

РАСЧЕТ ПУСКОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

Асинхронный режим работы синхронных реактивных двигателей (СРД) в настоящее время является одним из наименее исследованных. Это привело к тому, что в [1] параметры роторной обмотки и пусковые характеристики СРД рассчитываются по формулам, применяемым при расчете асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором.

В [2] при исследовании асинхронного режима работы СРД предполагается возможность раздельного рассмотрения явлений по продольной (d) и поперечной (q) осям ротора. В этом случае СРД представляется эквивалентными схемами по осям d и q , идентичными известным схемам замещения асинхронных двигателей. Из схем замещения определяются токи и момент вращения. Проведенный нами анализ позволяет сделать вывод, что раздельное рассмотрение явлений по осям d и q справедливо лишь тогда, когда обмотка статора является сверхпроводящей ($r=0$) или ротор выполнен симметричным [$x_d(js) = x_q(js)$]. В реальных двигателях с несимметричным ротором рассматриваемый метод является весьма приближенным. Погрешность приближенного метода возрастает с увеличением активного сопротивления обмотки статора и несимметрии ротора. Пользуясь этим методом, нельзя, например, обнаружить провал в кривой электромагнитного момента вращения при полусинхронной скорости даже в предельном случае электрической несимметрии, когда на роторе имеется одноосная обмотка.

Применение упрощенных методов стало возможным благодаря тому, что точные методы расчета пусковых характеристик синхронных явнополюсных двигателей представляются достаточно сложными [3—8]. Так как синхронные двигатели выполняются, как правило, с полной пусковой обмоткой, а активные сопротивления их статорных обмоток невелики, исследования показали, что приближенный метод расчета среднего асинхронного момента, основанный на допущении $r=0$, дает удовлетворительное совпадение с точным методом [6, 9, 10 и др.]. Это в значительной мере способствовало тому, что приближенные методы расчета пусковых характеристик синхронных явнополюсных машин, основанные на раздельном рассмотрении явлений по осям d и q , получили весьма широкое распространение, без каких-либо ограничений в отношении параметров [6, 9—14].

СРД в отличие от синхронных двигателей выполняются небольшой мощности, и активное сопротивление обмоток статора у них сравнительно велико. Кроме того, СРД проектируют с возможно большим от-

ношением синхронных реактивных сопротивлений x_d/x_q . Последнее приводит к тому, что даже при наличии на роторе полной пусковой обмотки установившиеся значения операторных реактивных сопротивлений $[x_d(js)$ и $x_q(js)]$ в асинхронном режиме могут значительно отличаться друг от друга по величине, особенно при малых скольжениях ротора. Поэтому применение приближенных методов для расчета пусковых характеристик СРД не обосновано и может привести к значительным ошибкам. Все это вызывает необходимость более детального исследования асинхронного режима работы СРД и выбора методики расчета пусковых характеристик, приемлемой для практики.

При определении токов и моментов СРД в асинхронном режиме целесообразно исходить из полных уравнений равновесия напряжений. Эти уравнения при условии, что электромагнитный момент принимается положительным в режиме работы двигателем, а ось q опережает ось d на 90° , с использованием системы относительных единиц, в операторной форме можно представить в виде:

$$\begin{aligned} u_d &= [px_d(p) + r] i_d - x_q(p) (1-s) i_q; \\ u_q &= x_d(p) (1-s) i_d + [px_q(p) + r] i_q. \end{aligned} \quad (1)$$

Для исследования асинхронного режима работы СРД ограничимся рассмотрением лишь пусковых характеристик установившегося режима, учитывая, что этот метод считается надежным и наиболее распространенным средством при изучении пусковых процессов синхронных и асинхронных двигателей.

При выводе расчетных формул целесообразно воспользоваться комплексным методом. Для этого в уравнениях (1) токи и напряжения заменяются комплексами, а p на js .

Если к обмотке статора подводится симметричная система напряжений, а $u_d = U \cos(t + \delta_0)$, то составляющие напряжений u_d, u_q при постоянной скорости вращения ротора определяются известными уравнениями линейных преобразований

$$\begin{aligned} u_d &= \frac{2}{3} [u_a \cos \gamma + u_b \cos(\gamma - 120^\circ) + u_c \cos(\gamma + 120^\circ)] = U \cos(st + \delta_0); \\ u_q &= -\frac{2}{3} [u_a \sin \gamma + u_c \sin(\gamma - 120^\circ) + u_b \sin(\gamma + 120^\circ)] = U \sin(st + \delta_0). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\gamma = (1-s)t + \gamma_0$ — угол, образованный осью d с осью фазы статора a ;

$$\delta_0 = \alpha_0 - \gamma_0.$$

Предполагая, что действительные величины определяются как вещественные части комплексов, можно написать

$$\bar{u}_d = U e^{j(st + \delta_0)}; \quad \bar{u}_q = -j U e^{j(st + \delta_0)} \quad (3)$$

Решая при сделанных допущениях уравнения (1), найдем значения комплексов тока:

$$\begin{aligned} \bar{i}_d &= \frac{1}{A} \left[r - j(1-2s)x_q(js) \right] U e^{j(st + \delta_0)}; \\ \bar{i}_q &= \frac{1}{A} \left[-jr - (1-2s)x_d(js) \right] U e^{j(st + \delta_0)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{A} = r^2 + jrs[x_d(js) + x_q(js)] + (1-2s)x_d(js)x_q(js)$.

При исследованиях установившегося асинхронного режима удобно оперировать с векторами пространственных волн. Обозначая мгновенные значения величин, относящиеся к обмотке d как вещественные, а

относящиеся к обмотке q — как мнимые; пространственный вектор тока статора можно представить так:

$$\bar{i}_s = i_d + j i_q. \quad (5)$$

Учитывая, что

$$i_d = \operatorname{Re} [\bar{i}_d] = \frac{1}{2} (\bar{i}_d + i_d^*); \quad i_q = \operatorname{Re} [\bar{i}_q] = \frac{1}{2} (\bar{i}_q + i_q^*),$$

уравнение (5) можно записать

$$\bar{i}_s = \frac{1}{2} (\bar{i}_d + j \bar{i}_q) + \frac{1}{2} (i_d^* + j i_q^*) = \bar{i}_{s1} + \bar{i}_{s2}, \quad (6)$$

где \bar{i}_{s1} — пространственный вектор тока прямой последовательности; \bar{i}_{s2} — пространственный вектор тока обратной последовательности; а звездочкой * обозначены сопряженные комплексы.

Предполагая, что реальные многоконтурные роторные обмотки СРД заменены двумя эквивалентными [15],

$$x_d(j\omega) = \frac{x_d + j\omega x_d'' T_d}{1 + j\omega T_d}; \quad x_q(j\omega) = \frac{x_q + j\omega x_q'' T_q}{1 + j\omega T_q}. \quad (7)$$

Тогда после соответствующих преобразований уравнение (6) можно представить в виде¹:

$$\bar{i}_s = I_1 e^{j(st + \delta_0 - \varphi_1)} + I_2 e^{-j(st + \delta_0 - \varphi_2)}. \quad (8)$$

Комплексы потокосцеплений обмоток статора определяются из равенств

$$\bar{\psi}_d = x_d(j\omega) \bar{i}_d; \quad \bar{\psi}_q = x_q(j\omega) \bar{i}_q. \quad (9)$$

По аналогии с уравнением (6) пространственный вектор потокосцеплений обмотки статора равен

$$\bar{\psi}_s = \frac{1}{2} (\bar{\psi}_d + j \bar{\psi}_q) + \frac{1}{2} (\psi_d^* + j \psi_q^*) = \bar{\psi}_{s1} + \bar{\psi}_{s2}. \quad (10)$$

1. Потребляемая мощность

Мгновенное значение мощности, потребляемой СРД при работе в установившемся асинхронном режиме, определяется уравнением

$$P_1 = \operatorname{Re} [\bar{u}_s i_s^*]. \quad (11)$$

Подставляя в это уравнение сопряженный вектор тока (8) и учитывая, что напряжения, подведенные к обмотке статора, симметричны и, следовательно,

$$\bar{u}_s = U e^{j(st + \delta_0)},$$

после преобразований получим

$$P_1 = U I_1 \cos \varphi_1 + U I_2 \cos (2st + 2\delta_0 - \varphi_2). \quad (12)$$

Из уравнения (12) видно, что мощность, потребляемую СРД из сети, можно представить как сумму двух составляющих: постоянной, пропорциональной активной составляющей тока I_1 , и переменной, пульсирующей во времени с удвоенной частотой скольжения.

¹ Расчетные формулы для определения амплитуд токов прямой I_1 и обратной I_2 последовательностей даны в приложении 1.

2. Ток статора

Зная составляющие пространственного вектора тока [8], мгновенные значения тока в фазах обмотки статора можно определить по методике, изложенной в [8].

Действующее значение тока при любых значениях скольжения, кроме $s=0$ и $s=1,0$, определяется по формуле

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}. \quad (13)$$

При $s=1,0$ величина тока зависит от положения ротора в пространстве и изменяется в пределах от

$$I_{\max} = I_1 + I_2 \text{ до } I_{\min} = I_1 - I_2. \quad (16)$$

3. Электромагнитный момент

Электромагнитный момент вращения СРД при работе в установившемся асинхронном режиме можно представить в виде [8]

$$M = \operatorname{Re} [j\bar{\psi}_s i_s^*] = M_c + M_{\text{пул}}, \quad (14)$$

где
$$M_c = \operatorname{Re} [j\bar{\psi}_{s1} i_{s1}^* + j\bar{\psi}_{s2} i_{s2}^*] = M_1 + M_2 \quad (15)$$

средний момент, равный сумме моментов прямой и обратной последовательностей;

$$M_{\text{пул}} = \operatorname{Re} [j\bar{\psi}_{s1} i_{s2}^* + j\bar{\psi}_{s2} i_{s1}^*] \quad (16)$$

переменная составляющая момента, пульсирующая во времени с частотой удвоенного скольжения.

Средний и пульсирующий моменты можно выразить через комплексы токов и потокосцеплений по осям d и q . Подставляя выражения (6) и (10) в уравнения (15) и (16), после несложных преобразований получим

$$M_c = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\bar{\psi}_d i_q^* - \bar{\psi}_q i_d^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\psi_d^* \bar{i}_q - \psi_q^* \bar{i}_d); \quad (17)$$

$$M_{\text{пул}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\bar{\psi}_d i_q - \bar{\psi}_q i_d) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\psi_d^* i_q^* - \psi_q^* i_d^*). \quad (18)$$

Для уменьшения объема вычислительной работы целесообразно моменты представить как функции токов и параметров СРД. Для этого из уравнений моментов необходимо исключить потокосцепления. Выражения для потокосцеплений ψ_d , ψ_q получаются решением системы уравнений (1) и (9). После соответствующих преобразований найдем, что

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_d &= -j\bar{u}_d - \frac{r}{1-2s} [js\bar{i}_d + (1-s)\bar{i}_q]; \\ \bar{\psi}_q &= -\bar{u}_d + \frac{r}{1-2s} [(1-s)\bar{i}_d - js\bar{i}_q]. \end{aligned} \quad (19)$$

Тогда уравнения для моментов прямой и обратной последовательностей можно найти как

$$M_1 = \operatorname{Re} [j\bar{\psi}_{s1} i_{s1}^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [(j\bar{\psi}_d - \bar{\psi}_q) i_{s1}^*] = UI_1 \cos \varphi_1 - rI_1^2, \quad (20)$$

$$M_2 = \operatorname{Re} [j\bar{\psi}_{s2} i_{s2}^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [(j\psi_d^* - \psi_q^*) i_{s2}^*] = -\frac{r}{1-2s} I_2^2; \quad (21)$$

Сумма моментов M_1 и M_2 дает известное уравнение среднего момента вращения [3, 4 и др.].

Пульсирующий момент (18), учитывая, что

$$\bar{i}_d = \bar{i}_{s1} + i_{s2}^*; \quad \bar{i}_q = -j(\bar{i}_{s1} - i_{s2}^*),$$

будет определяться уравнением

$$M_{\text{пуль}} = UI_2 \cos(2st + 2\delta_0 - \varphi_2) - \frac{2r(1-s)}{1-2s} I_1 I_2 \cos(2st + 2\delta_0 - \varphi_1 - \varphi_2). \quad (22)$$

Из уравнения (22) определяем амплитуду пульсирующего момента

$$M_{\text{п}} = I_2 \sqrt{U^2 + 4R^2 I_1^2 - 4UR I_1 \cos \varphi_1}, \quad (23)$$

где
$$R = r \frac{1-s}{1-2s}.$$

Амплитуду пульсирующего момента можно рассчитать, пользуясь уравнением (23) при любых значениях скольжения, кроме $s=0,5$. Известно, что при $s=0,5$ ток обратной последовательности в обмотке статора отсутствует ($I_2=0$), однако в этом случае $M_{\text{п}} \neq 0$. Из анализа выражения для модуля вектора тока обратной последовательности следует, что

$$I_2 = (1-2s) I_1.$$

Тогда при $s=0,5$ уравнение (23) примет вид

$$M_{\text{п}}(s=0,5) = r I_1^2. \quad (24)$$

Сравнение пусковых характеристик, рассчитанных по изложенной выше методике и определенных экспериментально, представлено на рис. 1. Хорошее совпадение расчетных и опытных данных позволяет сделать вывод, что предлагаемая методика расчета пусковых характеристик СРД достаточно точно отражает процессы, происходящие в них, и может быть рекомендована для практики.

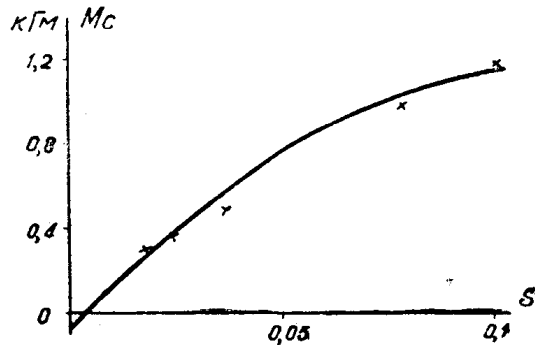


Рис. 1. Сравнение теоретических и определенных экспериментально пусковых характеристик СРД. Экспериментальные точки обозначены — x.

Приложение 1

Порядок расчета пусковых характеристик СРД

$$1) I_{1a} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} U; \quad 2) I_{1p} = \frac{ad - bc}{c^2 + d^2} U;$$

$$3) I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1p}^2};$$

$$4) I_{2a} = \frac{a^1 c + b^1 d}{c^2 + d^2} U; \quad 5) I_{2p} = \frac{a^1 d - b^1 c}{c^2 + d^2} U;$$

$$6) I_2 = \sqrt{I_{2a}^2 + I_{2p}^2}; \quad 7) I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2};$$

$$a = r(1 - s^2 T_d T_q) + \frac{1}{2} s(1 - 2s) [(x_d + x_q'') T_q + (x_d'' + x_q) T_d];$$

$$b = rs(T_d + T_q) - \frac{1}{2} (1 - 2s) [x_d + x_q - s^2 (x_d'' + x_q'') T_d T_q];$$

$$c = r^2 (1 - s^2 T_d T_q) - rs^2 [(x_d + x_q'') T_q + (x_d'' + x_q) T_d] +$$

$$+ (1 - 2s) (x_d x_q - s^2 x_d'' x_q'' T_d T_q);$$

$$d = r^2 s (T_d + T_q) + rs [x_d + x_q - s^2 (x_d'' + x_q'') T_d T_q] +$$

$$+ s (1 - 2s) (x_d'' x_q T_d + x_d x_q'' T_q);$$

$$a' = \frac{1}{2} (1 - 2s) s [x_q - x_d''] T_d - (x_d - x_q'') T_q];$$

$$b' = \frac{1}{2} (1 - 2s) [x_d - x_q - s^2 (x_d'' - x_q'') T_d T_q];$$

$$8) M_1 = UI_{1a} - rI_1^2; \quad 9) M_2 = - \frac{r}{1 - 2s} I_2^2$$

$$10) M_c = M_1 + |M_2|;$$

$$11) M_n = I_2 \sqrt{U^2 + 4I_1^2 r^2 \left(\frac{1-s}{1-2s} \right)^2 - 4UI_{1a} r \frac{1-s}{1-2s}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Ермолин. Электрические машины малой мощности. Изд-во Высшая школа, 1962.
2. Д. А. Завалишин и др. Электрические машины малой мощности, ГЭИ, 1963.
3. T. M. Linville, Starting Performance of Salient-Pole Synchronous Motor, Trans AIEE, april, 1930.
4. Р. А. Лютер. Моменты вращения синхронной машины в асинхронном режиме ВЭП, № 10, 1948.
5. М. П. Костенко. Электрические машины, спец. часть. ГЭИ, 1949.
6. Ч. Конкордиа. Синхронные машины, ГЭИ, 1959.
7. Б. Адкинс. Общая теория электрических машин, ГЭИ, 1960.
8. Е. В. Кононенко. Исследование асинхронных режимов работы машин переменного тока с несимметричным ротором, Известия вузов, Электромеханика, № 2, 1962.
9. Л. С. Линдорф. Особенности пуска и самозапуща синхронных двигателей. Сб. «Синхронные двигатели» ГЭИ, 1959.
10. А. И. Важенков. Основы теории переходных процессов синхронной машины, ГЭИ, 1960.
11. Б. Е. Коники. Методика расчета пусковых характеристик явнополюсных синхронных двигателей, «Электричество», № 2, 1950.
12. I. C. White, Synchronous-Motor Starting Performance Calculation, «Power Apparatus and Systems», 1956, N 4.
13. М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский, Электрические машины, часть II, Изд-во «Энергия», 1965.
14. К. П. Ковач, И. Рац. Переходные процессы в машинах переменного тока, ГЭИ, 1963.
15. Е. В. Кононенко. Приведение роторных обмоток синхронных реактивных машин. Известия ТПИ, т. 160, 1966.
16. Е. В. Кононенко. Работа двигателя переменного тока с несимметричным ротором в режиме установившегося короткого замыкания, Известия ТПИ, т. 117, 1963.