

## ПОСТРОЕНИЕ НА АВМ ПРОЕКЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР МЕТОДОМ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

И. Э. НААЦ, В. М. РЕЙДЕР

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории)

В настоящей работе рассматриваются вопросы получения проекционных изображений трехмерных геометрических объектов на АВМ с регистрацией на экране электронно-лучевого индикатора. Основное внимание при этом уделяется методу центрального проектирования при построении изображений на поверхности плоского носителя и сопоставлению полученных осциллограмм с осциллограммами, соответствующими параллельному проектированию.

Одним из удобств, помимо отмеченных в работе [1], применения проекционных методов при регистрации геометрической информации на АВМ является возможность набора проекционных соотношений как части программы решаемой задачи. В результате выходные величины  $X$  и  $Y$  могут быть поданы на двухкоординатный самописец или электронно-лучевой индикатор для регистрации проекционного изображения решения в форме  $z(x, y)$ .

Известно, что проекционные изображения геометрических объектов, полученные методом центрального проектирования, обладают большей наглядностью по сравнению с аналогичными изображениями в методе параллельного проектирования. Однако в таком случае изображение проигрывает в метричности, т.е. выяснение количественных отношений по изображению становится более сложным. Определенный интерес представляет сравнение этих двух методов на примере изображений поверхности  $z(x, y)$ . Предварительно сделаем несколько замечаний к выводу проекционных соотношений в центральном проектировании, используя систему проектирования работы [1].

Совершенно очевидно, что при переходе к центральному проектированию угловые параметры  $\alpha$  и  $\nu$  аппарата проектирования должны быть дополнены метрическими характеристиками, в качестве которых выберем расстояния полюса проектирования  $P$  и начала координат системы  $S$  точки  $O$  до плоскости проекций  $W$  (рис. 1). В целях упрощения будем полагать, что полюс  $P$  и точка  $O$  лежат на нормали  $l$  к  $W$ . В частном случае, как указано на рис. 1, точка  $O$  попадает на плоскость  $W$ , тогда соответствующий параметр  $l = 0$ . В отличие от параллельного проектирования параметр  $l \neq 0$  в центральном проектировании и войдет в проекционные соотношения.

Пусть имеется точка  $A$  в системе  $S$  с координатами  $x, y, z$  (тоже самое вектор  $\vec{r}$  с направляющими углами  $\varphi, \psi, \theta$ ). Для нахождения

проекционных соотношений необходимо определить проекцию вектора  $\vec{r}$  на оси  $X, Y$  плоскости  $W$ . С этой целью проектируем вектор  $\vec{r}$  вначале на плоскость  $W$ . Величина этой проекции определится выражением

$$OA' = \frac{L \cdot r \cos \omega}{L - l - r \sin \omega}, \quad (1)$$

где

$r$  — модуль  $\vec{r}$ ,

$L$  — расстояние полюса  $P$  до плоскости и

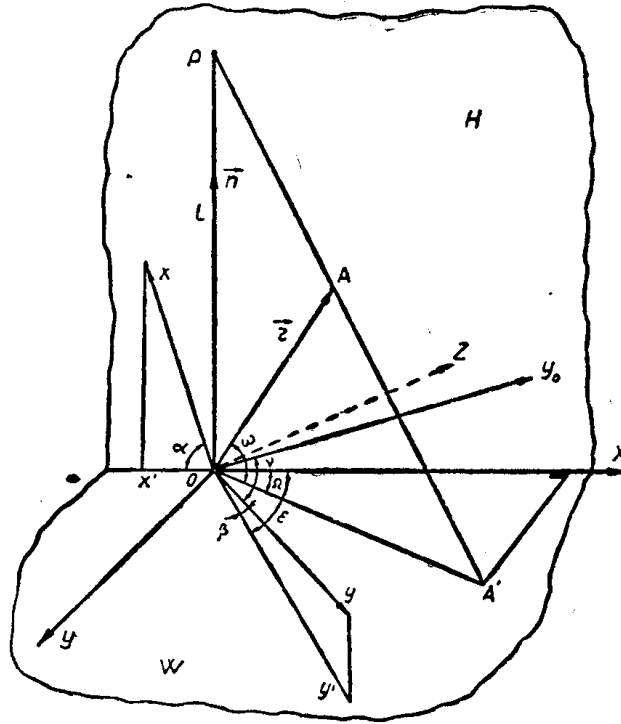


Рис. 1. Геометрические построения при центральном проектировании точки на плоскость

$$\sin \omega = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \sin \beta \cdot \cos \psi + \sin \gamma \cdot \cos \theta. \quad (2)$$

Затем определяется проекция отрезка  $OA'$  на оси  $X$  и  $Y$ :

$$\left. \begin{aligned} X &= OA' \cdot \cos \Omega \\ Y &= OA' \cdot \sin \Omega \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Выполнив соответствующие геометрические построения, нетрудно найти значение угла  $\Omega$ :

$$\left. \begin{aligned} \sin \Omega &= \frac{\cos \psi \cdot \sin \nu - \cos \theta \cdot \cos \nu}{\cos \omega}, \\ \cos \Omega &= \frac{\cos \psi \cdot \cos \nu \cdot \sin \alpha + \cos \theta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \nu - \cos \alpha \cdot \cos \varphi}{\cos \omega} \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), после элементарных преобразований получим проекционные соотношения, связывающие координаты точки  $(x, y, z)$  с

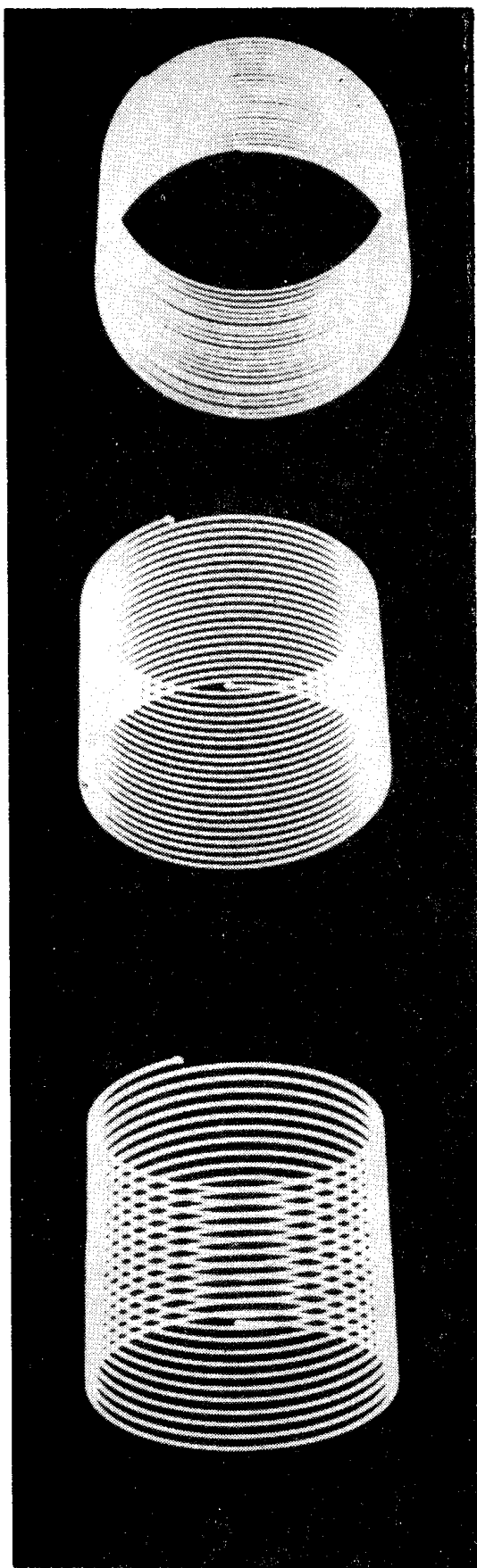


Рис. 2. Проекционные осциллограммы, полученные методом параллельного проектирования.

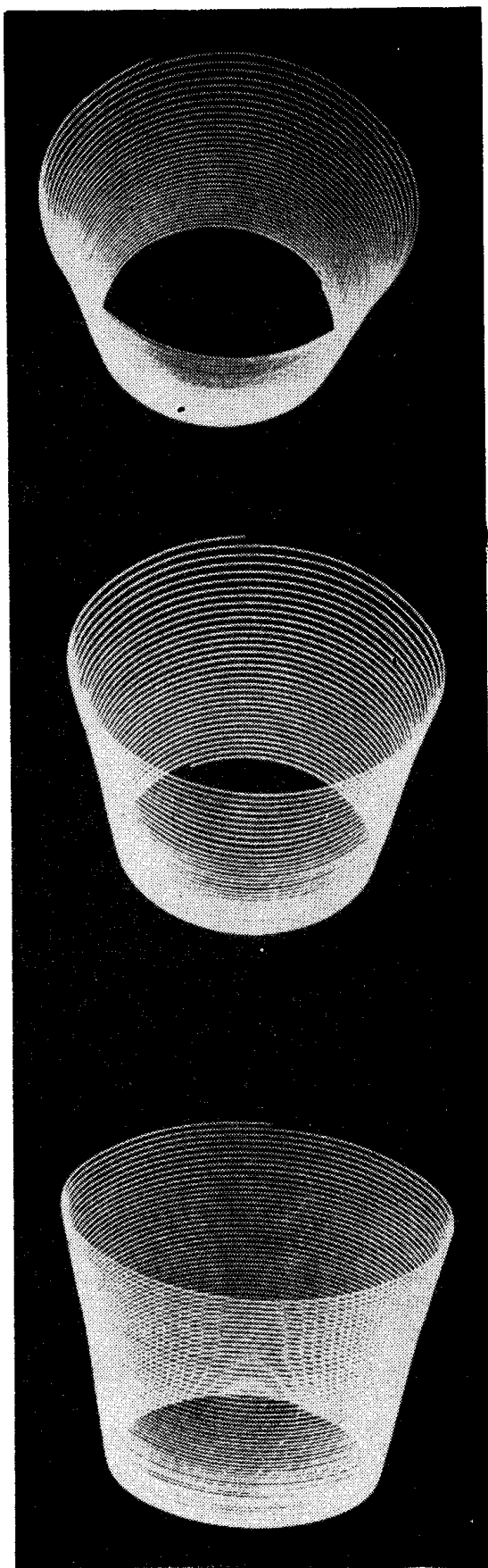


Рис. 3. Проекционные осциллограммы, полученные методом центрального проектирования.

координатами ее проекционного центрального изображения на плоскости:

$$\left. \begin{aligned} X &= L \cdot \frac{y \cdot \cos \nu \cdot \sin \alpha + z \sin \alpha \cdot \sin \nu - x \cos \alpha}{L - l - x \sin \alpha - y \cos \alpha \cdot \cos \nu - z \cos \alpha \cdot \sin \nu}, \\ Y &= L \cdot \frac{y \sin \nu - z \cos \nu}{L - l - x \sin \alpha - y \cos \alpha \cdot \cos \nu - z \cos \alpha \cdot \sin \nu} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Интересно отметить, что при бесконечном удалении полюса  $P$  от плоскости  $W$  проекционное изображение точки, согласно (5), все меньше и меньше отличается от проекционного изображения этой точки при параллельном проектировании. Иными словами, при  $L \rightarrow \infty$  соотношения (5) перейдут в соотношения параллельного проектирования [1], а именно:

$$\left. \begin{aligned} X &= y \cos \nu \cdot \sin \alpha + z \sin \alpha \cdot \sin \nu - x \cos \alpha, \\ Y &= y \sin \nu - z \cos \nu. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Полученная система соотношений (5) достаточно проста как для вычислений, так и для моделирования в отличие от уравнений, предлагаемых в работе [2], где параметры аппарата проектирования определялись посредством задания плоскости проекций  $W$  и полюса  $P$  в системе  $S$ , несмотря на ряд значительных упрощений, вводимых автором в аппарат проектирования.

Используя соотношения (5) и (6), можно провести сравнительный анализ получающихся при этом проекционных изображений на примере какой-либо поверхности второго порядка.

На рис. 2 и 3 приведены проекционные осциллограммы, дающие изображения цилиндрической поверхности (тоже винтовой линии) соответственно в параллельном и центральном проектировании на экране электронно-лучевой трубки. Набор задачи по синтезу поверхности и проекционных соотношений выполнялся на АВМ МН-14 при следующих данных:  $\nu = 0$  и  $\alpha = 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$  (сверху вниз на рис. 2, 3). Приведенные осциллограммы позволяют судить о наглядности проекционных изображений. Осциллограммы рис. 3 более наглядны, хотя по ним трудно судить о линейных размерах цилиндра. Однако это не является существенным недостатком этих осциллограмм, так как чисто аппаратным путем можно ввести систему координатных меток для определения метрических соотношений в оригинале. Описанные методы построения проекционных осциллограмм могут быть использованы также для регистрации более сложных пространственных фигур.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И. Э. На а ц. Вопросы построения проекционных изображений при регистрации графической информации. (Настоящий сборник).
2. А. В. Ку з н е ц о в. Номографирование построений центральных аксонометрических проекций. См.: Номографический сборник № 2. Вычислительный центр АН СССР. М., 1964.