

РАСЧЕТ ПОЛЯ СТАТОРА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

И. П. ГУК, В. А. ЛУКУТИН.

(Представлена научным семинаром кафедры теоретических основ
электротехники)

Мощность электростатического генератора (ЭСГ) определяется энергией электрического поля в рабочем объеме машины, поэтому расчет этого поля представляется весьма желательным. В общем случае эта задача довольно сложная, если учитывать все конструктивные элементы генератора и условия его работы.

На рис. 1 представлен схематичный разрез цилиндрического генератора с проводящими транспортерами. Здесь статор изображен двумя концентрическими поверхностями радиусов r_1 и r_4 и двумя парами индукторов. Между поверхностями статора помещен диэлектрический ротор с размещенными внутри него металлическими стержнями-транспортерами.

Мы будем рассматривать электрическое поле в области между поверхностями статора, причем это поле создается заряженными транспортерами и индукторами. Для облегчения задачи целесообразно, пользуясь принципом наложения, порознь рассчитывать поля, создаваемые статором и ротором. В данной работе предполагается вариант определения потенциальной функции поля статора.

Будем пренебрегать краевым эффектом у торцов машины, при этом поле будет двухмерным. По ряду причин, о которых мы здесь говорить не будем, сечение транспортеров выбирают весьма малым, потому металлические включения в диэлектрике ротора искажают поле лишь в непосредственной близости от себя. Во всяком случае они не влияют на характер поля в газовом промежутке, поэтому ниже мы будем полагать диэлектрик ротора однородным и не будем обращать внимания на проводящие транспортеры.

С учетом сделанных допущений задача будет сводиться к отысканию потенциальной функции в плоской кольцевой области с трехслойным диэлектриком. Потенциал высоковольтного индуктора известен (U_n) и распределение его по поверхности статора полагаем заданным

$$\varphi(r_1; \theta) = \varphi(r_4; \theta) = U(\theta). \quad (1)$$

Если в диэлектрике нет свободных зарядов, то в кольцевой области потенциальная функция удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi = 0 \quad (2)$$

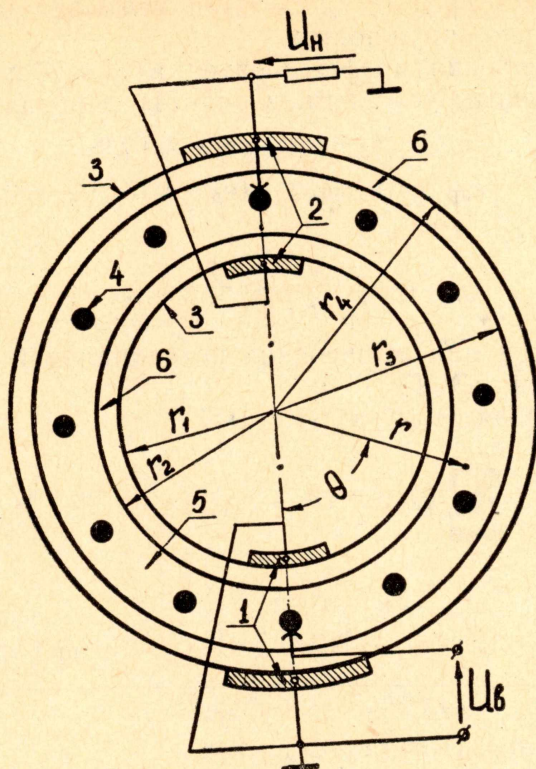


Рис. 1. Принципиальная схема ЭСГ цилиндрического типа с проводящими транспортерами:

- 1 — индуктор возбуждения,
- 2 — высоковольтный индуктор,
- 3 — полупроводящий слой статора,
- 4 — транспортеры-проводники,
- 5 — тело ротора с $\epsilon = \epsilon_d$,
- 6 — рабочая среда с $\epsilon = \epsilon_c$.

и расчет поля статора ЭСГ сводится к решению внутренней задачи Дирихле.

Известно, что потенциал $\varphi^{(i)}$ в области, заполненной средой с диэлектрической проницаемостью ϵ_i , также удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \varphi^{(i)} = 0, \quad (3)$$

где $i=1, 2, 3$ — номер кольцевой области.

Применяем метод разделения переменных к решению уравнения (3), и для цилиндрической системы координат можно записать формулу для потенциала в виде ряда

$$\varphi^{(i)}(r; \theta) = \frac{a_0^{(i)}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^{(i)} \cos k\theta + b_k^{(i)} \sin k\theta). \quad (4)$$

Теперь остается только определить коэффициенты $a_0^{(i)}$, $a_k^{(i)}$ и $b_k^{(i)}$, и задача будет полностью решена.

Коэффициенты у синусной составляющей $b_k^{(i)}$ равны нулю, так как распределение потенциала симметрично относительно диаметра, проходящего через середины индукторов ($\theta=0$).

Косинусные коэффициенты $a_0^{(i)}$ и $a_k^{(i)}$ определим, пользуясь граничными условиями на границе раздела сред (непрерывность потенциала и нормальной составляющей вектора диэлектрического смеще-

ния на границе двух сред $\epsilon = \epsilon_2, \epsilon = \epsilon_3$) и учитывая распределение потенциала на крайних окружностях.

Подставляя значения коэффициентов $a_0^{(i)}, a_k^{(i)}$ и $b_k^{(i)}$, определенных по вышеуказанным условиям, в ряд (4) и вводя обозначения

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{пр}} &= (\epsilon_d + \epsilon_c) - (\epsilon_d - \epsilon_c) \lambda^{2k}, \\ \epsilon_{\text{пр}}^* &= (\epsilon_d + \epsilon_c) - (\epsilon_d - \epsilon_c) \lambda^{-2k},\end{aligned}$$

где

$$\lambda = \frac{r_1}{r_2} \approx \frac{r_3}{r_4},$$

получаем выражение для вычисления потенциальной функции, описывающей поле статора ЭСГ.

Для первого слоя ($r_1 \leq r \leq r_2, \epsilon = \epsilon_c$)

$$\varphi(r; \theta) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(1)}(r^{2k} - r_1^{2k}) + r_1^k] \frac{\alpha_k}{r^k} \cos k\theta, \quad (5)$$

где

$$A_k^{(1)} = \frac{r_4^k \cdot 4\epsilon_d \epsilon_c - r_1^k [(\epsilon_d + \epsilon_c)\epsilon_{\text{пр}}^* + (\epsilon_d - \epsilon_c)\epsilon_{\text{пр}} \left(\frac{r_4}{r_2}\right)^{2k}]}{r_4^{2k}\epsilon_{\text{пр}}^2 - r_1^{2k}\epsilon_{\text{пр}}^{*2}}.$$

Для второго слоя ($r_2 \leq r \leq r_3, \epsilon = \epsilon_d$)

$$\varphi(r; \theta) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)}(r^{2k} - r_1^k r_4^k) \frac{\alpha_k}{r^k} \cos k\theta \quad (6)$$

где

$$A_k^{(2)} = \frac{2\epsilon_c}{r_4^k \epsilon_{\text{пр}} + r_1^k \epsilon_{\text{пр}}^*}.$$

Для третьего слоя ($r_3 \leq r \leq r_4, \epsilon = \epsilon_c$)

$$\varphi(r; \theta) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k^{(3)}(r^{2k} - r_4^{2k}) + r_4^k] \frac{\alpha_k}{r^k} \cos k\theta, \quad (7)$$

где

$$A_k^{(3)} = \frac{r_4^k \left[(\epsilon_d + \epsilon_c)\epsilon_{\text{пр}} + (\epsilon_d - \epsilon_c)\epsilon_{\text{пр}}^* \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^{2k} \right] - r_1^k 4\epsilon_d \epsilon_c}{r_4^{2k}\epsilon_{\text{пр}}^2 - r_1^{2k}\epsilon_{\text{пр}}^{*2}}.$$

Входящие в выражения (5), (6), (7) постоянные α_0 и α_k получаем из разложения граничной функции $U(\theta)$ в ряд Фурье:

$$U(\theta) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k \cos k\theta + \beta_k \sin k\theta). \quad (8)$$

Граничная функция $U(\theta)$ в общем случае может иметь самый произвольный вид и зависит она от многих факторов.

В электростатических генераторах с транспортерами-проводниками стремятся принудительно задать линейное распределение потенциала по статору с целью выравнивания электростатического поля. В этом случае функция $U(\theta)$ будет выглядеть, как изображено на рис. 2.

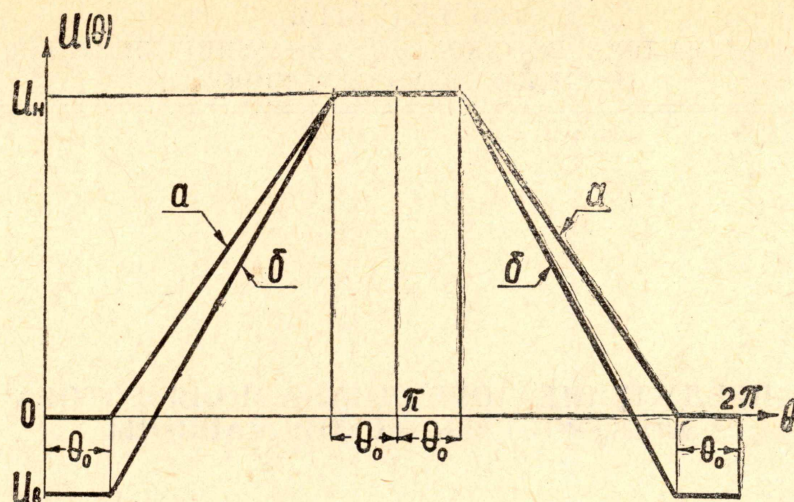


Рис. 2.

Здесь кривая *a* соответствует кондукционной схеме возбуждения, а кривая *b* — индукционной схеме.

Разложение в ряд Фурье таких функций дает следующие значения для коэффициентов при кондукционной схеме возбуждения (рис. 2, кривая *a*):

$$\alpha_0 = U_n,$$

$$\alpha_k = -\frac{4 \cos k \theta_0}{\pi (\pi - 2 \theta_0) k^2} U_n,$$

где $k=1, 3, 5 \dots$,

$$\beta_k = 0;$$

при индукционной схеме возбуждения (рис. 2, кривая *b*)

$$\alpha_0 = U_n - U_b,$$

$$\alpha_k = -\frac{4 \cos k \theta_0}{\pi (\pi - 2 \theta_0) k^2} (U_n + U_b),$$

$$\beta_k = 0.$$

Подставляя теперь значения этих коэффициентов в (5), (6), (7), получим окончательные формулы для потенциальной функции, описывающей поле статора цилиндрического ЭСГ.

В заключение следует отметить, что ряды, входящие в выражения потенциалов, очень быстро сходятся и в инженерных расчетах можно ограничиться первым и удвоенным вторым членами ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Левитов, А. Г. Ляпин. Электростатические генераторы с жестким ротором. ч. 1, М., 1963.
2. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М., 1948.