

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ЗОНЕ РЕЗАНИЯ

Г. Д. ДЕЛЬ, М. Г. ГОЛЬДШМИДТ

(Представлена научным семинаром кафедры станков и резания металлов)

Метод исследования напряженного состояния в пластической области измерением твердости [1] позволил определить напряжения в значительной части зоны резания при образовании стружки скалывания [2]. Применение этого метода для анализа сливного стружкообразования не дает возможности определить напряжения в основном очаге деформации даже в том случае, если известны граничные условия.

В связи с этим разработана новая методика, позволившая получить напряженное состояние в зоне резания при образовании сливной стружки. Эта методика может быть использована и при исследовании других технологических задач теории пластичности.

Процесс образования сливной стружки является установившимся. Вследствие этого линии, параллельные до деформации плоскости резания, совпадают с траекториями перемещения расположенных на них частиц относительно резца. Скорость перемещения частиц направлена по касательной к траектории. Если на этих линиях нанести через равные расстояния отметки 1, 2, 3, ..., то в своем движении относительно резца точка 1 занимает положение точки 2, точка 2 — положение точки 3 и т. д. за один и тот же промежуток времени

$$\Delta t = \frac{a_0}{v_0}, \quad (1)$$

где  $v_0$  — скорость перемещения резца,  $a_0$  — расстояние между указанными точками до деформации. Относительная скорость перемещения частиц

$$v = \frac{a}{\Delta t} = v_0 \frac{a}{a_0}, \quad (2)$$

где  $a$  — расстояние между теми же точками в процессе деформации. Составляющие скорости перемещения частиц относительно образца

$$v_x = v \cos \alpha - v_0, \quad v_y = v \sin \alpha. \quad (3)$$

Здесь  $\alpha$  — угол между касательной к траектории частиц и осью  $x$ , отсчитываемый в положительном направлении.

Поле скоростей лучше всего определять по искажению квадратной делительной сетки, выставленной так, что одно семейство линий ориентировано параллельно плоскости резания. В этом случае  $a_0$  — база сетки,  $a$  — расстояние между соседними узлами вдоль траектории частиц в процессе деформации.

Компоненты тензора скорости деформации [3]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{v_0}{a_0} \left( \frac{\partial a}{\partial x} \cos \alpha - a \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) \\ \dot{\varepsilon}_y &= \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{v_0}{a_0} \left( \frac{\partial a}{\partial y} \sin \alpha + a \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{v_0}{a_0} \left[ \sin \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial x} - a \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) + \cos \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial y} + a \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Как известно, при сложном нагружении наилучшее экспериментальное подтверждение получили соотношения теорий течения [3]. Компоненты девиатора напряжений, согласно этим соотношениям, связаны с компонентами скорости деформации:

$$s_x = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \dot{\varepsilon}_x, \quad s_y = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \dot{\varepsilon}_y, \quad \tau_{xy} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \dot{\gamma}_{xy}, \quad (5)$$

где  $\sigma_i$  — интенсивность напряжений, которая может быть определена экспериментально измерением твердости. Интенсивность скорости деформации

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)^2 + \dot{\varepsilon}_x^2 + \dot{\varepsilon}_y^2 + \frac{3}{2} \dot{\gamma}_{xy}^2}. \quad (6)$$

Как видно из зависимостей (5), постоянный множитель в соотношениях (4)  $\frac{v_0}{a_0}$  сокращается, в связи с чем в дальнейшем целесообразно перейти к упрощенным характеристикам скорости деформации:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_x &= \frac{\partial a}{\partial x} \cos \alpha - a \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x}, \\ \bar{\varepsilon}_y &= \frac{\partial a}{\partial y} \sin \alpha + a \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \\ \bar{\gamma}_{xy} &= \sin \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial x} - a \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) + \cos \alpha \left( \frac{\partial a}{\partial y} + a \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

При этом выражения (5) и (6) сохраняют прежний вид ( $\dot{\varepsilon}_x$ ,  $\dot{\varepsilon}_y$  и  $\dot{\gamma}_{xy}$  заменяются соответственно  $\bar{\varepsilon}_x$ ,  $\bar{\varepsilon}_y$ ,  $\bar{\gamma}_{xy}$ ).

Гидростатическое давление  $\sigma$  можно определить, интегрируя дифференциальные уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \quad (8)$$

Напряженное состояние определено в зоне стружкообразования при свободном резании на скорости  $v_0 = 23,5$  м/мин латуни Л-62 (предлагаемая методика может оказаться приемлемой и при изучении напряженного состояния в условиях более высоких скоростей резания). Толщина среза составляла 0,97 мм, передний угол инструмента был равен  $+30^\circ$ . В качестве смазки применялся четыреххлористый углерод. Образец набирался из двух пластин, на боковой поверхности одной из которых после меднения была нацарапана квадратная сетка с базой 0,1 мм. Сетка наносилась с помощью несложного

приспособления на инструментальном микроскопе и помещалась в среднем сечении образца, общая ширина которого была равна 3,5 мм. Зафиксированный корень стружки фотографировался, затем сетка зарисовывалась на проекторе при суммарном увеличении в 70 раз. На приборе ПМТ-3 после соответствующей подготовки поверхности измерялось распределение микротвердости в корне стружки. По распределению микротвердости с помощью тарировочного графика „интенсивность касательных напряжений  $\kappa$ —микротвердость  $H_{200}$ “ определено распределение  $\kappa$ . Тарировочный график построен по результатам испытания на осевое сжатие со смазкой и последующего измерения микротвердости в меридиональном сечении осаженных до различных степеней деформации цилиндрических образцов.

На рис. 1 представлены экспериментальные данные для расчета: распределение интенсивности касательных напряжений (рис. 3, а) и полученные измерением элементов деформированной сетки поле  $a$  (рис. 1, б) и  $\alpha$  (рис. 1, в). Линии  $\alpha = \text{const}$  (рис. 1, в) построены с помощью веера прямых, проведенных под различными углами к оси  $x$ .

По изложенной выше методике определена эпюра касательных напряжений вдоль линии  $SM$ , условно называемой в дальнейшем линией сдвига. Для этого линия  $SM$  разбивалась на ряд отрезков точками  $M, 1, 2, 3$  и т. д. (рис. 1, в). В этих точках проводились параллельно координатным осям прямые, вдоль которых строились графики изменения  $a$  и  $\alpha$ . Величины частных производных  $\frac{\partial a}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial a}{\partial y}$ ,

$\frac{\partial \alpha}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \alpha}{\partial y}$ , входящие в выражение (7), определялись как тангенс угла наклона касательной в рассматриваемой точке к соответствующей кривой. По соотношениям (7) определялись компоненты тензора скорости деформации, угол  $\Theta$  рассчитывался по формуле

$$\text{tg } 2\Theta = \frac{\bar{\varepsilon}_y - \bar{\varepsilon}_x}{\bar{\gamma}_{xy}}, \quad (9)$$

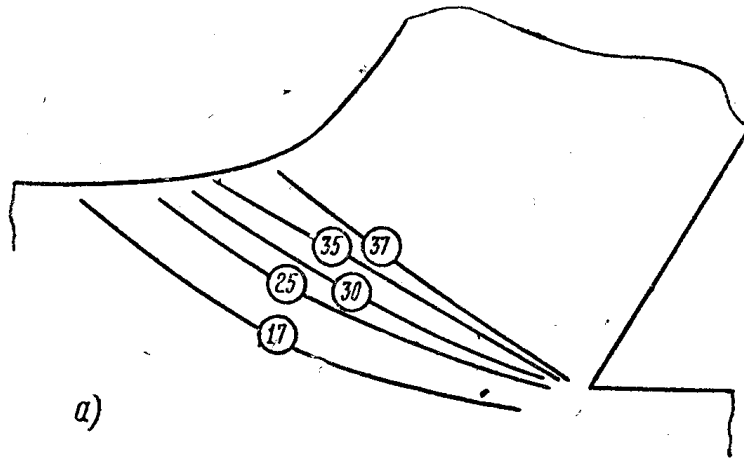
полученной в предположении теории течения о коаксиальности тензоров напряжений и скоростей деформации. Касательные напряжения могут быть рассчитаны по соотношению

$$\tau = \kappa \cos 2\Theta. \quad (10)$$

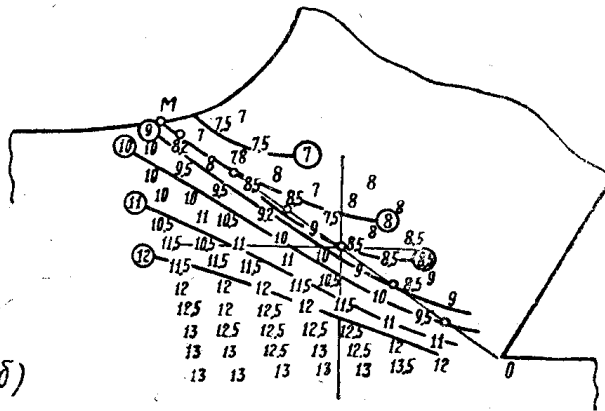
Касательные напряжения, действующие вдоль линии  $OM$ , получают с учетом наклона этой линии под углом  $\beta_1$  к оси  $x$

$$\tau = \kappa \cos 2(\Theta + \beta_1 - 180^\circ). \quad (11)$$

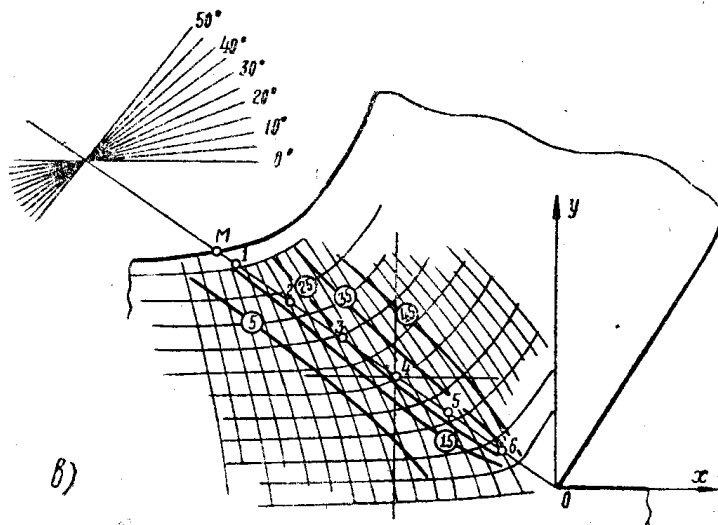
Нормальные напряжения по описанной выше методике определить не удалось, — для приближенного интегрирования дифференциальных уравнений равновесия необходимо располагать сеткой более высокой точности. При изучении процесса резания удовлетворить этому требованию сложно в связи со сравнительно небольшими размерами базы делительной сетки. Нормальные напряжения определялись следующим путем. Эпюра касательных напряжений вдоль линии сдвига наряду со свободной границей была использована в качестве граничного условия. Приемами, описанными в статье [1] в области  $AMB$  (рис. 2) решалась задача Коши,  $MВДС$  — смешанная задача,  $CDFE$  — начальная задача. В процессе решения строилась сетка ли-



a)



б)



в)

Рис. 1. Экспериментальные данные для расчета напряжений в зоне резания: а — линии  $\kappa = \text{const}$ , б — линии  $\alpha = \text{const}$ , в — линии  $\alpha = \text{const}$

ний скольжения. Начиная с точки  $E$ , угол между линиями скольжения семейства  $\alpha$  и линией  $OM$  превышает  $90^\circ$ , поэтому решение смешанной задачи в зоне  $EOF$  невозможно. Размеры подобной зоны, определяемой в данном примере положением точки  $E$ , зависят от условий процесса резания и ориентации линии, на которой определяются напряжения. В тех случаях, когда неопреде-

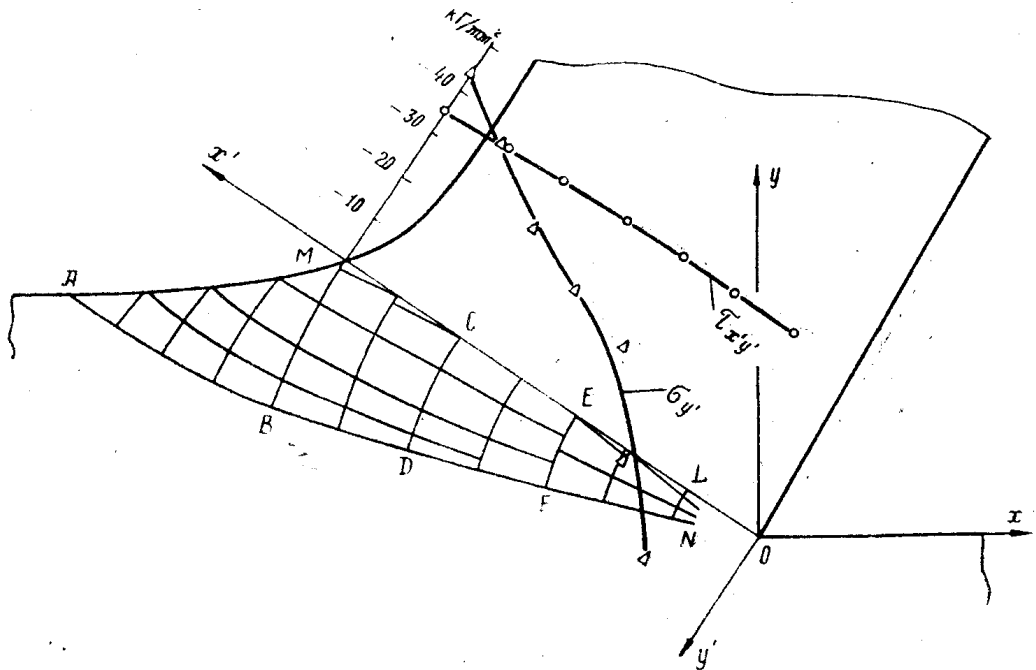


Рис. 2. Напряженное состояние в зоне резания

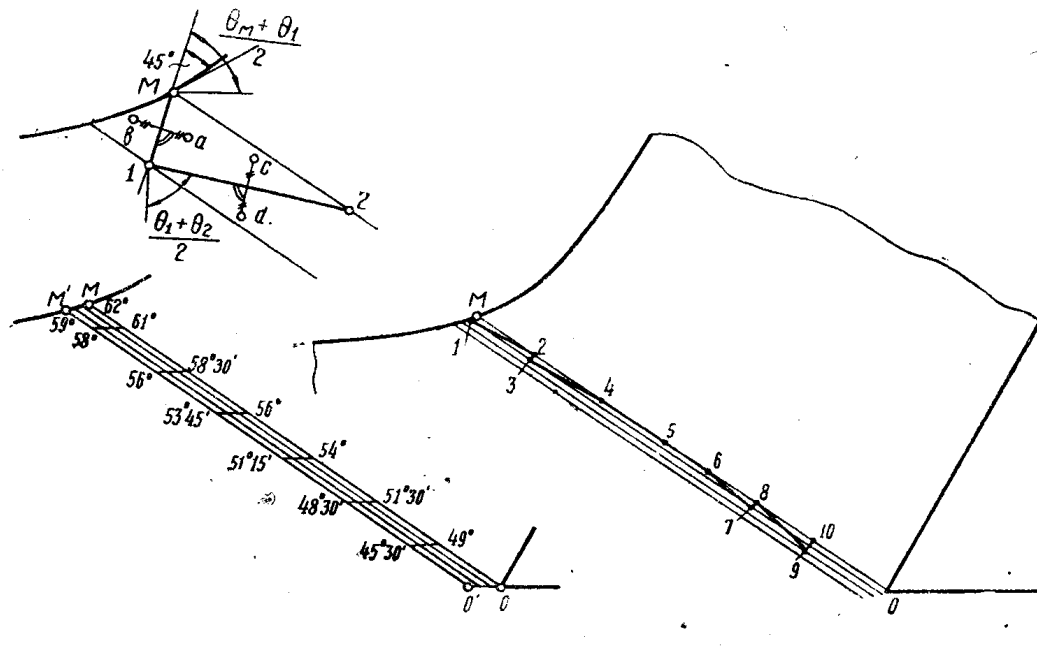


Рис. 3. Определение напряжений вдоль линии сдвига

ленная зона невелика, расчет целесообразно выполнять по изложенной методике, так как в результате расшифровки определяются напряжения во всей зоне пластического деформирования ниже линии  $OM$ .

На случай, когда отрезок  $OE$  оказывается значительным, предлагается следующая методика. Параллельно линии  $OM$  на достаточно близком от нее расстоянии проводится линия  $O'M'$  (рис. 3). Вдоль нее, так же как и вдоль линии  $OM$ , определяются значения угла  $\theta$ . Затем между этими линиями проводятся параллельные прямые, значения  $\theta$  на которых определяются линейным усреднением. В точке  $M$  величины  $A_\alpha$  и  $A_\beta$  [1] находятся, как на свободной границе:

$$A_\alpha = 0,5 + \theta, \quad A_\beta = 0,5 - \theta. \quad (12)$$

Из этой точки под углом  $45^\circ$  к границе проводится отрезок линии скольжения семейства  $\alpha$ . Если угол  $\theta_1$  существенно отличается от угла  $\theta_M$ , то положение точки 1 уточняется проведением из точки  $M$  луча под углом  $\frac{\theta_1 + \theta_M}{2}$  к оси  $x$ . В точке 1:

$$(A_\alpha)_1 = (A_\alpha)_M - \frac{1}{2\kappa_1} \frac{\kappa_b - \kappa_a}{l_{a-b}} l_{M-1} - \frac{(\theta_M + \theta_1)(\kappa_M - \kappa_1)}{2\kappa_1}, \quad (13)$$

где  $l_{M-1}$  и  $l_{a-b}$  — длины отрезков  $M-1$  и  $a-b$  (последний проведен через середину отрезка  $M-1$ ). Величина  $(A_\beta)_1$  рассчитывается по формуле

$$(A_\beta)_1 = (A_\alpha)_1 - 2\theta_1. \quad (14)$$

Далее из точки 1 под углом  $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$  к оси  $y$  проводится отрезок  $1-2$  линии скольжения  $\beta$ . В точке 2:

$$(A_\beta)_2 = (A_\beta)_1 - \frac{1}{2\kappa_2} \frac{\kappa_c - \kappa_d}{l_{c-d}} l_{1-2} + \frac{(\theta_1 + \theta_2)(\kappa_1 - \kappa_2)}{2\kappa_2}, \quad (15)$$

$$(A_\alpha)_2 = 2\theta_2 + (A_\beta)_2.$$

Из точки 2 проводится отрезок линии скольжения  $\alpha$  и т. д. Зная величины  $A_\alpha$  и  $A_\beta$  в различных точках линии сдвига, можно рассчитать величину гидростатического давления в этих точках:

$$\sigma = -\kappa(A_\alpha + A_\beta) \quad (16)$$

и по соотношениям

$$\sigma_x = \sigma - \kappa \sin 2\theta, \quad \sigma_y = \sigma + \kappa \sin 2\theta, \quad \tau = \kappa \cos 2\theta \quad (17)$$

определить значения напряжений в системе  $xu$ . Для определения напряжений в системе осей, одна из которых ориентирована вдоль линии сдвига, достаточно в выражениях (17) заменить  $\theta$  углом  $\theta + \beta - 180^\circ$ . По описанной методике на участке вблизи вершины резца построены отрезки линий скольжения  $\alpha$  и  $\beta$ , примыкающие к линии сдвига, и путем решения начальной характеристической задачи построена сетка линий скольжения в области  $ELNF$  (рис. 2). Полученная сетка линий скольжения в зоне резания подтверждает схему плоского стружкообразования Н. Н. Зорева [4].

На рис. 2 приведены эпюры напряжений вдоль плоскости сдвига. Касательные напряжения распределены практически равномерно. Гидростатическое давление, а вследствие этого и нормальное к линии сдвига напряжение  $\sigma_y$ , при движении от свободной границы к вершине резца меняет знак, становится положительным (растягивающим). Это соответствует результатам аналитических исследований

Оксли [5] и некоторых других авторов. Определить напряжения вблизи вершины резца не удалось в виду того, что картина деформированной сетки оказалась недостаточно четкой. Определение напряжений в этой области затруднено и целым рядом других причин (значительно более высокий градиент деформации, большая чувствительность напряженного состояния к геометрии вершины и т. д.). Точка О является особой, гидростатическое давление в ней изменяется скачком. Изучение всех этих вопросов должно, по-видимому, явиться задачей дальнейших исследований.

Полученные эпюры были проверены путем сопоставления средних величин  $\tau_{x'y'}$  и  $\sigma_{y'}$  со средними значениями касательного и нормального напряжений, рассчитанными по силам резания. Эпюры напряжений при этом были экстраполированы до вершины резца. Расчетные значения величин оказались заниженными относительно фактических соответственно на 6 и 15%.

Расхождение средних напряжений частично объясняется тем, что при пересчете результатов динамометрирования силы на задней грани инструмента не выделялись.

Располагая эпюрой  $\sigma_{y'}$ , можно по методу, описанному в статье [6], построить эпюру нормальных напряжений на передней грани инструмента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Дель. Исследование пластической деформации измерением твердости. Известия ТПИ, т. 138, 1965.
2. М. Г. Гольдшмидт, Г. Д. Дель, Г. Л. Куфарев. Напряженное состояние при образовании стружки скалывания. Известия ТПИ, т. 139, 1966.
3. Г. А. Смирнов-Аляев. Сопротивление материалов пластическому деформированию, Машгиз, 1961.
4. Н. Н. Зорев. Вопросы механики процесса резания металлов, Машгиз, 1956.
5. Оксли. Механизмы резания металлов с переменным пределом текучести. Конструирование и технология машиностроения т. 85, серия В, № 4, ИЛ, 1963.
6. Н. Н. Зорев. О взаимозависимости процессов в зоне стружкообразования и в зоне контакта передней поверхности инструмента. «Вестник машиностроения», № 12, 1963.