

**ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ РАДИАЦИОННОГО
КОНТРОЛЯ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ С НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРОЙ**

В. А. ВОРОБЬЕВ, Г. Н. ПАРВАТОВ, В. И. СЕСЬ

(Представлена научным семинаром сектора дефектоскопии строительных
материалов НИИ ЭИ)

Основным видом контроля, позволяющим получить наиболее полную и объективную информацию при нахождении текстурно-структурных параметров композиционных материалов, является радиография [1]. Однако эффективность метода сильно зависит от качества самой пленки и методики ее обработки. Поэтому предложенный в работе [2] метод оценки неоднородности конструкций с помощью радиографического коэффициента, представляющего собой изменение относительной плотности почернения гамма-изображений на радиографическом снимке, не может быть эффективен для изучения распределения плотности по объему конструкций.

В данной работе для исследования распределения плотности по длине образца предлагается метод цифрового моделирования [3].

Структура бетона как многокомпонентного тела может быть представлена моделью ограниченного пространства, заполненного выпуклыми телами с равномерным распределением по объему. В большинстве случаев с достаточной степенью приближения выпуклые тела можно заменить сферами с распределенными эффективными радиусами [4], причем число различных радиусов можно ограничивать тремя, четырьмя и т. д. в зависимости от конкретных условий задачи. Для инженерных расчетов параметров гранулометрического состава обычно ограничиваются тремя размерами [5]. Таким образом, равномерное распределение размеров, составляющих компонент, можно заменить дискретным, а их распределение в объеме — частотами. Тогда математически модель можно сформулировать в общем случае, задав размеры шаров — r_i их частоты f_i и условия упаковки:

$$a \leq q_{ji} \leq b; \tag{1}$$

$$\sum_i (q_{ji}^0 - q_{ji})^2 \geq l_{ik}. \tag{2}$$

Здесь $i=1, 2 \dots k \dots$ — номер пакуемого размера; q_j — координаты центра пакуемого шара в S -мерном пространстве; $j=1, 2, 3 \dots s$; индекс «0» относится к упакованному шару, а «I» — к пакуемому; l_{ik} — расстояние между центрами пакуемых шаров.

Условия (1) и (2) определяют граничные условия упаковки, то есть размеры граней и наименьшее возможное расстояние между гранулами соответственно.

Описанная выше математическая модель была реализована на ЦВМ М-20 для упаковки единичного куба шарами трех размеров, заданных в виде отношения 1 : 2, 17 : 3,85 с частотами f_1, f_2, f_3 . Алгоритм реализации следующий.

Координаты центров пакуемых шаров радиуса r_i представлялись тройками чисел (x, y, z) с равномерным распределением в интервале [01]. Равномерность распределения обеспечивалась специальными датчиками псевдослучайных чисел [6], причем для меньшей их корреляции для каждой координаты свой датчик.

Случайным образом из интервала [01] выбираются числа таким образом, чтобы выполнялись условия (1) и (2), причем $a=0,5, b=0,95$. Соотношение частостей $f_1 : f_2 : f_3$ варьируется отдельным датчиком выбора размера, к которому необходимо обращаться после каждого упакованного шара.

Признаком конца упаковки является число неудачных попыток подряд упаковать очередной шар — « n ». Как только $n = 1000$, упаковка считается оконченной и происходит выдача результатов.

Для удобства математическое описание упаковки и алгоритм его реализации на ЦВМ будем называть цифровой моделью. В результате статистического эксперимента цифровой модели на ЦВМ М-20 получены средние значения плотностей в зависимости от частостей при фиксированных значениях r_i . Результаты представлены в табл. 1.

С помощью цифровой модели рассмотрим характеристики плотности бруска цементобетона как случайные функции его сечений. В качестве характеристики плотности бетона используем однородность заполнения, представляющую собой дифференциальную плотность сечения [4]. Тогда по заранее нанесенной сетке точек (рис. 1) не составит труда сосчитать значения однородности « v » в каждом сечении по формуле:

$$v = \frac{1}{H} \sum_i l_i,$$

где H — толщина бруска;

l_i — длина хорды по лучу,

$i = 1 \dots n$ — количество шаров, которые пересекают луч.

Пусть $v_i(L_k)$ — значение однородности по i -й горизонтали в k -м сечении, тогда математическое ожидание от v_i и дисперсия будут равны соответственно:

$$\bar{v}_x(L_k) = \frac{1}{n} \sum_i v_i(L_k);$$

$$\bar{D}_x(L_k) = \frac{n}{n-1} \left[\frac{\sum_i [v_i(L_k)]^2}{n} - [\bar{v}_x(L_k)]^2 \right].$$

Таким образом, найденные значения $v_i(L_k)$ случайной функции по схеме рис. 1 со средним значением \bar{v}_x и дисперсией \bar{D}_x образуют случайное поле, внутренняя структура которого описывается корреляционной функцией [8]:

$$\bar{K}_x(L_k L_j) = \frac{n}{n-1} \left[\frac{\sum_i v_i(L_k) v_i(L_j)}{n} - \bar{v}_x(L_k) \bar{v}_x(L_j) \right],$$

переходя к нормированной корреляционной функции, получим:

$$\bar{v}_x(L_k L_j) = \frac{\bar{K}_x(L_k L_j)}{\sigma_x(L_k) \sigma_x(L_j)}, \quad (5)$$

где σ_x — среднее квадратическое отклонение в k -сечении.

Проведенные вычисления по формуле (5) показали, что исследуемая случайная функция $v(L)$ не является стационарной, так как значения нормированной корреляционной функции не постоянны. Устраняя эти значения и переходя к стационарной функции, получаем значения нормированной корреляционной функции $v_x(h)$, где h — произвольный интервал сечений. График этой функции представлен на рис. 2. Изменение функции $v_x(h)$ можно аппроксимировать выражением (6), где коэффициенты A , a , B и b определяются в каждом частном случае методом наименьших квадратов. Пунктиром на рис. 2 показана сглаженная кривая по (6) с коэффициентами $A=0,65$, $a=0,35$, $B=0,2$, $b=0,46$ для цифровой модели.

Таким образом, поскольку « v » является дифференциальным коэффициентом плотности упаковки крупного заполнителя, можно записать математическую модель распределения плотности цементобетона в виде:

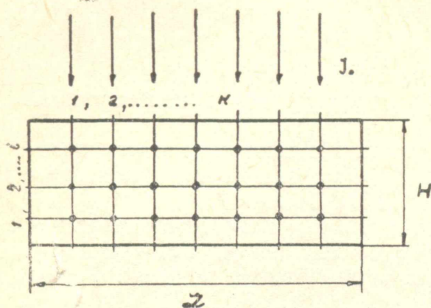


Рис. 1. Схема расположения точек вычисления; I_0 — падающий поток излучения; $k=1, 2, \dots$ точки по горизонтали; $i=1, 2, \dots$ сечение по лучу

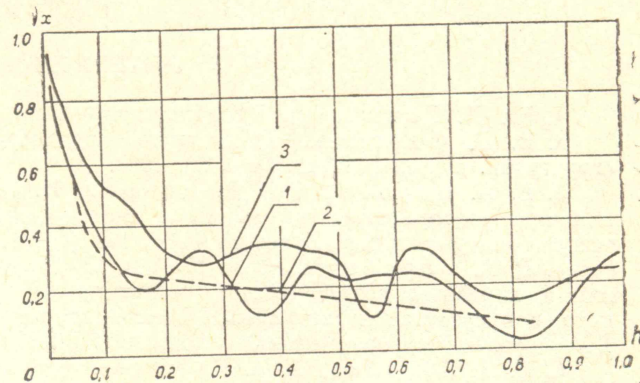


Рис. 2. График нормированной корреляционной функции. 1. Цифровая модель; 2. Аппроксимация по 6; 3. Образец цементобетона

$$\bar{v}_x(h) = A_{\text{exp}}(-a^2 h^2) + B_{\text{exp}}(-b^2 h^2); \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho}_x(L) &= \rho_0; \\ \bar{v}_x(h) &= A_{\text{exp}}(-a^2 h^2) + B_{\text{exp}}(-b^2 h^2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В качестве эксперимента нами было проведено физическое моделирование упаковок в куб ($10 \text{ см} \times 10 \text{ см} \times 10 \text{ см}$) на шарах и гравии, с тем же соотношением размеров и частостей, что и в цифровых моделях. Результаты сведены в табл. 1. Упаковки с гравием и шарами получены при одних условиях. Однако значения плотностей гравийных упаковок несколько выше, чем в упаковках с шарами. Тем не менее из табл. 1 можно видеть закономерное изменение значений плотностей в зависимости от частостей во всех моделях — увеличение плотностей с увеличением частости первого размера. Это подтверждает возможность использования цифровых моделей для исследования структур типа бетон.

Из гравийных упаковок затем были получены цементобетонные образцы с последующим радиографированием X-лучами ($E=210 \text{ кэВ}$) и расшифровкой гамма-изображений на микрофотометре МФ-4. Результаты расшифровки изображений рассчитаны по формуле (5). Для иллюстрации на рис. 2 приведена функция распределения $v(h)$ для образца цементобетона с плотностью заполнения крупным заполнителем 0,68. Из сравнения кривых цифровой модели и образцов цементобетона можно сделать вывод, что в реальных бетонах распределение крупного заполнителя в образце подчиняется аппроксимации (6), полученной на цифровой модели. Таким образом, использование метода цифрового моделирова-

ния позволяет привлечь теорию случайных функций для исследования неоднородных структур и дать математическую модель распределения плотности крупного заполнителя в цементобетоне.

Таблица 1

Соотношение размеров 1; 2,17:3,85					
f_1	f_2	f_3	ρ Ц. М.	ρ шары	ρ гравий
28	1	1	0,67	0,70	0,71
14	1	1	0,65	0,69	0,68
9	8	1	0,64	0,67	0,71
8	19	1	0,63	0,66	0,67
6	6	1	0,61	0,66	0,67

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Д. Гавкалов. Кандидатская диссертация, ТПИ, Томск, 1968.
2. В. Г. Фирстов. Особенности радиографии конструкций с анизотропной структурой. Дефектоскопия № 6, 83, 1969.
3. В. А. Воробьев, В. К. Кивран, И. Э. Наац. Исследование распределения потоков тормозного излучения за неоднородными барьерами методами математического моделирования. Известия ТПИ, 193 (1969). Изд. ТГУ, Томск.
4. В. А. Воробьев, И. Э. Наац. О соотношении между плотностью заполнения и линейным коэффициентом однородности структур типа бетон. Радиационные методы и средства неразрушающего контроля качества материалов и изделий. Труды I Межвуз. научно-технич. конференции. ОНТИПРИБОР, М., 1969.
5. А. А. Гвоздев, С. М. Крылов. Особенности деформаций бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций. «Госстрой СССР», М., 1969.
6. В. Ф. Ляшенко. Программирование для цифровых вычислительных машин. Изд-во «Советское радио», М., 1967.
7. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. Судпромгиз, Л., 1961.