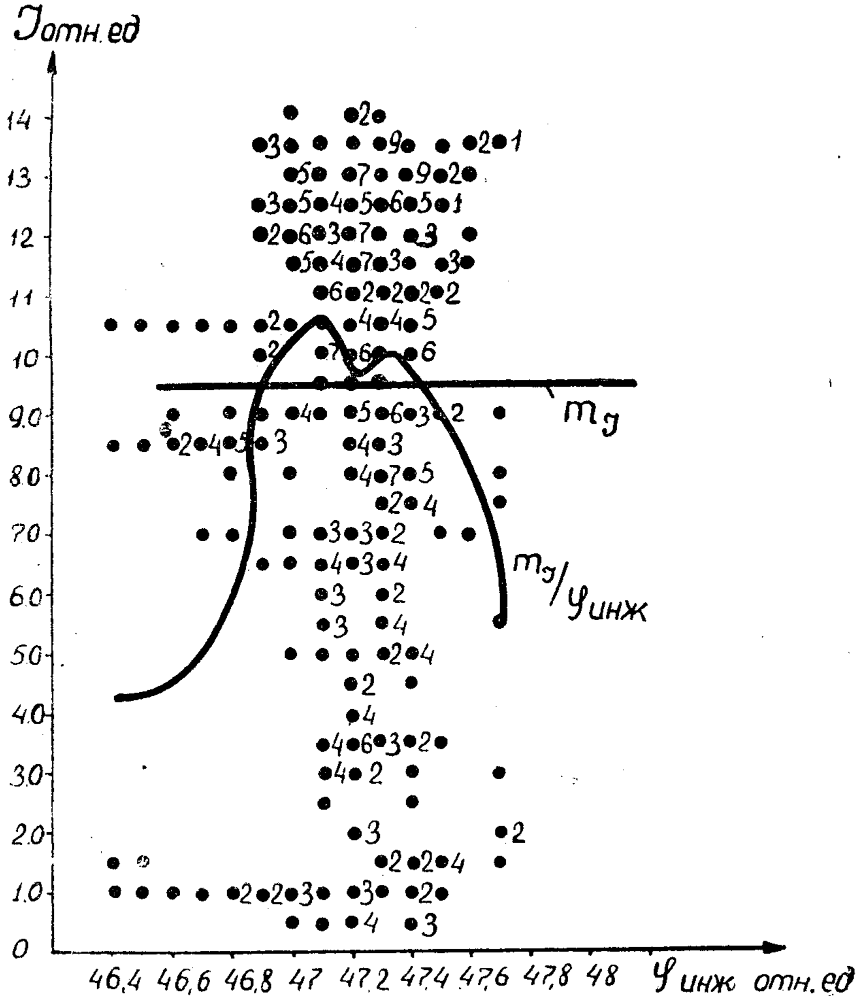

Рис. 2. Корреляционное поле и условное математическое ожидание (линия регрессии) интенсивности γ-излучения при изменении фазы инжекции.

ной величине входного параметра, в знаменатель — число пересечений соответствующего уровня входной величины с ее реализацией.

Например, (на рис. 2) для уровня фазы инжекции, равного 46,8, нанесены 14 точек: 2 — на уровне интенсивности γ-излучения, равного 1 относительной единице; 6 точек — 6 относительным единицам; 1—7 единицам; 1—8 единицам; 2—8,5 единицам; 1—9 единицам; 1—10,5 единицам. Отсюда:

$$P(y = 1) \cdot n\,(x = 46{,}8) = \frac{2}{N},$$

где N — число пересечений всех выбранных уровней фазы инжекции с ее часовой реализацией.

Безусловная вероятность равна:

$$P\{y/x_{i\kappa} = 46{,}8\} = \frac{14}{N}.$$

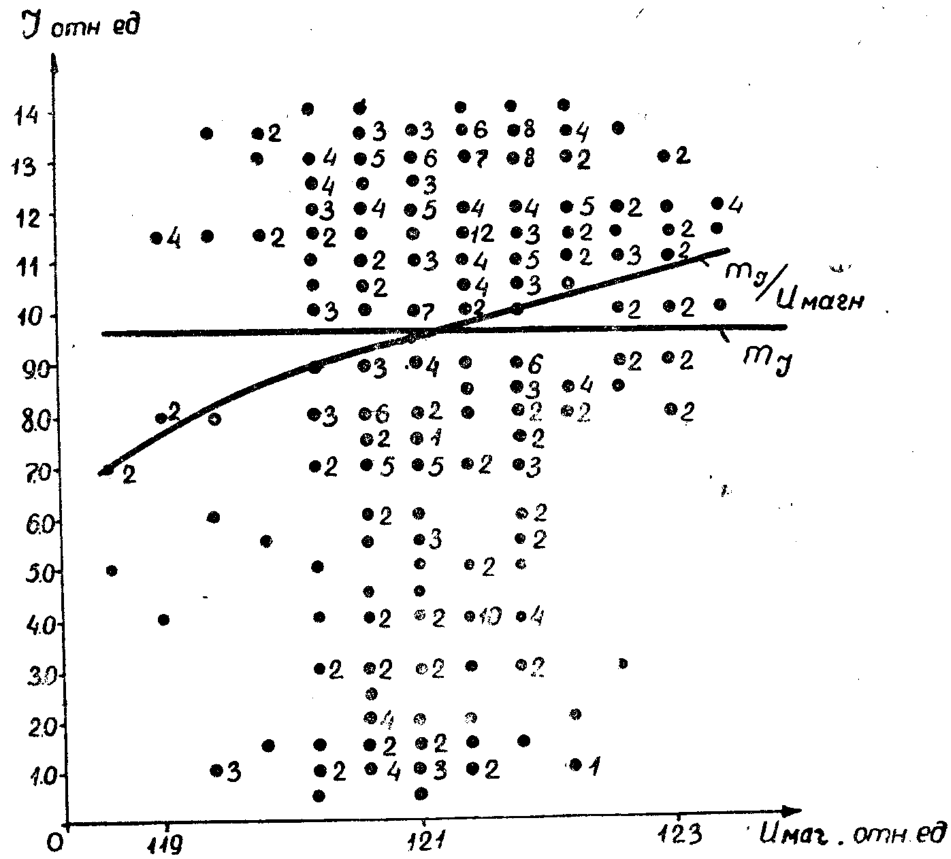

Рис. 3. Корреляционное поле и условное математическое ожидание интенсивности γ-излучения при изменении напряжения на электромагните

Условная вероятность для интенсивности $I = 1$

$$P\{y_\kappa = 1/x_{i\kappa} = 46{,}8\} = \frac{2}{14},$$

$$\text{для} \quad I = 7 \quad P\{y_\kappa = 7/x_{i\kappa} = 46{,}8\} = \frac{1}{14},$$

$$\text{для} \quad I = 8 \quad P\{y_\kappa = 8/x_{i\kappa} = 46{,}8\} = \frac{1}{14}$$

и т. д.

Пользуясь формулой (6), определяем условное математическое ожидание при заданном уровне входной величины. Так, для уровня фазы инжекции 46,8 (рис. 2).

$$m_{y/x_{i\kappa}} = 46{,}8 = 1\cdot\frac{2}{14} + 6\cdot\frac{6}{14} + 8\cdot\frac{1}{14} + 7\cdot\frac{1}{14} + 8{,}5\cdot\frac{2}{14} + 9\cdot\frac{1}{14} +$$

$$+ 10{,}5\cdot\frac{1}{4} = 6{,}4.$$

Таким образом, определены условные математические ожидания для различных уровней входных величин и построены кривые регрессии (рис. 2, 3, 4, 5).

Затем, используя выражения (2), (4) и (5), определяем σ_y^2, σ_y^2, и η. В результате для часовых реализаций получаем:

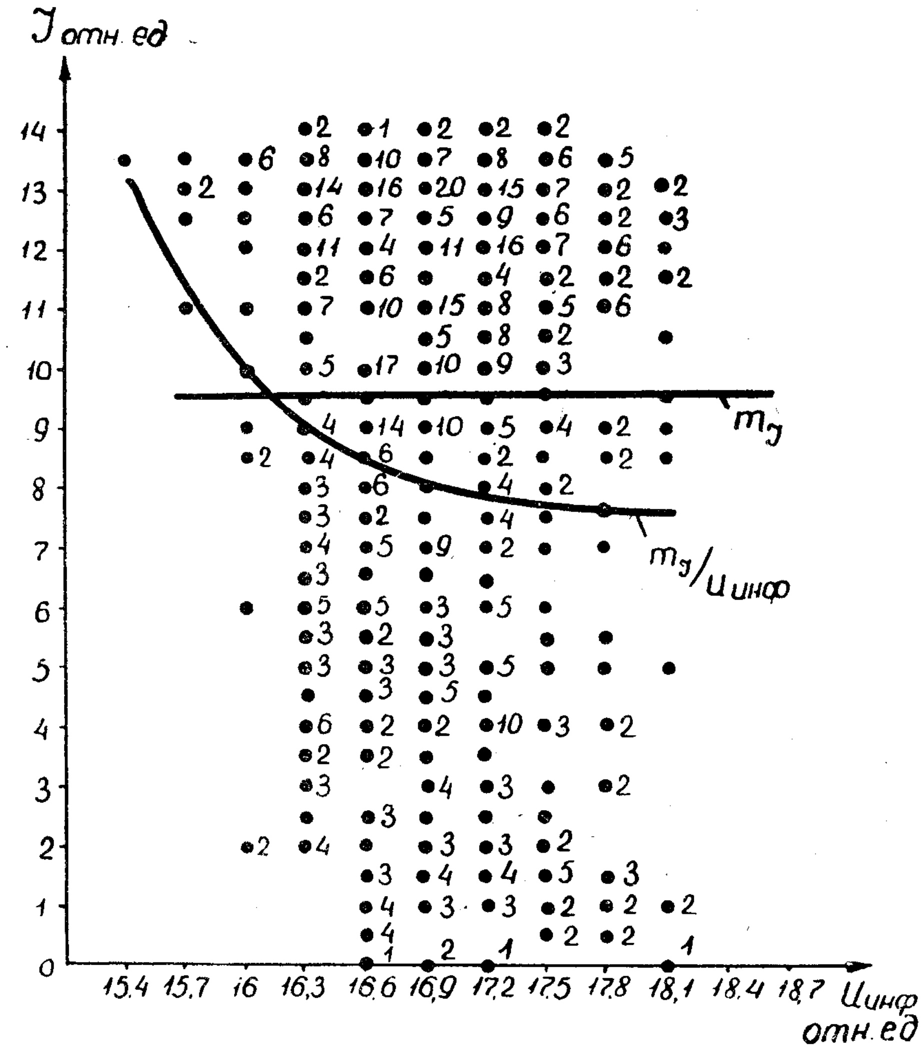

Рис. 4. Корреляционное поле и условное математическое ожидание интенсивности γ-излучения при изменении напряжения на пластинах инфлектора

1. Полная дисперсия выходной величины (интенсивности γ-излучения)

$$\sigma_y^2 = 14.$$

2. Дисперсия выходной величины относительно линии регрессии при изменении фазы инжекции (все остальные величины полагаются постоянными) $\sigma^2_{y/\varphi_{инж}} = 8{,}14$. Корреляционное отношение $\eta = 0{,}75$.

3. То же при изменении фазы инфлекции

$$\sigma^2_{y/\varphi_{инф}} = 1{,}314, \quad \eta = 0{,}31.$$

4. То же при изменении напряжения инжекции

$$\sigma^2_{y/U_{инж}} = 1{,}52; \quad \eta = 0{,}35.$$

5. То же при изменении напряжения инфлекции

$$\sigma^2_{y/U_{инф}} = 2{,}71; \ \eta = 0{,}44.$$

6. То же при изменении напряжения на обмотке электромагнита

$$\sigma^2_{y/U_{м}} = 2{,}72; \ \eta = 0{,}44.$$

7. То же при изменении тока в обмотке электромагнита

$$\sigma^2_{y/I_{м}} = 0{,}842; \ \eta = 0{,}25.$$

8. То же при изменении тока накала катода пушки

$$\sigma^2_{y/I_{н}} = 0{,}152; \ \eta = 0{,}105.$$

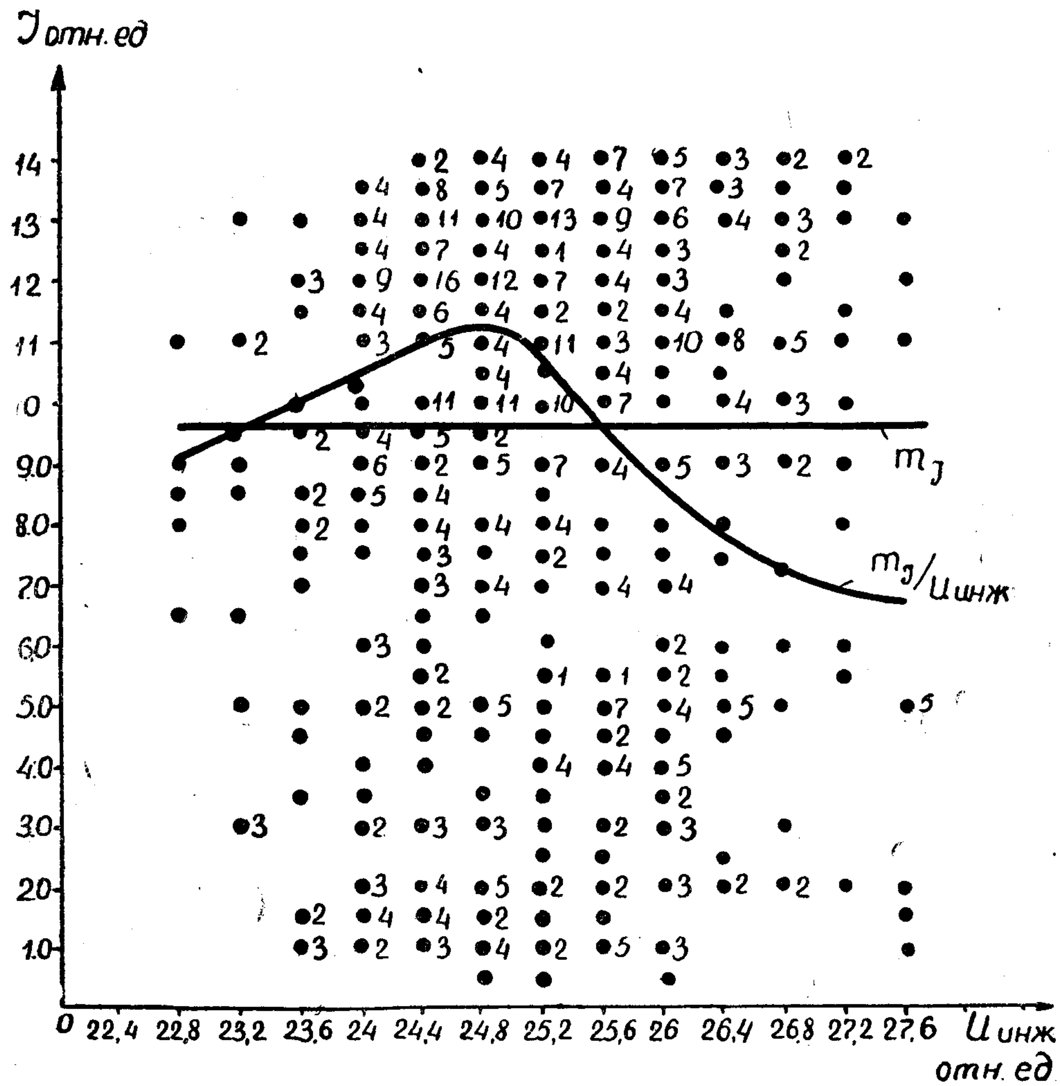

Рис. 5. Корреляционное поле и условное математическое ожидание интенсивности γ-излучения при изменении напряжения инжекции

Из приведенного выше расчета следует, что наибольшую связь с выходной величиной имеет фаза инжекции, затем по мере убывания идут: напряжение на электромагните, напряжение инфлекции, ток в обмотке электромагнита и, наконец, ток накала пушки.

Аналогичным образом подсчитаны корреляционные отношения для оценки стохастической зависимости между входными параметрами. Корреляционные отношения имеют следующие величины: фаза инжекции и фаза инфлекции взаимно коррелируют $\eta = 0{,}42$. Ток и напряжение электромагнита полнсстью коррелируют $\eta = 0{,}94$. Для тока накала и напряжения на обмотке электромагнита $\eta = 0{,}56$. Для напряжения инжекции и инфлекции $\eta = 0{,}09$. Для напряжения инжекции и фазы инжекции $\eta = 0{,}08$. Для напряжения на обмотке электромагнита и фазы инжекции $\eta = 0{,}092$.

Таким образом, напряжение и фаза инжекции, напряжение на обмотке электромагнита и инфлекции имеют слабую связь и могут рассматриваться как стохастически независимые переменные.

Известно [4, 5], что для получения математической модели процессов в объекте методом регрессионного анализа должны быть выполнены следующие условия:

1. Выходная величина (для нашего случая интенсивность γ-излучения) должна быть распределена по нормальному закону и ее изменения во времени должны иметь стационарный характер.

2. Входные величины должны быть взаимно независимыми.

3. Зависимость между входной и выходной величинами (статическая характеристика) должна аппроксимироваться функциями вида:

$$f_1(x) = a_0 + a_1 x \text{ либо } f_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2.$$

Возможна аппроксимация и через нелинейные функции $\left(\frac{1}{x};\ \ln x\ e^x\right.$ и т. д.$\left.\right)$, но в этом случае вводится новая переменная, чтобы сохранить указанный выше вид аппроксимирующих функций.

Нами установлено, что выходная величина бетатрона (интенсивность γ-излучения) имеет нормальное распределение и ее изменения во времени носят стационарный характер.

Из рассмотрения степени влияния каждого параметра, приведенного выше, можно считать независимыми входными переменными следующие параметры:

1) фаза инжекции,

2) напряжение инфлекции,

3) напряжение на обмотке электромагнита,

4) напряжение инжекции.

Поскольку остальные переменные (фаза инфлекции, ток в обмотке электромагнита и ток накала) имеют слабую связь с выходной величиной и их влияние на выходной параметр незначительно, в дальнейшем в рассмотрение они не принимаются. Исходя из теоретических представлений о процессах в бетатроне и по виду условных математических ожиданий, выбираем аппроксимирующие функции для фазы инжекции, напряжения на обмотке электромагнита и напряжения инжекции вида:

$$y = f(x_i) = a_{0i} + a_{1i} \cdot x_i + a_{2i} x_i^2, \tag{7}$$

а для напряжения инфлекции — вида

$$y = f(x) = \frac{1}{a_0 + a_1 x}. \tag{8}$$

Из приведенного выше анализа можно сделать следующие выводы:

1. Интенсивность γ-излучения в основном определяется четырьмя независимыми входными параметрами: фазой инжекции, напряжением на обмотке электромагнита, напряжением инфлекции и напряжением инжекции.

2. Выбран вид аппроксимирующей функции типа:

$$f(x_i) = a_{0i} + a_{1i}x_i + a_2 x_i^2 \text{ и } f(x) = \frac{1}{a_0 + a_1 x},$$

исходя из теоретических представлений о процессе ускорения в бетатроне и по виду функций условных математических ожиданий (линий регрессии рис. 2, 3, 4, 5).

3. Математическая модель бетатрона может иметь вид либо квадратичного полинома [5]

$$F = \sum_{1}^{4} (a_{0i} + a_{1i}x_i + a_{2i}x_i^2), \tag{9}$$

либо вид произведения квадратичных полиномов [5]

$$F = C \prod_{1}^{4} (a_{0i} + a_{1i}x_i + a_{2i}x_i^2). \tag{10}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Ананьев, А. А. Воробьев, В. И. Горбунов. Индукционный ускоритель бетатрона. Атомиздат, 1956.
2. Э. Л. Ицкович. Статистические методы при автоматизации производства, Изд. «Энергия», М.—Л., 1964.
3. Б. Л. Ван дер Варден. Математическая статистика. ИЛ, 1960.
4. А. Хальд. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, М. 1956.
5. В. М. Ордынцев. Математическое описание объектов автоматизации. «Машиностроение,» М., 1965