

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕГУЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

А. Ф. ФЕДОРОВ, А. Г. КОКИН, Б. С. КОСТИН

(Представлена научным семинаром ВЛТПИ)

Теплообменники (ТО) являются типичными объектами регулирования с распределенными параметрами и получили широкое распространение в химической промышленности как самостоятельные аппараты и как составные части химических реакторов. Поэтому исследование влияния распределенности параметров на процессе регулирования температуры нагреваемой среды на выходе из ТО является важной задачей, способствующей правильному пониманию процессов в системах автоматического регулирования (САР). Как правило, исследование процессов регулирования ТО осуществляется с помощью дробно-рациональных функций, полученных в результате аппроксимации трансцендентных передаточных функций. Это может скрыть особенности распределенной модели ОТ и привести к неверному результату [1].

В данной работе дается попытка дать качественную оценку влияния распределенности параметров на процесс регулирования температуры нагреваемой среды на выходе из ТО при возмущении со стороны регулирующего воздействия — внешнего обогрева. Исследуются математические модели ТО 1-го порядка с ПИ-регулятором, наиболее часто применяемым в практике регулирования ТО. При обычных допущениях [2] исходные уравнения будут иметь вид:

а) для ТО с постоянной по x температурой греющего теплоносителя

$$T_{12}v \frac{\partial \Delta t_1}{\partial x} + T_{12} \frac{\partial \Delta t_1}{\partial \tau} + \Delta t_1 = \Delta t_2 - x_p; \quad (1)$$

б) для ТО с постоянным по x тепловым потоком

$$T_{12}v \frac{\partial \Delta t_1}{\partial x} + T_{12} \frac{\partial \Delta t_1}{\partial \tau} = \kappa_1 (\Delta q - x_p); \quad (2)$$

в) для ПИ-регулятора

$$x_p = \kappa_p \left(\Delta t_1 + \frac{1}{T_u} \int \Delta t_1 d\tau \right). \quad (3)$$

Совместное решение уравнений (1) — (3) и (2) — (3) в области изображения по Лапласу (передаточная функция замкнутой системы) имеет следующий вид:

$$W_{3c}(p) = W_{cc}(p) \left\{ 1 - \exp(-a\tau_0) \exp(-\tau_0 p) \exp\left(-\frac{b}{p}\right) \right\}, \quad (4)$$

где $W_{cc}(p)$ — передаточная функция замкнутой системы с сосредоточенной моделью ТО, которую можно получить из (1) или (2), если отбросить слагаемое, содержащее производную по пространственной координате.

Для случая *a*

$$a = \frac{1 + \kappa_p}{T_{12}}; \quad b = \frac{\kappa_p \tau_0}{T_u T_{12}}. \quad (5)$$

Для случая *b*

$$a = \frac{\kappa_1 \kappa_p}{T_{12}}; \quad b = \frac{\kappa_1 \kappa_p \tau_0}{T_{12} T_u}. \quad (6)$$

Применяя обратное преобразование Лапласа к (4) и используя представление функции Бесселя $I_1\left(2\sqrt{\frac{z}{b}}\right)$ в виде ряда, получим общее выражение для процесса регулирования в случае *a* и *b*.

$$\begin{aligned} \Delta t_1 = F(\tau) \dots \dots \dots 0 < \tau \leq \tau_0 \\ \Delta t_1 = F(\tau) - \exp(-a\tau_0) \left\{ F(\tau - \tau_0) - \int_0^{\tau - \tau_0} F(\tau - \tau_0 - z) \sum_{\kappa=0}^{\infty} (-1)^\kappa \times \right. \\ \left. \times \frac{b^{-(1+\kappa)} z^\kappa}{\kappa! (\kappa + 1)!} dz \right\} \dots \dots \tau_0 \leq \tau \leq \infty, \quad (7) \end{aligned}$$

где $F(\tau)$ — реакция САР с сосредоточенной моделью ТО на возмущение со стороны обогрева.

Выражение (7) пригодно для расчета на ЭЦВМ.

Из (7) видно, что основу процесса регулирования распределенной математической модели ТО составляет процесс регулирования сосредоточенной модели ТО, из которого после момента времени $\tau = \tau_0$ вычитается определенная доля этого процесса, сдвинутого по времени на величину τ_0 или на $\tau_0 + z$. Из сказанного можно сделать вывод, что процесс регулирования распределенной математической модели ТО зависит от свойства сосредоточенной модели и времени нахождения нагреваемой среды в аппарате.

Величину распределенности условимся определять коэффициентом распределенности $\delta = \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)$, изменяющимся от 0 до 1. При $\delta \rightarrow 0$ распределенная математическая модель ТО стремится к сосредоточенной модели.

САР распределенной математической модели была набрана на моделирующей машине ЭМУ-10 [3].

Используя методику В. Я. Ротача [4], определялись параметры настройки регулятора на сосредоточенную модель ТО так, чтобы степень затухания $\psi = 0,9$. При этих параметрах были получены процессы регулирования для различных δ . На рис. 1 приведены процессы регулирования для случая *a*, на рис. 2 — для случая *b*. Несмотря на общую форму математического выражения (7), случаи *a* и *b* имеют свои особенности и будут рассматриваться отдельно. Из рис. 1 видно, что при

увеличении δ колебательность процесса регулирования увеличивается. В том случае, когда $\tau_0 = \tau_n$ — времени первого полупериода, система переходит в автоколебательный режим. При $\tau_0 < \tau_n$ колебательность резко уменьшается.

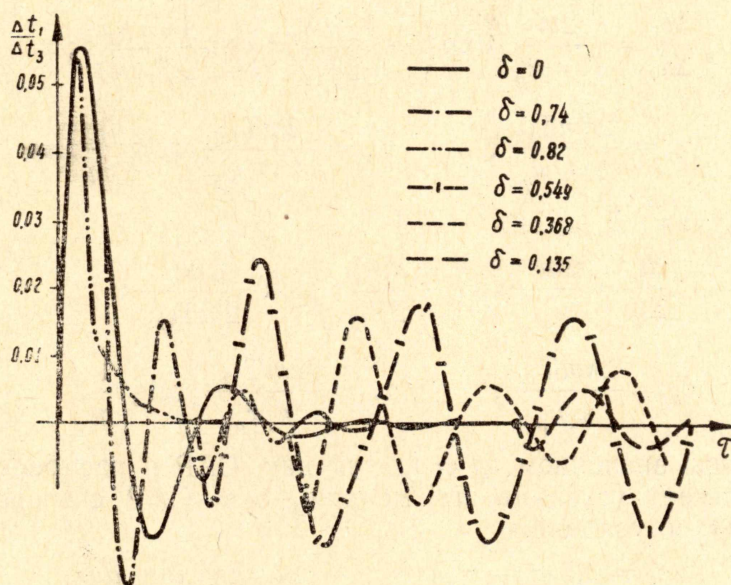


Рис. 1. Кривые процессов регулирования (случай а)

В случае б при $\tau_0 > \tau_n$ система всегда является неустойчивой (кроме $\delta = 0$). Когда $\tau_0 = \tau_n$, то система переходит в автоколебательный режим, а при $\tau_0 < \tau_n$ — система устойчива.

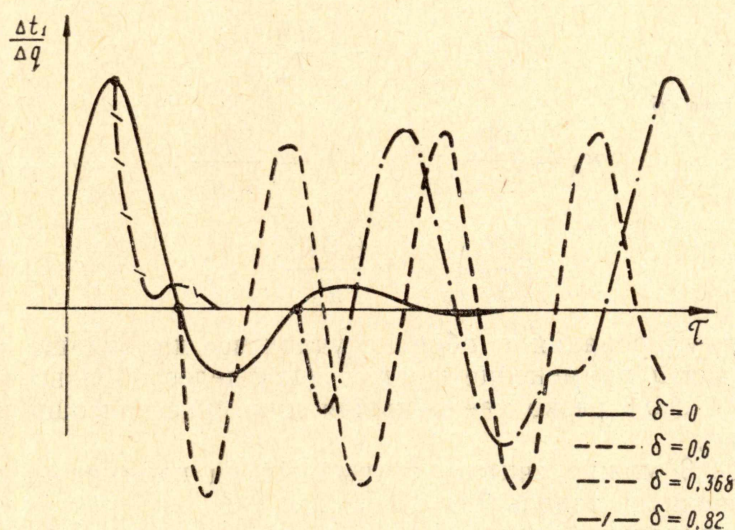


Рис. 2. Кривые процессов регулирования (случай б)

Из изложенного выше следует, что параметры настройки регулятора САР с распределенной математической моделью необходимо выбрать так, чтобы всегда соблюдалось условие $\tau_0 < \tau_m$. Это позволяет исключить нежелательное влияние явления резонанса.

При $\tau_0 = \tau_m$ — времени максимума — степень затухания $\psi = 1$.

Следовательно, для получения процесса с $\psi = 0,9$ время нахождения должно находиться в промежутке $\tau_m < \tau_0 < \tau_n$.

Значения τ_m и τ_n легко получить из решения САР с сосредоточенной моделью ТО [4].

Для случая а

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_3} = \frac{2m}{1 + \kappa_p} \cdot \exp\left(-\frac{1 + \kappa_p}{2T_{12}} \tau\right) \sin \frac{1 + \kappa_p}{2T_{12}m} \tau; \quad (8)$$

$$\tau_n = \frac{2\pi m T_{12}}{1 + \kappa_p}; \quad \tau_m = \frac{2m T_{12}}{1 + \kappa_p} \operatorname{arctg} \frac{1}{m}. \quad (9)$$

Для случая б

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta q} = \frac{2m}{\kappa_p} \exp\left(-\frac{\kappa_1 \kappa_p}{2T_{12}} \tau\right) \sin \frac{\kappa_1 \kappa_p}{2m T_{12}} \tau; \quad (10)$$

$$\tau_n = \frac{2\pi m T_{12}}{\kappa_1 \kappa_p}, \quad \tau_m = \frac{2m T_{12}}{\kappa_1 \kappa_p} \operatorname{arctg} \frac{1}{m}. \quad (11)$$

Задаваясь значением $m = 1$, так как САР с распределенной моделью ТО имеет устойчивость меньше, чем САР с сосредоточенной моделью ТО, и условием

$$\tau_0 = 0,5(\tau_n - \tau_m) + \tau_m \text{ — для случая а,}$$

$$\tau_0 = 0,25(\tau_n - \tau_m) + \tau_m \text{ — для случая б,}$$

получим выражение для расчета параметров настройки:

для случая а

$$\kappa_p = \frac{4T_{12}}{\tau_0} - 1; \quad T_u = \frac{2\kappa_p T_{12}}{(1 + \kappa_p)^2}; \quad (12)$$

$$\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_3}\right)_{\max} = \frac{0,646}{1 + \kappa_p}.$$

для случая б

$$\kappa_p = \frac{4T_{12}}{\kappa_1 \tau_0}; \quad T_u = \frac{2T_{12}}{\kappa_1 \kappa_p}; \quad (13)$$

$$\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta q}\right)_{\max} = \frac{0,646}{\kappa_p}.$$

Время регулирования в обоих случаях всегда больше τ_0 .

Для случая а применение формул (12) целесообразно при $\delta > 0,3$, так как при $\delta < 0,3$ резко увеличится динамическая ошибка и время регулирования.

При $\delta < 0,3$ можно считать оптимальными параметры, выбранные на сосредоточенную модель ТО с $m = 1$.

Все рассуждения по качественной оценке влияния распределенности справедливы и для объектов 2-го порядка.

Результаты данной работы могут быть применены для оценки возможности применения ПИ-регуляторов одноконтурной САР в процессе проектирования ТО и для действующих аппаратов.

Обозначения: t — температура; v — скорость нагреваемой среды; T — постоянная времени; τ_0 — время нахождения нагреваемой среды в аппарате; m — степень колебательности процесса регулирования; x — пространственная координата.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. C. Cohen, E. F. Johnson. Distributed parameters process dynamics, Chem. Engng. Progr. Simpos. Ser., vol. 57, № 36, 1961.
 2. П. А. Андриянов, И. М. Масленников. Влияние распределенности параметров на динамические свойства теплообменников. Хим. пром-сть, № 12, 1963.
 3. П. А. Андриянов, И. М. Масленников. Способ математического моделирования многоемкостных распределенных моделей теплообменников на аналоговых вычислительных машинах, «Тепло-и массоперенос», т. 6, Минск, 1966.
 4. В. Я. Ротач. Расчет настройки промышленных систем регулирования. Госэнергоиздат, 1961.
-