

## ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ НЕСИММЕТРИЯ СТАТОРНЫХ ЦЕПЕЙ ТОРМОЗНЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

В. С. ГРИНБЕРГ, Э. М. ГУСЕЛЬНИКОВ

Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники

В различных отраслях промышленности для быстрого останова механизмов применяются асинхронные электродвигатели с встроенными пружинными тормозами. Растормаживание вала асинхронного двигателя при включении его в сеть осуществляется здесь за счет специального электромагнита, питаемого через выпрямитель. Ряд схем управления (рис. 1) тормозных электродвигателей предусматривает наличие общих электрических цепей в системе питания асинхронного двигателя и растормаживающего электромагнита [1 и др.].

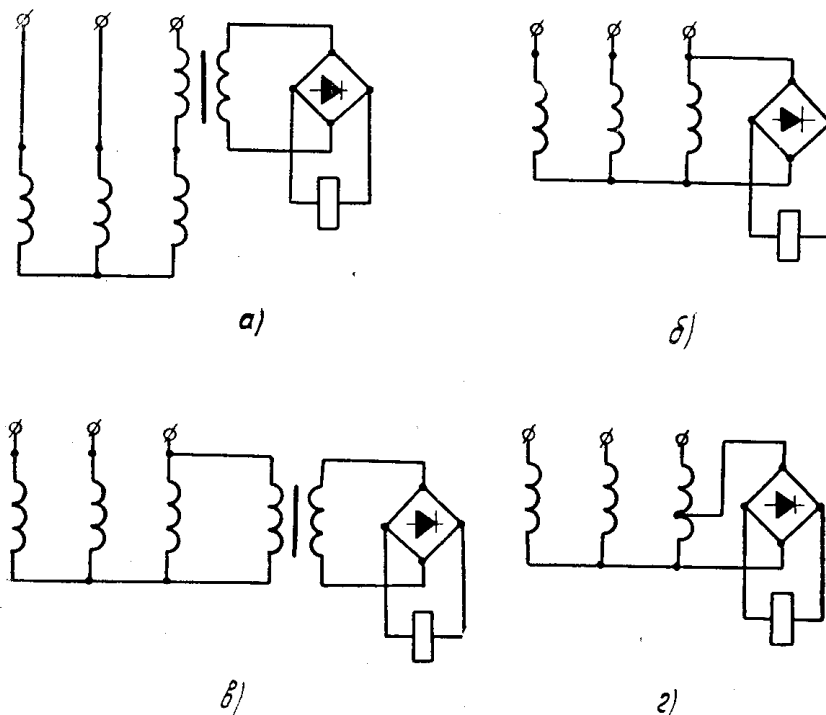


Рис. 1. Применяемые схемы включения тормозных двигателей

Применение таких схем управления обуславливает нарушение симметрии соединения статорных цепей асинхронного двигателя. Если мощность, потребляемая растормаживающим электромагнитом, значительно меньше мощности асинхронного двигателя, то можно пренебречь

влиянием электромагнита и рассматривать электромагнитные процессы в тормозном электродвигателе как в обычном асинхронном двигателе с симметричной обмоткой. Однако, если указанные мощности становятся соизмеримы, то такое пренебрежение может привести к значительным погрешностям.

Ниже рассматриваются некоторые случаи аналитического исследования влияния электрической несимметрии статорных цепей с целью качественной и количественной оценки этого влияния на электромагнитные процессы в асинхронном тормозном электродвигателе. При исследовании пренебрегаем высшими гармоническими пространственного распределения н.с. и магнитных полей, насыщением стали и принимаем другие общепринятые [2 и др.] допущения.

Если, кроме того, принять, что вентили выпрямителя идеальны, то для первого полупериода изменения напряжения сети после включения тормозного электродвигателя схемы, приведенные на рис. 2, будут эквивалентны соответствующим схемам на рис. 1. При частоте сети  $f=50$  гц время трогания растормаживающего электромагнита составляет несколько периодов сети, поэтому в первый полупериод сети якорь электромагнита неподвижен, а индуктивность электромагнита — величина постоянная.

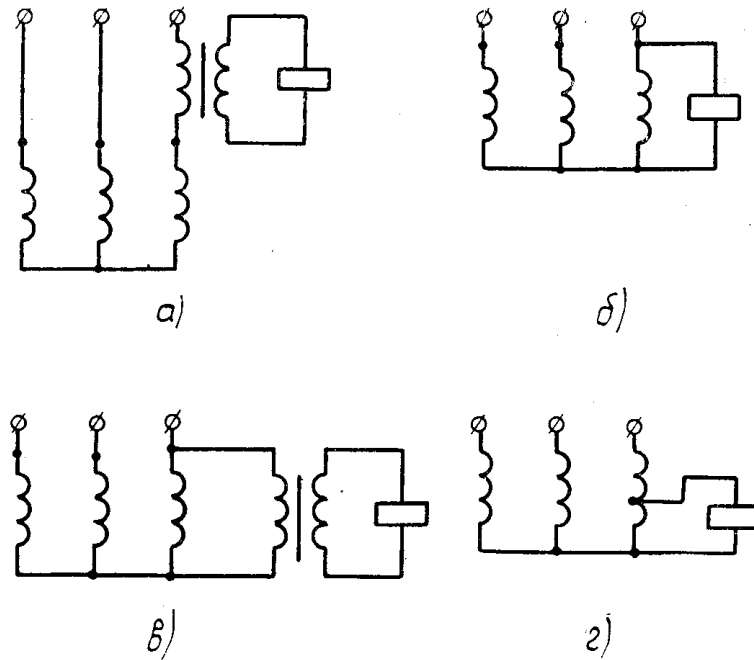


Рис. 2. Эквивалентные схемы, учитывающие несимметрию

Как известно, чтобы избавиться от периодических коэффициентов, уравнения равновесия напряжений асинхронного двигателя преобразуют к ортогональным осям. Если рассматривается симметричный асинхронный двигатель, то может быть принята любая система осей. В случае учета несимметрии статорных цепей преобразованные уравнения с постоянными коэффициентами можно получить только в осях  $\alpha$ ,  $\beta$ , неподвижных относительно статора.

Для симметричного асинхронного двигателя, к зажимам фазных обмоток которого подводится симметричная система линейных напряжений

$$\left. \begin{aligned} U_{ab} &= U \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0 + 120^\circ); \\ U_{bc} &= U \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0); \\ U_{ca} &= U \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0 - 120^\circ), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

известные уравнения равновесия напряжений в осях  $\alpha$ ,  $\beta$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} U \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \alpha_0) &= r_1 \cdot i_\alpha + \frac{d\psi_\alpha}{dt}; \\ U \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0) &= r_1 \cdot i_\beta + \frac{d\psi_\beta}{dt}; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= r_2 \cdot i_{2\alpha} + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \omega \cdot \psi_{2\beta}; \\ 0 &= r_2 \cdot i_{2\beta} + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \omega \cdot \psi_{2\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_\alpha &= (L_1 - M_1) \cdot i_\alpha + M_{12} \cdot i_{2\alpha}; \quad \psi_{2\alpha} = L_2 \cdot i_{2\alpha} + \frac{3}{2} \cdot M_{12} \cdot i_\alpha; \\ \psi_\beta &= (L_1 - M_1) \cdot i_\beta + M_{12} \cdot i_{2\beta}; \quad \psi_{2\beta} = L_2 \cdot i_{2\beta} + \frac{3}{2} \cdot M_{12} \cdot i_\beta; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} L_1 - M_1 &= \frac{x_s}{\omega_0}; \quad r_2 = \frac{r'_2}{m_U \cdot m_I}; \\ L_2 &= \frac{L'_2}{m_U \cdot m_I} = \frac{x_r}{\omega_0 \cdot m_U \cdot m_I}; \quad M_{12} = \frac{M'_{12}}{m_I} = \frac{x_m}{\omega_0 \cdot m_I}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В уравнениях (1)–(5) применены следующие обозначения:

$U$  — амплитуда фазного напряжения симметричного асинхронного двигателя;

$\omega_0$  — угловая частота сети;

$\omega$  — угловая скорость вращения ротора;

$\alpha_0$  — начальная фаза напряжения;

$r_1$  и  $r_2$  — активные сопротивления фазной обмотки статора и эквивалентной обмотки ротора;

$i_\alpha$ ,  $i_\beta$ ,  $i_{2\alpha}$  и  $i_{2\beta}$  — токи в эквивалентных обмотках статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;

$L_1$  и  $L_2$  — собственная индуктивность фазы статора и эквивалентной обмотки ротора;

$M_1$  и  $M_{12}$  — соответственно взаимная индуктивность между любыми двумя фазными обмотками симметричного асинхронного двигателя и максимальная величина взаимной индуктивности между любой фазной обмоткой статора и любой эквивалентной обмоткой ротора;

$x_s$  и  $x_r$  — синхронные индуктивные сопротивления статора и ротора асинхронного двигателя;

$x_m$  — индуктивное сопротивление взаимной индукции между статором и ротором;

$m_u$  и  $m_I$  — коэффициенты приведения напряжения и тока.

Величины со штрихами в (5) приведены к статорной обмотке.

В общем случае электромагнитный момент асинхронного двигателя выражается через токи в осях  $\alpha$ ,  $\beta$  в следующем виде:

$$M = \frac{3}{2} M_{12} \cdot p \cdot (i_{2\alpha} \cdot i_\beta - i_\alpha \cdot i_{2\beta}), \quad (6)$$

а потери статора  $P_{M1}$  и ротора  $P_{M2}$  записываются так:

$$\left. \begin{aligned} P_{M1} &= r_1 \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot (i_\alpha^2 + i_\beta^2) + 3 \cdot i_0^2 \right]; \\ P_{M2} &= r_2 \cdot (i_{2\alpha}^2 + i_{2\beta}^2), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $i_0 = \frac{i_a + i_b + i_c}{3}$  — нулевая составляющая тока статора;  
 $i_a, i_b, i_c$  — мгновенные значения фазных токов асинхронного двигателя.

При постоянной скорости вращения ротора  $\omega$  уравнения равновесия напряжений типа (2) — (4) решаются независимо от уравнения движения привода. Выражения для токов  $i_a, i_b, i_{2a}$  и  $i_{2b}$ , полученные из решения этих уравнений, подставляются в (6) и (7) для определения электромагнитного момента и потерь. В первое выражение (7) для потерь статора входит дополнительно член, обусловленный нулевой составляющей тока  $i_0$ . Последняя определяется из конкретных условий несимметрии соединения статорных цепей.

Для схемы, представленной на рис. 1, а, нулевая составляющая  $i_0$  равна нулю. Как и для симметричного асинхронного двигателя, здесь можно получить уравнения с постоянными коэффициентами. Однако в рассматриваемом случае уравнения равновесия напряжений статорных цепей в осях  $\alpha, \beta$  отличаются от аналогичных уравнений (2) и имеют вид

$$\left. \begin{aligned} U \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \alpha_0) &= \left( r_1 + \frac{2}{3} \cdot r_{T1} \right) \cdot i_a + \frac{d \left( \psi_a + \frac{2}{3} \cdot \psi_{T1} \right)}{dt}; \\ U \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0) &= r_1 \cdot i_\beta + \frac{d\psi_\beta}{dt}; \\ 0 &= (r_{T2} + R) \cdot i + \frac{d(\psi_{T2} + \psi)}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\text{где } \psi_{T1} = L_{T1} \cdot i_a + M \cdot i; \quad \psi_{T2} = L_{T2} \cdot i + M \cdot i_a; \quad \psi = L \cdot i; \quad (9)$$

$r_{T1}, r_{T2}, R$  — активные сопротивления соответственно первичной и вторичной обмоток трансформатора, катушки электромагнита;

$L_{T1}, L_{T2}$  и  $L$  — их собственные индуктивности;

$M$  — взаимоиндуктивность между обмотками трансформатора;

$i$  — ток на входе выпрямителя.

Уравнения (8) и (3) с учетом (4) и (9) составляют систему дифференциальных уравнений равновесия напряжений тормозного асинхронного двигателя, включаемого по схеме, приведенной на рис. 1, а. Эта система содержит 5 уравнений с пятью неизвестными токами, протекающими как в самом электродвигателе, так и в электромагните. То есть токи электродвигателя  $i_a, i_\beta, i_{2a}, i_{2b}$  и ток  $i$  электромагнита зависят друг от друга. Следовательно, электромагнитный момент и потери в статоре и в роторе асинхронного двигателя определяются не только параметрами самого электродвигателя, но и электромагнита. И наоборот, электромагнитные процессы в электромагните взаимосвязаны с электромагнитными процессами, протекающими в электродвигателе. Характеристическое уравнение системы (8), (4), (3), (9) имеет пятый порядок, поэтому получение точных аналитических выражений для переходных величин в этом случае принципиально невозможно [3 и др.]. Решение такой системы может быть получено численными методами, что проще всего реализуется при использовании вычислительных машин.

В схеме, представленной на рис. 1, б, нулевая составляющая тока  $i_0$  не равна нулю:

$$i_0 = \frac{i_a + i_b + i_c}{3} = \frac{i}{3}. \quad (10)$$

Токи  $i_a, i_b, i_{2a}$  и  $i_{2b}$  в данном случае определяются из известной системы уравнений (2) — (4) и подставляются в выражения для момента (6) и потерь (7). При этом момент тормозного электродвигателя, включаемого по схеме рис. 1, б, не отличается от момента асинхронного двигателя с симметричным соединением, так как нулевая составляющая тока  $i_0$  не влияет на результирующее магнитное поле электродвигателя и на развиваемый им момент. Однако эта составляющая увеличивает потери  $P_{M1}$  в обмотке статора.

Ток  $i$  в (10) определяется из дополнительного уравнения, учитывающего несимметрию схемы на рис. 1, б:

$$-U \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \alpha_0) = \left(R + \frac{r_1}{3}\right) \cdot i + \left(L + \frac{L_0}{3}\right) \cdot \frac{di}{dt}, \quad (11)$$

где  $L_0 = L_1 + 2 \cdot M_1 = \frac{x_0}{\omega_0} \approx \frac{x_1}{\omega_0}$  — так называемая [4 и др.] ин-

дуктивность нулевой составляющей;

$x_0$  и  $x_1$  — индуктивные сопротивления соответственно нулевой последовательности и рассеяния статора.

Уравнение (11) по форме представляет собой уравнение, описывающее включение активно-индуктивной нагрузки на источник синусоидального напряжения. Параметры указанной активно-индуктивной нагрузки определяются не только параметрами катушки электромагнита, но и параметрами электродвигателя.

Решение уравнения (11) имеет вид [5]

$$i = \frac{U}{z_H} \cdot \left[ \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_H) - \sin \alpha_H \cdot e^{-\frac{t}{T_H}} \right], \quad (12)$$

где  $z_H = \sqrt{r_H^2 + \omega_0^2 \cdot L_H^2}$ ;  $r_H = R + \frac{r_1}{3}$ ;  $L_H = L + \frac{L_0}{3}$ ;

$$T_H = \frac{L_H}{r_H}; \quad \alpha_H = \alpha_0 - 90^\circ - \varphi_H; \quad \varphi_H = \arctg \frac{\omega_0 \cdot L_H}{r_H}. \quad (13)$$

Исходя из (12) и (13), напряжение  $U_e$  на входе выпрямителя при включении по схеме на рис. 1 б, можно представить так:

$$U_B = U \cdot \frac{z}{z_H} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_B) + \frac{U}{z_H} \cdot \left( \frac{L}{L_H} \cdot r_H - R \right) \cdot \sin \alpha_H \cdot e^{-\frac{t}{T_H}}, \quad (14)$$

где

$$z = \sqrt{R^2 + \omega_0^2 \cdot L^2}; \quad \tg \alpha_B = \frac{R \cdot \sin \alpha_H - \omega_0 \cdot L \cdot \cos \alpha_H}{R \cdot \cos \alpha_H - \omega_0 \cdot L \cdot \sin \alpha_H}. \quad (15)$$

Выражение (14) показывает, что напряжение на входе выпрямителя, следовательно, и на фазной обмотке электродвигателя имеет кроме установившейся, апериодическую свободную составляющую. Величина установившейся составляющей  $U_e$  тем меньше величины напряжения фазной обмотки симметричного асинхронного двигателя, чем больше параметры электродвигателя  $r_1$  и  $L_0$ .

Включение тормозного электродвигателя по схеме рис. 1, в, так же как и по схеме рис. 1, б, не сопровождается искажением электромагнитного момента, создаваемого асинхронным двигателем. Однако для определения нулевой составляющей тока  $i_0$  надо пользоваться следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} U \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \alpha_0 - 90^\circ) &= \left(r_{T1} + \frac{r_1}{3}\right) \cdot i_{T1} + \\ &+ \left(L_{T1} + \frac{L_0}{3}\right) \cdot \frac{di_{T1}}{dt} + M \cdot \frac{di}{dt}; \\ 0 &= M \cdot \frac{di_{T1}}{dt} + (r_{T2} + R) \cdot i + (L_{T2} + L) \cdot \frac{di}{dt}. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения (16) соответствуют уравнениям, описывающим переходный процесс при включении на синусоидальное напряжение замкнутого короткого трансформатора. Параметры указанного трансформатора отличаются от параметров реального трансформатора тем, что в них учитывается влияние электромагнитных процессов в электродвигателе и в электромагните. Найденное с помощью уравнений (16) выражение для тока  $i_{T1}$  равно утроенному значению нулевой составляющей  $i_0$  в схеме на рис. 1, в.

Уравнения (8), (11) и (16), учитывающие несимметричные соединения статорных цепей асинхронного двигателя, были получены путем составления исходных уравнений равновесия напряжений в фазных осях с дальнейшим преобразованием к осям  $\alpha$ ,  $\beta$ . Проверка показала, что уравнения (11) и (16) более просто получить, если применить метод эквивалентного генератора [6, 7]. Последний метод применим и для определения тока  $i$  при включении по схеме рис. 1, г.

Выше рассматривались электромагнитные процессы для первого полупериода изменения напряжения сети после включения электродвигателя. Однако полученные при этом выражения можно использовать и для рассмотрения установившегося режима работы ( $t = \infty$ ) электродвигателя. Для этого в дифференциальных уравнениях достаточно заменить оператор дифференцирования  $d/dt$  по времени на  $j \cdot \omega_0$ , а вместо реальных значений параметров  $R$  и  $L$  электромагнита подставлять эквивалентные параметры [8, 9] схемы выпрямления.

Для схем на рис. 1 эквивалентные параметры схемы выпрямления в режиме синусоидального напряжения определяются так:

$$\begin{aligned} R_3 &= R; \quad z_3 = \frac{z}{B_1 \cdot \sqrt{2}}; \quad L_3 = \frac{z_3 \cdot \sin \varphi_3}{\omega_0}, \quad \cos \varphi_3 = \frac{R_3}{z_3}; \\ \sin \varphi &= \frac{\omega_0 \cdot L}{z}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\omega_0 \cdot L}{R}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$B_1 = \sqrt{0,5 + \frac{2}{\pi} \cdot \sin^2 \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{\operatorname{tg} \varphi}}}{1 - e^{-\frac{\pi}{\operatorname{tg} \varphi}}}}.$$

В установившемся режиме якорь электромагнита притянут к его сердечнику, тогда как в первый полупериод изменения напряжения сети после включения тормозного электродвигателя между якорем и сердечником имеется начальный воздушный зазор. Поэтому при расчете конкретного режима необходимо выбирать соответствующую величину индуктивности электромагнита.

Таким образом, по сравнению с обычным асинхронным двигателем, влияние электромагнита во всех случаях приводит к изменению токов

и потерь в двигателе. При включении по схеме рис. 1, а меняется также и момент двигателя. Напряжение на входе выпрямителя (следовательно, тяговое усилие электромагнита) определяется как параметрами схемы выпрямления, так и параметрами электродвигателя. С помощью приведенных выражений можно количественно оценить изменение величины, обусловленное несимметричным соединением статорных цепей тормозного электродвигателя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Гринберг, Е. В. Кононенко, Э. М. Гусельников. Исследование тормозных электродвигателей. Отчет по научно-исследовательской работе ТПИ, Гос. рег. № 72045000, г. Томск, 1973.
2. И. И. Трещев. Методы исследования электромагнитных процессов в машинах переменного тока. «Энергия», 1969.
3. П. Г. Курош. Курс высшей алгебры. М., «Наука», 1968.
4. А. И. Важенков. Основы теории переходных процессов синхронной машины. М.-Л., ГЭИ, 1960.
5. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. М., «Высшая школа», 1967.
6. Л. Р. Нейман, К. С. Демирчян. Теоретические основы электротехники. Т. 1, «Энергия», 1966.
7. М. Н. Голоднов. Опытное определение параметров эквивалентного генератора в линейных цепях переменного тока. «Электричество», 1958, № 4.
8. А. Г. Здрок, А. А. Салютин. О расчете цепей с однофазными выпрямителями и активно-индуктивной нагрузкой. Известия вузов, «Электромеханика», 1966, № 12.
9. А. Г. Здрок, А. А. Салютин. Системы самовозбуждения синхронных генераторов с магнитными усилителями. «Энергия», 1968.