

**ПРОФИЛИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КУЛАЧКОВ  
ПО ДУГАМ ЭЛЛИПСОВ (ПО ЗАДАННОМУ УСКОРЕНИЮ  
И УГЛУ ДАВЛЕНИЯ ТОЛКАТЕЛЯ)**

Е. И. ТОРОПЫГИН

(Представлено объединенным семинаром кафедр прикладной механики  
и начертательной геометрии и графики)

В нашей статье [1] были освещены вопросы профилирования цилиндрических кулачков с осевым остроконечным толкателем по заданному ускорению и максимальному перемещению толкателя. В настоящей статье мы ставим целью осветить методику и вывести расчетные формулы для профилирования тех же кулачков по известному ускорению и величине угла передачи кулачка, которая для данных механизмов равна углу давления толкателя.

Аналогично предыдущему случаю мы будем считать в числе заданных величин коэффициент отношения ускорений  $\gamma$  и окружную скорость кулачка  $U$ .

Определение неизвестных величин для построения профиля кулачка начнем с участка ускоренного движения толкателя, а затем перейдем к участку замедленного движения его.

Для построения профиля кулачка необходимо будет определить такие величины, как  $h_1, h_2; a_1, a_2; A_1, A_2; B_1, B_2$ .

Введем следующие обозначения:

Разновидность параметра и размерность	Тип профилирующей кривой	На участке		Суммарная величина
		ускор. движения толкателя	замедлен. движения толкателя	
1	2	3	4	5
Окружное перемещение кулачка, в см	Парабола	$a_{1п}$	$a_{2п}$	$a_{п}$
	Эллипс	$a_1$	$a_2$	$a$
	Окружность	$a_{10}$	$a_{20}$	$a_0$
Перемещение толкателя, в см	Парабола	$h_{1п}$	$h_{2п}$	$h_{п}$
	Эллипс	$h_1$	$h_2$	$h$
	Окружность	$h_{10}$	$h_{20}$	$h_0$
Большая полуось, в см	Эллипс	$A_1$	$A_2$	—
Малая полуось, в см	Эллипс	$B_1$	$B_2$	—
Радиус, в см	Окружность	$R_1$	$R_2$	—

1	2	3	4	5
Скорость толкателя, в см/сек	Эллипс	$V_1$	$V_2$	—
Угол давления в переходной точке, в градусах	Парабола, эллипс, окружность	} $\theta$	} $\theta$	—
Максимальное ускорение толкателя, в см/сек <sup>2</sup>	Парабола, эллипс, окружность			} $j_1$

Все эти неизвестные величины связаны между собой и изменение одной из них обязательно ведет к соответствующему изменению остальных. Для решения задачи необходимо будет задаться одной из них и переходить к определению остальных. В зависимости от этого будет рассмотрено несколько вариантов. Но прежде мы рассмотрим те частные случаи профилирования кулачка по дугам эллипсов, которые имеют место при соответствующем изменении параметров профилирующих эллипсов с тем, чтобы знать в каких пределах следует задаваться тем или иным неизвестным при решении задачи по соответствующему варианту.

Известно, что [1] для эллиптического кулачка

$$j_1 = \frac{A_1 B_1 U^2}{(V B_1^2 - x^2)^3} \quad (1)$$

Соответствующее изменение параметров профилирующего эллипса приводит в одном случае к параболе, а в другом — к окружности. Так, если увеличивать определенным образом параметры эллипса  $A_1$  и  $B_1$  до  $\infty$ , то в пределе мы можем получить параболу. Уменьшение же параметра  $A_1$  до значения, при котором  $A_1 = B_1$  приводит эллипс к окружности.

Известно следующее свойство параболы [2] (рис. 1):

$$a_{1n} = 2k_1.$$

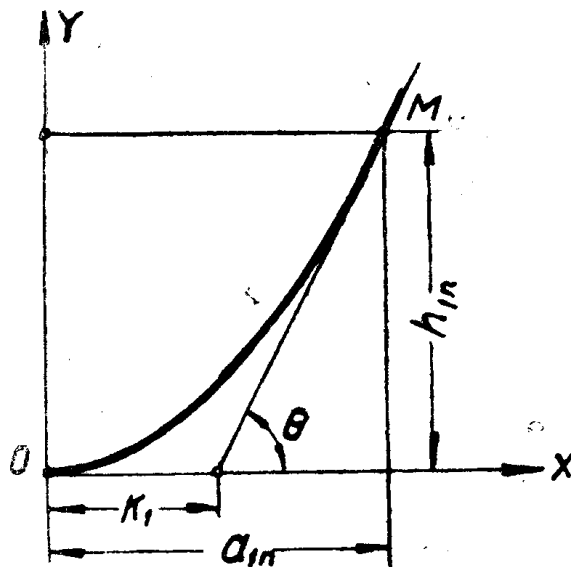


Рис. 1. Теоретический профиль кулачка, образованный по параболе.

На этом основании

$$a_{1n} = \frac{2h_{1n}}{\operatorname{tg} \theta} \quad (2)$$

Из [1] имеем

$$a_{1n}^2 = \frac{2h_{1n}U^2}{j_1} \quad (3)$$

Решая (3) и (2) совместно, получим значения перемещений кулачка  $a_{1n}$  и толкателя  $h_{1n}$  в том случае, когда профилирующий эллипс при  $A_1 = B_1 = \infty$  превращается в параболу

$$a_{1n} = \frac{U^2}{j_1} \operatorname{tg} \theta, \quad h_{1n} = \frac{(U \operatorname{tg} \theta)^2}{2j_1} \quad (4)$$

Таким образом, выражения (4) являются расчетными для определения размеров параболы, являющейся одним пределом изменения профилирующего эллипса.

Перейдем к выводу расчетных формул для определения параметров окружности, являющейся другим пределом изменения профилирующего эллипса.

Из треугольника  $O_1CM$  при  $x = a_{10}$  (рис. 2) найдем

$$a_{10} = R_1 \sin \theta. \quad (5)$$

Если в уравнении (1) вместо  $A_1 = B_1$  подставить значение  $R_1$  и решить его совместно с уравнением (5), то получим

$$R_1 = \frac{U^2}{j_1 \cos^3 \theta},$$

$$a_{10} = \frac{U^2 \operatorname{tg} \theta}{j_1 \cos^2 \theta} \quad (6)$$

Из треугольника  $OCM$  имеем

$$h_{10} = a_{10} \operatorname{tg} \mu. \quad (7)$$

Рассматривая треугольники  $OO_1M$  и  $OCM$  и учитывая, что  $\angle O_1OM = \angle OMO_1$ , получим

$$\mu = \frac{\theta}{2}.$$

Подставляя полученное значение  $\mu$  в (7), найдем

$$h_{10} = a_{10} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2},$$

или на основании (6)

$$h_{10} = \frac{U^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{j_1 \cos \theta (1 + \cos \theta)} \quad (8)$$

Теперь найдем зависимости, позволяющие профилировать цилиндрические и плоские поступательные кулачки по дугам эллипсов.

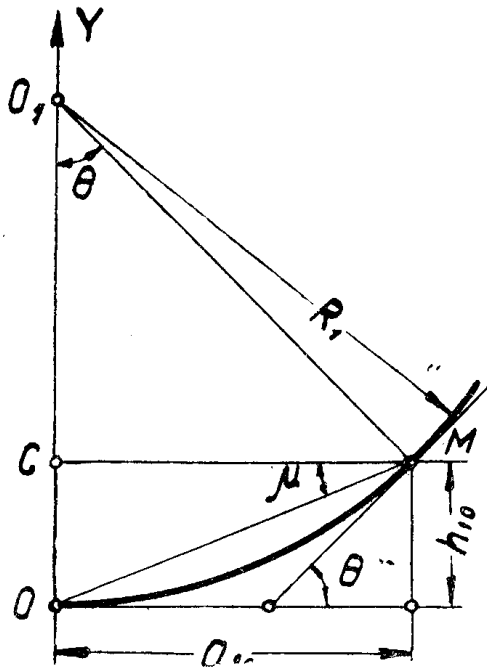


Рис. 2. Теоретический профиль кулачка, образованный по дуге окружности.

Первый вариант. Решение задачи базируется на предварительном выборе величины  $a_1$ . Известны следующие выражения [1]:

$$A_1 = \frac{j_1 a_1 h_1 - U^2 \operatorname{tg} \Theta h_1 + U^2 a_1 \operatorname{tg}^2 \Theta}{j_1 a_1 - U^2 \operatorname{tg} \Theta},$$

$$A_1 = \frac{(a_1 \operatorname{tg} \Theta - h_1) h_1}{a_1 \operatorname{tg} \Theta - 2h_1}. \quad (9)$$

При этом  $A_1$  откладывается по оси  $OY$ , а  $B_1$  — по оси  $OX$ . Решая уравнения (9) совместно, получим следующую расчетную формулу:

$$h_1 = \frac{U^2 a_1 \operatorname{tg}^2 \Theta \left[ \sqrt{\frac{j_1 a_1}{U^2 \operatorname{tg} \Theta} - 1} \right]}{j_1 a_1 - U^2 \operatorname{tg} \Theta}. \quad (10)$$

Величину  $A_1$  определим, используя (9), а  $B_1$ , используя известное выражение [1],

$$B_1 = A_1 \sqrt{\frac{a_1}{(A_1 - h_1) \operatorname{tg} \Theta}}. \quad (11)$$

Второй вариант. Решение задачи основано на выборе величины  $h_1$ . Для определения  $a_1$  воспользуемся следующей зависимостью [1]:

$$a_1 = \frac{(j_1 h_1 + 2U^2 \operatorname{tg}^2 \Theta) h_1 + \sqrt{[(j_1 h_1 + 2U^2 \operatorname{tg}^2 \Theta) h_1]^2 - 4U^4 h_1^2 \operatorname{tg}^4 \Theta}}{2U^2 \operatorname{tg}^3 \Theta}. \quad (12)$$

Что касается параметров  $A_1$  и  $B_1$ , то значение их определяется в соответствии с выражениями (9) и (11).

Третий вариант. Задаемся величиной  $A_1$ . Из уравнений (9) имеем

$$a_1 = \frac{(A_1 - h_1) U^2 \operatorname{tg} \Theta}{A_1 j_1 - h_1 j_1 - U^2 \operatorname{tg}^2 \Theta}, \quad a_1 = \frac{(2A_1 - h_1) h_1}{(A_1 - h_1) \operatorname{tg} \Theta}. \quad (13)$$

Решая уравнения (13) совместно, получим кубическое уравнение

$$h_1^3 - 3A_1 h_1^2 + 2A_1^2 h_1 - \frac{A_1^2 U^2 \operatorname{tg}^2 \Theta}{j_1} = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) можно решить графически.

В результате предварительного определения пределов изменения параметров профилирующего эллипса примерная величина перемещения толкателя  $h_1$  уже известна, что значительно облегчает определение искомого корня.

Далее по формуле (12) находим  $a_1$ , после чего, в соответствии с (9) и (11), определяем остальные необходимые величины.

Что касается получения величин на участке замедленного движения толкателя, то для этой цели воспользуемся известным выражением [1]:

$$\frac{j_1}{j_2} = \frac{a_{2n}}{a_{1n}} = \frac{h_{2n}}{h_{1n}} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{a_{20}}{a_{10}} = \frac{h_{20}}{h_{10}} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{h_2}{h_1}. \quad (15)$$

### Пример 1

Дано:  $j_1 = 100 \text{ см/сек}^2$ ;  $U = 10 \text{ см/сек}$ ;  $\Theta = 50^\circ$ .

Рассчитать профиль цилиндрического кулачка на участке ускоренного движения толкателя по дугам эллипсов, парабол и окружностей.

Решим задачу по первому варианту.

Из (4), (6) и (8) имеем:  $a_{1n} = 1,19 \text{ см}$ ,  $h_{1n} = 0,71 \text{ см}$ ,  $a_{10} = 2,9 \text{ см}$ ,  $R_1 = 3,77 \text{ см}$ ,  $h_{10} = 1,35 \text{ см}$ .

Задаемся  $a_1 = 1,4 \text{ см}$ .

В соответствии с (10) получим  $h_1 = 0,85 \text{ см}$ .

Из уравнений (9) и (11) последовательно имеем  $A_1 = 9,5 \text{ см}$ ,  $B_1 = 3,63 \text{ см}$ .

### Пример 2

Дано  $j_1 = 600 \text{ см/сек}^2$ ;  $U = 50 \text{ см/сек}$ ;  $\Theta = 45^\circ$ ;  $\nu = 2$ .

Рассчитать и вычертить профили цилиндрического кулачка с осевым остроконечным толкателем по дугам парабол, эллипсов и окружностей и соответствующие им кривые ускорения.

Определим необходимые величины на участке ускоренного движения толкателя.

Из (4) для одного из пределов изменения параметров профилирующего эллипса получим

$$a_{1n} = 4,17 \text{ см}; \quad h_{1n} = 2,10 \text{ см}.$$

Из (6) найдем значение радиуса окружности, в которую вырождается профилирующий эллипс

$$R_1 = 11,8 \text{ см}.$$

Величина  $R_1$  при решении задачи по третьему варианту будет служить некоторым ориентиром для выбора значения  $A_1$ .

Из (6) и (8) находим  $a_{10} = 8,35 \text{ см}$ ,  $h_{10} = 3,45 \text{ см}$ .

Дальнейшее решение задачи выполним по третьему варианту. Задаемся величиной  $A_1 = 50 \text{ см}$ .

На основании (14) получим следующее кубическое уравнение:

$$h_1^3 - 150 h_1^2 + 5000 h_1 - 10400 = 0.$$

Задаваясь различными значениями  $h_1$  в пределах от  $h_{1n} = 2,10 \text{ см}$  до  $h_{10} = 3,45 \text{ см}$ , построим график (рис. 3), из которого находим  $h_1 = 2,23 \text{ см}$ . По условию (12) находим  $a_1 = 4,55 \text{ см}$  и соответственно по (9) и (11) —  $A_1 = 51,73 \text{ см}$ ,  $B_1 = 15,66 \text{ см}$ .

Заданное ускорение  $j_1$  при полученных значениях параметров профилирующего эллипса в соответствии с условием (1) при  $x = a_1$  сохраняет свою величину.

Параметры профилирующих кривых на участке замедленного движения толкателя найдем по уравнению (15)

$$\begin{aligned} a_{2n} &= 8,34 \text{ см}, & h_{2n} &= 4,17 \text{ см}, \\ A_2 &= 103,46 \text{ см}, & B_2 &= 31,32 \text{ см}, \\ a_2 &= 9,1 \text{ см}, & h_2 &= 4,45 \text{ см}, \\ R_2 &= 23,6 \text{ см}, & a_{20} &= 16,7 \text{ см}, \\ & & h_{20} &= 6,91 \text{ см}. \end{aligned}$$

Построим профили кулачка по дугам парабол, эллипсов и окружностей, а также кривые ускорения (рис. 4).

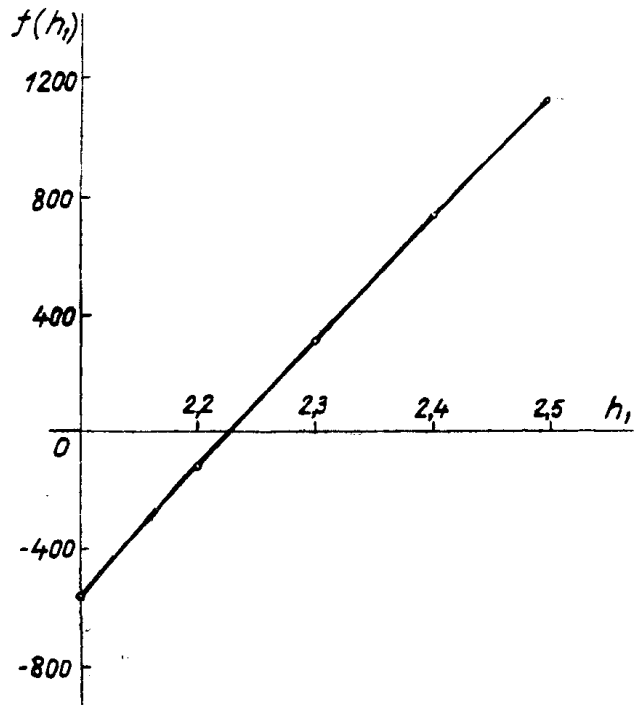


Рис. 3. Графическое определение величины  $h_1$ .

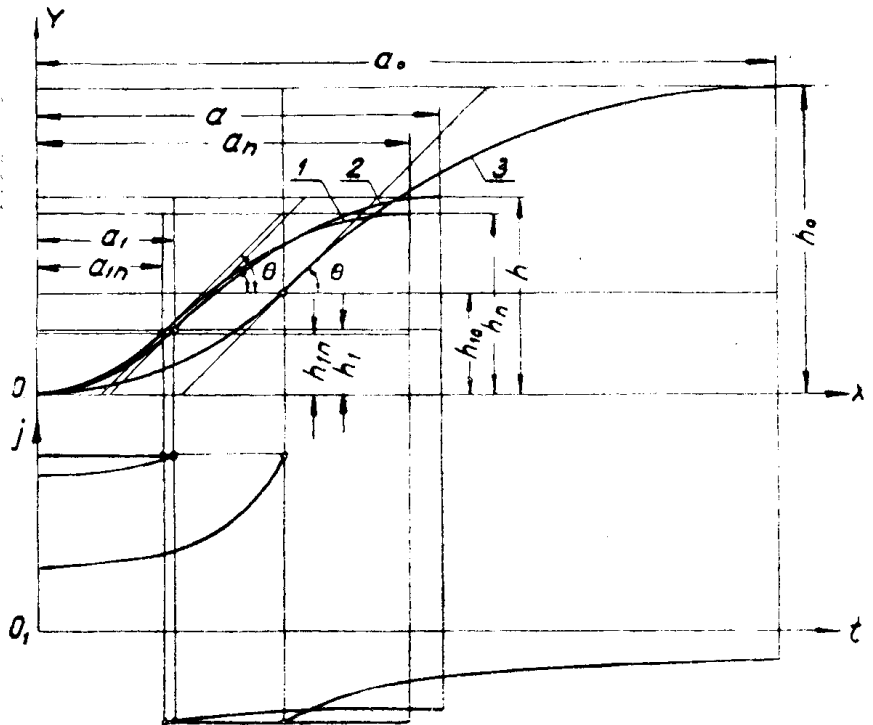


Рис. 4. Профилирование кулачка по дугам: 1) парабол, 2) эллипсов и 3) окружностей и соответствующие им кривые ускорения.

Сравнивая полученные профили кулачка и ускорения толкателя между собой, следует отметить:

1. Размеры кулачка при профилировании его по дугам эллипсов значительно меньше размеров кулачков при профилировании его по дугам окружностей и почти не отличаются от размеров параболического кулачка.

2. Ускорение толкателя при профилировании кулачка по дугам эллипсов изменяется в значительно меньших пределах, чем это имеет место при профилировании его по дугам окружностей, и по средней величине своей приближается к постоянному ускорению параболического кулачка.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Торопыгин Е. И. Профилирование цилиндрических кулачков по дугам эллипсов. Известия вузов, Машиностроение, № 1. 1960.
1. Решетов Л. Н. Кулачковые механизмы. Машгиз, М., 1953.

---