ИЗВЕСТИЯ

ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 171

1969,

К ВОПРОСУ О ТЕОРИИ СТАТИЧЕСКОГО РЕЖИМА АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПО ВОЗМУЩЕНИЮ В ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ ТИПЕ РЕГУЛЯТОРА

В. М. РАЗИН

(Представлена научным семинаром факультета автоматики и вычислительной техники)

В нашей работе [1] приведен анализ условий работы системы автоматической компенсации фазы инжекции электронов в бетатроне в нерелятивистском случае.

В настоящее время стремление повысить величину заряда ускоренных в бетатроне электронов вынуждает применять высокие напряжения инжекции, достигающие 400 кв и более. При подобных величинах напряжения инжекции электронов необходимо учитывать релятивистские эффекты при определении условий работы рассмотренной ранее [1] системы автоматической компенсации фазы инжекцин. В настоящей работе излагаются результаты по учету релятивистских поправок и решения некоторых других задач.

С точки зрения современной терминологии [2] упомянутую систему автоматической компенсации можно рассматривать как некоторое вычислительное устройство, автоматически изменяющее фазу инжекции электронов в бетатрон при наличии внешних возмущений в виде случайных колебаний напряжения сети.

Задачу, решаемую вычислительным устройством, можно математически сформулировать следующим образом.

В релятивистской области электрона его энергия, напряженность магнитного поля, в котором движется электрон, и радиус кривизны траектории электрона связаны соотношением [3]:

$$Hr = \frac{10^4}{3} \sqrt{V(V + 2V_0)}, \tag{1}$$

где Н — напряженность магнитного поля в эрстедах;

r — радиус кривизны траектории в см;

V — энергия электрона в мегаэлектронвольтах (мэв);

V₀ = 0,511 мэв — энергия покоящегося электрона.

При питании электромагнита бетатрона током промышленной частоты напряженность магнитного поля в рабочей зоне изменяется в функции времени по синусоидальному закону

$$H = H_m \sin \omega t, \tag{2}$$

где H_m — амплитуда напряженности магнитного поля на радиусе равновесной орбиты в эрстедах;

ω — частота сети в *рад/сек*;

t — время в сек.

При написании соотношения (2) предполагается, что началом отсчета времени является момент времени, когда напряженность магнитного поля на радиусе равновесной орбиты проходит через нулевое значение.

Объединяя (1) и (2), получаем

$$rH_m \sin \omega t = \frac{10^4}{3} \sqrt{V(V + 2V_0)}$$
(3)

или, решая уравнение (3) относительно переменной t, имеем

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin\left[\frac{10^4}{3rH_m}\sqrt{V(V+2V_0)}\right].$$
 (4)

Следовательно, в соответствии с уравнением (4), вычислительное устройство должно решать следующую задачу.

Датчики специальных типов и высокой точности измеряют в предыдущем цикле ускорения или в нескольких циклах с последующим



Рис. 1. Блок-схема вычислительного устройства

усреднением амплитуду напряженности магнитного поля H_m , напряжение инжекции V и частоту питающей сети ω и вырабатывают соответствующие сигналы, подаваемые на вход вычислительного устройства рис. 1. Вычислительное устройство производит вычисления согласно уравнению (4) и вырабатывает в соответствии с вычисленным значением t командный син-

хронизирующий импульс в необходимый момент времени после перехода напряженности магнитного поля через нулевое значение в начале цикла ускорения.

При относительно небольших (5÷10%) отклонениях напряжения сети от номинального значения представляется целесообразным использовать приближенную модель уравнения (4), реализуемую технически теми же средствами, как это рассматривалось ранее [1].

Составим более полное, чем это делалось в работе [1], математическое описание управляющего вычислительного устройства, применяя те же обозначения, что и в цитированной работе [1].

По-прежнему предполагаем, что в месте установки пермаллоевого датчика момент перехода магнитного поля в рабочей зоне изменяется по закону

$$H_g = H_{m_1} \sin\left(\omega t - \varphi\right),\tag{5}$$

где H_{m_1} — амплитуда напряженности магнитного поля в месте установки датчика, в эрстедах;

 фазовый сдвиг, обусловленный размагничивающим действием меди катушек намагничивания или другими факторами, в *рад/сек*.

За счет токов подмагничивания создается в том же месте магнитное поле

$$H_n = -\left[H_0 - \kappa_g H_{m_1} \cos\left(\omega t - \varphi_1\right)\right],\tag{6}$$

где H_0 — поле за счет постоянной составляющей подмагничивания, в эрстедах;

 $\kappa_g H_{m_1}$ — поле от переменной составляющей;

 κ_g — постоянный коэффициент, причем $|\kappa_g| \ll 1$;

φ₁ — малый по величине фазовый сдвиг в pad/сек,

обусловленный тем обстоятельством, что включение большого актив-20 ного сопротивления не уменьшает до нуля фазовый сдвиг между током и напряжением в цепи генерации переменной составляющей тока подмагничивания.

Момент t_0 генерации управляющего импульса определится из условия $H_g + H_n = 0$, то есть

$$H_{m_1}\sin\left(\omega t_0 - \varphi\right) = H_0 - \kappa_g H_{m_1}\cos\left(\omega t_0 - \varphi_1\right). \tag{7}$$

Перепишем уравнение (7) в форме

$$t_{0} = \frac{1}{\omega} \arcsin\left[\frac{H_{0}}{H_{m_{1}}} - \kappa_{g} \cos\left(\omega t_{0} - \varphi_{1}\right) + \varphi\right].$$
(8)

Решение полученного в неявной форме трансцендентного, в данном случае тригонометрического уравнения относительно переменной t_0 будет определять момент фактической генерации управляющего импульса после перехода магнитного поля на равновесной орбите через нуль.

Таким образом, уравнение (8) мы можем рассматривать как приближенную математическую модель основного исходного уравнения (4). Несмотря на кажущуюся сложность выражения (8) техническая реализация для его решения оказывается гораздо более простой по сравнению с построением вычислительного устройства для отработки функции (4).

Произведем допустимые упрощения основных соотношений (4) и (8). Учитывая, что захват электронов в процессе бетатронного ускорения происходит в пределах 1—2 электрических градусов после момента прохождения магнитного поля на орбите через ноль и что угол φ_1 может быть доведен до весьма малой величины, в частности, можно добиться выполнения равенства $\varphi_1 \cong \omega t_0$, мы можем с погрешностью порядка 0,03—0,05% переписать уравнения (4) и (8) в приближенной форме:

$$t \simeq \frac{1}{\omega} \frac{10^4}{3rH_m} \sqrt{V(V+2V_0)},\tag{9}$$

$$t_0 \simeq \frac{1}{\omega} \left(\frac{H_0}{H_{m_1}} - \kappa_g + \varphi \right). \tag{10}$$

Заметим, что уравнение (10) совпадает с уравнением (13) в работе [1].

Условия выбора конструктивных параметров H_0 и к_g были рассмотрены нами в работе [1] для нерелятивистского случая при нескольких возможных способах регулирования по возмущению.

Ниже рассматриваются некоторые возможные способы определения параметров H_0 и κ_g в общем случае, охватывающем и релятивистскую область скоростей вводимых в ускоритель электронов.

В качестве примера рассматривается способ регулирования по возмущению в системе инжекции с питанием зарядного трансформатора от обмотки, находящейся на магнитопроводе бетатрона.

Подобный способ питания зарядного трансформатора связан с некоторыми усложнениями конструкции электромагнита, однако при этом достигается автоматическое слежение за переходными процессами в электромагните, возникающими в результате случайных колебаний напряжения сети. Наличие автоматического слежения приводит к тому, что величины H_m , H_{m1} и V в уравнениях (9) и (10) изменяются в какой-то мере согласованно и в некоторых переходных режимах, что обеспечивает достаточно точное приближенное математическое моделирование уравнения (9) уравнением (10) в этих режимах.

В дальнейшем изложении имеются в виду установившиеся статические режимы, когда цепи питания зарядного трансформатора и электромагнита бетатрона являются независимыми, но подключены к одному и тому же источнику, что наиболее просто осуществимо на практике.

В установившемся статическом режиме для рассматриваемого способа регулирования по возмущению имеют место зависимости:

$$H_{m_1} = \alpha U_c, \tag{11}$$

$$H_m = \beta U_c, \tag{12}$$

$$V = \gamma U_c, \tag{13}$$

где U_c — номинальное эффективное напряжение питающей сети при соответствующих номинальных величинах H_{m_1} , H_m и V;

α, β, γ — коэффициенты пропорциональности, то есть постоянные величины.

С учетом зависимостей (11—13) уравнения (9) и (10) записываем в виде

$$t \simeq \frac{1}{\omega} \frac{\kappa'}{\beta U_{\rm c}} \sqrt{2\gamma U_{\rm c} V_0} \sqrt{1 + \frac{\gamma U_{\rm c}}{2V_0}}, \qquad (14)$$

$$t_0 \simeq \frac{1}{\omega} \left(\frac{H_0}{\alpha U_c} - \kappa_g + \varphi \right), \qquad (15)$$

где константа $\kappa' = \frac{10^4}{3r}$ зависит от конструктивного параметра бета-

трона *r* — радиуса равновесной орбиты.

Для определения параметров H_0 и κ_g можно задать, например, условия следующего вида: потребуем, чтобы при некотором номинальном напряжении сети $U_c = U_{co}$ выполнялись равенства:

$$t(U_{\rm co}) = t_0(U_{\rm co}),$$
 (16)

$$\frac{\partial t}{\partial U_{\rm c}}(U_{\rm c}=U_{\rm co}) = \frac{\partial t_0}{\partial U_{\rm c}}(U_{\rm c}=U_{\rm co}). \tag{17}$$

Решение системы двух уравнений (16) и (17) с двумя неизвестными H_0 и κ_g дает в результате

$$H_{0} = \frac{1}{2} \frac{\kappa' \alpha}{\beta} \frac{\sqrt{2V_{0} \gamma U_{co}}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma U_{co}}{2V^{0}}}}, \qquad (18)$$

$$\kappa_{g} = \varphi - \frac{\kappa'}{2\beta U_{c}} \frac{\sqrt{2V_{0}\gamma U_{co}}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma U_{co}}{2V_{0}}}} \left(1 + 2\frac{\gamma U_{co}}{2V_{0}}\right).$$
(19)

В обозначениях, принятых в работе [1], эти параметры имеют вид:

$$H_{0} = \frac{1}{2} \omega t_{0} H_{m_{1}} \left(\frac{1}{1 + \frac{\gamma U_{co}}{2V_{0}}} \right),$$
(20)

$$\kappa_g = \varphi - \frac{\omega t_0}{2} \left(\frac{1 + 2\frac{\gamma U_{co}}{2V_0}}{1 + \frac{\gamma U_{co}}{2V_0}} \right). \tag{21}$$

Сопоставление полученных соотношений (20) и (21) с соответствующими формулами в работе [1] свидетельствует о том, что выражения в круглых скобках формул (20) и (21) являются в некотором смысле релятивистскими поправками к полученным в цитированной работе [1] условиям определения параметров H_0 и κ_g .

Следует особо подчеркнуть, что значения параметров H_0 и κ_g в данном случае инвариантны по отношению к частоте ω питающей сети, что

является весьма ценным свойством рассматриваемого способа регулирования по возмущению. Практически это означает, что колебания частоты не будут сказываться на настройке управляющего вычислительного устройства.

Выполнение условий (16) и (17) означает, что кривая необходимых фаз инжекции $t = t(U_c)$ и кривая вырабатываемых вычислительным управляющим устройством действительных фаз инжекции $t_0 = t_0(U_c)$ имеют взаимное расположение, приближенно показанное на рис. 2.

Для определения допустимых отклонений U_c от номинального значения U_{co} следует определить зависи-



Рис. 2. Взаимное положение моделируемой и моделирующей зависимостей

мость абсолютной погрешности фазы инжекции от колебаний напряжения сети.

Подставляя (18) и (19) в (15), имеем

$$t_{0} = \frac{1}{\omega} \frac{\kappa'}{2\beta} \frac{\sqrt{2V_{0}\gamma U_{c0}}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma U_{c0}}{2V_{0}}}} \left[\frac{1}{U_{c}} + \frac{1}{U_{c0}} \left(1 + 2\frac{\gamma U_{c0}}{2V_{0}} \right) \right].$$
(22)

Теперь найдем выражение для абсолютной погрешности $\Delta t = t - t_0$ после несложных алгебраических преобразований в следующем виде:

$$\Delta t \left(U_{\rm c} \right) = \frac{\kappa' \sqrt{2\gamma V_0}}{2\omega\beta \sqrt{1 + \frac{\gamma U_{\rm co}}{2U_0}}} \left[\frac{1}{\sqrt{U_{\rm c}}} \left(2\sqrt{1 + \frac{\gamma U_{\rm c}}{2V_0}} \sqrt{1 + \frac{\gamma U_{\rm co}}{2V_0}} - \sqrt{\frac{U_{\rm co}}{U_{\rm c}}} \right) - \frac{1}{\sqrt{U_{\rm co}}} \left(1 + 2\frac{\gamma U_{\rm co}}{2V_0} \right) \right].$$

$$(23)$$

Нетрудно видеть, что при $U_c = U_{co}$ правая часть выражения (23) обращается в нуль, как это и должно быть в соответствии с условием (16). Задавая определенное допустимое значение Δt , определяемое для каждого бетатрона экспериментально, и решая квадратное уравнение (23) относительно переменной U_c , можно найти допустимые пределы изменения:

$$U_{\rm c_{min}} \leqslant U_{\rm c} \leqslant U_{\rm c_{max}}.$$
(24)

Следует иметь в виду, что точное определение всех величин в соотношениях (18) и (19) является весьма затруднительной процедурой, связанной с одновременными прецизионными измерениями переменных и импульсных сигналов. Далее, точная установка вычисленных значений параметров H_0 и κ_g также связана с большими затруднениями технического характера. В связи с изложенным представляется целесообразным разработать какие-либо практические приемы экспериментальной

настройки вычислительного устройства после установки ориентировочных значений H_0 и κ_{σ} , вычисленных по формулам (18) и (19).

Анализ уравнений (14) и (22) и рассмотрение рис. 2 свидетельствуют о том, что для экспериментальной настройки вычислительного устройства необходимо каким-либо образом осуществить систематические колебания эффективного переменного сетевого напряжения U_c в окрестности номинального значения U_{co} и подбирать взаимное соотношение параметров H_0 и κ_g таким образом, чтобы излучение появлялось только при $U_c = U_{co}$.

С целью расширения допустимых пределов колебания напряжения $U_{\rm c}$ в окрестности номинального значения $U_{\rm co}$ можно несколько видоизменить взаимное расположение зависимостей $t(U_{\rm co})$ и $t_0(U_{\rm c})$ в соответствии с рис. 3.

Такое расположение зависимостей в объекте и управляющей модели обеспечивает равномерное приближение моделируемой и моделирующей зависимостей друг к другу, причем в случае $U_c = U_{co}$ максимальное отклонение не превышает некоторого абсолютного значения допустимой погрешности δ .

В этом случае условия определения параметров H_0 и κ_g должны быть заданы равенствами:

$$t(U_{co}) = t_0(U_{co}) + \delta,$$
 (25)

$$\frac{\partial t}{\partial U_{\rm c}}(U_{\rm c}=U_{\rm co}) = \frac{\partial t_{\rm o}}{\partial U_{\rm c}}(U_{\rm c}=U_{\rm co}). \tag{26}$$

Подставляя (14) и (15) в (25) и (26), производя дифференцирование и решая полученные уравнения относительно H'_0 и κ'_g , получаем для H_0 в точности то же выражение, что и в формуле (18), а для параметра K'_p получаем

$$\begin{aligned} \kappa'_g &= \kappa_g + \omega \delta, \\ H'_2 &= H_2. \end{aligned} \tag{27}$$

Теперь следует определить те значения U_c , при которых погрешность $\Delta t(U_c) = t(U_c) - t_0(U_c)$ обращается в нуль. Для этого необходимо решить относительно U_c квадратное уравнение, аналогичное выражению (23)

$$\frac{\kappa'}{2\omega\beta} \frac{\sqrt{2\gamma V_0}}{\sqrt{1+\frac{\gamma U_{co}}{2V_0}}} \left[\frac{1}{\sqrt{U_c}} \left(2\left(\sqrt{1+\frac{\gamma U_c}{2V_0}}\sqrt{1+\frac{\gamma U_{co}}{2V_0}} - \sqrt{\frac{U_{co}}{U_c}}\right) - \frac{1}{\sqrt{U_{co}}} \left(1+2\frac{\gamma U_{co}}{2V_0}\right) \right] = -\delta.$$
(28)

В общем виде выражения для корней уравнения (28) получаются весьма громоздкими, поэтому следует рекомендовать решение уравнения (28) с помощью электронных вычислительных машин, производящих вычисления с точностью до 6 десятичных знаков. Такая точность необходима в связи с тем, что весьма малая по величине правая часть получается в результате вычитания больших величин в левой части уравнения (28). Приближенные значения корней уравнения (28) в объ щем виде можно получить следующим образом. Полагаем

$$U_{\rm c} = U_{\rm co} + \Delta U_{\rm c}$$

и производим разложение в ряд Тейлора первых двух слагаемых суммы в квадратных скобках левой части уравнения (28):

$$\frac{1}{V\overline{U_{c}}}\left(2\sqrt{1+\frac{\gamma U_{c}}{2V_{0}}}\sqrt{1+\frac{\gamma U_{co}}{2V_{0}}}-\sqrt{\frac{\overline{U_{co}}}{U_{c}}}\right)=f(U_{c})=f(U_{co})+$$
$$+f'(U_{co})\Delta U_{c}+f''(U_{co})\frac{(\Delta U_{c})^{2}}{2!}+\ldots$$

Сохраняя в разложении первые три члена и подставляя их в левую часть уравнения (28), найдем приближенные значения:

$$\frac{\Delta U_{\rm c}}{U_{\rm co}} = \pm \sqrt{\frac{\delta}{A} \left(1 + \frac{\gamma U_{\rm co}}{2V_0}\right) \sqrt{U_{\rm co}}},\tag{29}$$

где

$$A = \frac{\kappa' \sqrt{2\gamma V_0}}{2\omega\beta \sqrt{1 + \frac{\gamma U_{co}}{2V_0}}}.$$
(36)

С учетом обозначений (11—14) выражение (29) можно переписать в виде

$$\frac{\Delta U_{\rm c}}{U_{\rm co}} = \pm 2 \sqrt{\frac{6\delta\omega H_m r}{10^4 \sqrt{2VV_0}}} \sqrt{\left(1 + \frac{V}{2V_0}\right)^3} \tag{30'}$$

Найденные значения $\Delta U_{\rm c}$ могут быть использованы при экспериментальной настройке вычислительного устройства. В этом случае при медленных вариациях $U_{\rm c}$ в

при медленных варнациях U_{co} в окрестности U_{co} следует так подбирать соотношения параметров H_0 и κ_g , чтобы наблюдались два максимума излучения при $U'_{c_{min}} =$ $= U_{co} - \Delta U_c$ и $U'_{c_{max}} = U_{co} + \Delta U_c$.

Допустимые отклонения напряжения U_c за пределы $U'_{c_{max}}$ и $U'_{c_{min}}$ могут быть найдены, очевидно, из соотношения

$$\frac{\Delta U_{\rm c}'}{V_{\rm co}} = \pm 2 \times$$

 $\times \sqrt{\frac{2\delta}{A} \left(1 + \frac{\gamma U_{\rm co}}{2V_{\rm c}}\right) V \overline{U_{\rm co}}}.$ (31)



Рис. 3. Другой вариант взаимного расположения моделируемой и моделирующей зависимостей

Возможным является и такой подход к определению условий выбора параметров H_0 и K_g , когда мы заранее предопределяем величину отклонения $\pm \Delta U_c$ от номинального значения, при котором погрешность Δt обращается в нуль.

Для упрощения записи последующих математических выкладок введем следующие обозначения:

$$a = \frac{1}{\omega} \frac{\kappa'}{\beta} \sqrt{2\gamma V_0}$$
$$b = \frac{\gamma}{2V_0},$$
$$U_{co} = x_0,$$

$$U_{c} = x, \qquad (32)$$

$$\Delta U_{c} = \Delta x, \qquad c = \frac{H_{0}}{\alpha \omega}, \qquad d = \frac{\varphi_{0} - \kappa_{g}}{\omega}.$$

Тогда моделируемая функция будет иметь вид

$$t(x) = a \sqrt{b + \frac{1}{x}}, \qquad (33)$$

а моделирующая —

$$t_0(x) = \frac{c}{x} + d.$$
(34)

Сформулированное выше условие определения параметров с и d запишется следующим образом:

$$a \sqrt{b + \frac{1}{x_0 + \Delta x}} = \frac{c}{x_0 + \Delta x} + d,$$

$$a \sqrt{b - \frac{1}{x_0 - \Delta x}} = \frac{c}{x_0 - \Delta x} + d.$$
(35)

Решение системы уравнений (35) дает значения с и d в следующем виде:

$$c = \frac{x_{0}^{2} - (\Delta x)^{2}}{2\Delta x} a \left(\sqrt{b + \frac{1}{x_{0} - \Delta x}} - \sqrt{b + \frac{1}{x_{0} + \Delta x}} \right), \quad (36)$$

$$d = \frac{a}{2\Delta x} \left[(x_{0} + \Delta x) \sqrt{b + \frac{1}{x_{0} + \Delta x}} - (x_{0} - \Delta x) \sqrt{b + \frac{1}{x_{0} - \Delta x_{0}}} \right]. \quad (37)$$

Применение условий (16) и (17) к уравнениям (33) и (34) в новых обозначениях дает

$$c_1 = \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{b + \frac{1}{x_0}}}, \qquad (38)$$

$$d_{1} = \frac{a}{2x_{0}} \frac{1 + 2bx_{0}}{\sqrt{b + \frac{1}{x_{0}}}}.$$
(39)

Путем несложных расчетов нетрудно убедиться в том, что

$$\lim_{\Delta x \to 0} c = c_1,$$
$$\lim_{\Delta x \to 0} d = d_1,$$

то есть условия (16) и (17) являются предельным случаем условий (35) при $\Delta x \to 0$. Напомним, что при задании условий (35) моделируемая и моделирующая функции пересекаются в точках $x_{\min} = x_0 - \Delta x$ и $x_{\max} = x_0 + \Delta x$, тогда как при выполнении условий (16) и (17) имеет место касание этих функций в точке $x = x_0$.

Если требуется обеспечить наилучшее приближение моделируемой и моделирующей функций в заданном достаточно широком диапазоне изменений x от $x = x_1$ до $x = x_2$, то следует воспользоваться методом интегрального квадратичного аппроксимирования функций на отрезке, т. е. способом наименьших квадратов [4]. Для этого необходимо определить значения величин c и d, обеспечивающие минимум интеграла:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} [t(x) - t_0(x)]^2 dx = \int_{x_1}^{x_2} \left[a \sqrt{b + \frac{1}{x}} - \left(\frac{c}{x} + d\right) \right]^2 dx.$$
(40)

Условия обеспечения минимума интеграла *I* записываются в виде системы уравнений:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial I}{\partial c} = \int_{x_1}^{x_2} \left[a \sqrt{b + \frac{1}{x}} - \left(\frac{c}{x} + d\right) \right] \frac{1}{x} dx = 0,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial I}{\partial d} = \int_{x_1}^{x_2} \left[a \sqrt{b + \frac{1}{x}} - \left(\frac{c}{x} + d\right) \right] dx = 0.$$
(41)

Таким образом, решение задачи в данном случае сводится к вычислению

$$I_{1} = \int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{a}{x} \sqrt{b + \frac{1}{x}} dx = -a \int_{x_{1}}^{x_{2}} \sqrt{b + \frac{1}{x}} - \sqrt{b} \ln \frac{\sqrt{b + \frac{1}{x}} - \sqrt{b}}{\sqrt{b + \frac{1}{x}} + \sqrt{b}},$$

$$I_{2} = \int_{x_{1}}^{x_{2}} \sqrt{b + \frac{1}{x}} dx = a \int_{x_{1}}^{x_{2}} \sqrt{b} \left[\sqrt{\left(x + \frac{1}{b}\right)} x + \frac{1}{b} \ln \times \left(\sqrt{x + \frac{1}{b}} + \sqrt{x}\right) \right].$$

и других табличных интегралов.

Решение системы уравнений (41) целесообразно производить ввиду громоздкости вычислений на электронных счетных машинах.

После вычисления значений c и d из системы уравнений (41) нетрудно подсчитать требуемые значения величин H_0 и κ_g , на основании соотношений (32) и соответствующим образом настроить управляющее вычислительное устройство.

Следует иметь в виду, что при определении параметров H_0 и κ_g в двух последних случаях при $U_c = U_{co}$ и в окрестности не обеспечивается допустимая минимальная погрешность по фазе $\Delta t \leq \delta$, то есть фактическое значение погрешности может быть больше δ . Практически это будет проявляться в том, что максимум излучения будет иметь место в точках $U_{c_1} = U_{co} - \Delta U_c$ и $U_{c_2} = U_{co} + \Delta U_c$, а при $U_c = U_{co}$ и в ближайшей окрестности может наблюдаться существенное снижение числа захватываемых в ускорение электронов и, как следствие, резкое снижение мощности дозы излучения бетатрона. В этих случаях необходимо наряду с системой автоматического регулирования по возмущению применять системы авторегулирования по отклонению, то есть

применять комбинированные системы автоматического регулирования и управления. В комбинированной системе управления фазой инжекции регулятор по возмущению будет обеспечивать высокое быстродействие и создавать более благоприятные условия работы для регулятора по отклонению в широком диапазоне изменения величины напряжения сети. Регулятор по отклонению в этом случае будет обеспечивать соответствующую точность поддержания заданного уровня мощности дозы излучения, то есть стабилизировать этот параметр независимо от характера внешних возмущающих воздействий.

В заключение кратко сформулируем полученные результаты.

1. Составлено относительно точное математическое описание условий работы системы автоматического регулирования фазы инжекции электронов в бетатроне по возмущению.

2. Найдены релятивистские поправки к определению параметров регулятора по возмущению, позволяющие производить настройку автоматического вычислительного устройства при любом напряжении инжекции.

3. Рассмотрены несколько способов вычисления основных параметров регулятора по возмущению, в том числе равномерное приближение аппроксимирующей функции и способ наименьших квадратов.

4. Установлено, что наиболее удобным для расчетов и практического применения является способ равномерного приближения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Разин. Стабилизация излучения бетатрона. Известия ТПИ, т. 87, 1957. В. М. Разин. Стабилизация излучения бегатрона. Известия ППИ, 1. 67, 1957.
 А. А. Фельдбаум. Вычислительные устройства в автоматических системах.
 Физматгиз, 1959.
 А. П. Гринберг. Методы ускорения заряженных частиц. ГИТТЛ, 1950.
 Б. П. Демидович, И. А. Марон, А. З. Шувалова. Численные методы анализа. Физматгиз, 1962.