

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ МИНСК-1

Г. Л. КАЛИНИЧЕНКО, Л. В. БАКЛАНОВА, С. С. СУЛАКШИН

(Представлена кафедрой инженерной и вычислительной математики)

Все расчеты, связанные с определением коэффициента корреляции и корреляционного отношения, могут быть запрограммированы и выполнены на ЭЦВМ Минск-1.

Составление программы для каждой отдельно взятой задачи и подготовка к непосредственному вычислению на машине на первых порах требует значительного времени. В связи с этим программирование для установления вида и степени зависимости между двумя случайными величинами целесообразно проводить так, чтобы составленная программа могла быть использована для любых вычислений такого типа без изменений, за исключением исходных данных.

Таким образом, в данном случае это должна быть программа с наибольшим числом исходных данных, представляющих собой элементы матрицы типа

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & \dots & a_{mn} \end{matrix}$$

где m — количество строк,
 n — количество столбцов.

При составлении программы с наибольшим числом исходных данных (не используя внешнюю память) можно взять матрицу типа $m \times n = 25 \times 20$. Если исходные данные составят матрицу типа $q \times l$, где $q \times l \leq 500$, то программа будет та же, только в ней изменятся вспомогательные числа, подобранные для сравнения.

Исходные данные (элементы матрицы) размещаются следующим образом (табл. 1). Элемент матрицы, расположенный в k -й строке и j -м столбце корреляционной табл. 1, помещается в ячейку α

$$\alpha + (k-1)n + j,$$

где n — число столбцов в матрице,
 α — некоторая константа, определяющая начальный адрес массива.

Таким образом может быть получена матрица, элементами которой будут являться номера ячеек с расположенными в них исходными данными. Матрица с наибольшим числом исходных данных $m \times n = 25 \times 20$ будет иметь следующий вид (табл. 1). Здесь $p, p+1, \dots, p+763$ — номера ячеек, взятые в восьмеричной системе счисления.

Таблица 1

l	$l+1$	$l+2$...	$l+23$	$\frac{y}{x}$
p	$p+1$	$p+2$...	$p+23$	q
$p+24$	$p+25$	$p+26$...	$p+47$	$q+1$
$p+50$	$p+51$	$p+52$...	$p+73$	$q+2$
...
...
$p+740$	$p+741$	$p+742$...	$p+763$	$q+30$

Возможные значения случайных величин x_q, y_p являются компонентами (координатами) вектора столбца Y и вектора строки X корреляционной таблицы [1]. Поэтому возможные значения их размещены в ячейки, имеющие последовательные номера:

для вектора-столбца Y : $l, l+1, l+2, \dots, l+23$
 » строки X : $q, q+1, q+1, \dots, q+30$.

При использовании данной программы (табл. 1) для вычисления связи между другими случайными величинами будет меняться только содержимое всех вышеперечисленных ячеек.

Для составления полной корреляционной таблицы [1] заполняется $j+1$ =столбец и $k+1$ =строка. Другими словами, требуется получить вектор-столбец и вектор-строку.

Вектор-столбец Y_{k+1} при $m \times n = 25 \times 20$ есть сумма векторов-столбцов $\sum_{k=1}^{k=20} Y_k$, а вектор-строка $X = \sum_{q=1}^{q=25} x_q$ где вектор-

столбец Y_k — это любой j =столбец корреляционной таблицы, содержащей частоты $n_{zq} y_k$, соответствующие определенному признаку Y_k , по различным значениям признака x_q . Вычисление Y_{k+1} столбца осуществляется с помощью программы, содержащей следующие команды (первый участок программы, табл. 2).

k	05	0000	r ,
$k+1$	00	p	r ,
$k+2$	00	0011	$k+1$,
$k+3$	51	m	$k+1$,
$k+4$	54	$k+5$	$k+1$,

$k+5$	00	0012	k
$k+6$	00	0012	$k+1$,
$k+7$	00	$m+1$	$k+1$,
$k+10$	51	$m+2$	k
$k+11$	54	$k+12$	k

где ячейки m , $m+1$, $m+2$ содержат вспомогательные числа, необходимые для организации цикла, в ячейках r , $r+1$, $r+2$, ..., $r+30$ получаются компоненты вектор-столбца. Более подробно работа этой программы характеризуется следующим образом.

Команда k очищает ячейку r , т. е. в ячейку r засылает 0. Следующие четыре команды образуют циклическую программу, которая получает одну из компонент вектор-столбца следующим образом.

Команда $k+1$ складывает содержимое ячейки p с содержимым ячейки r и результат засылает в ячейку r , которая таким образом выбрана для того, чтобы в ней накапливалась сумма компонент.

Команда $k+2$ осуществляет переадресацию команды $k+1$, т. е. увеличивает первый адрес команды на 1, константа переадресации находится в ячейке 0011 и имеет вид +00 0001 0000.

Команда $k+3$ формирует условие, в зависимости от которого команда $k+4$ передает управление команде $k+1$ на продолжение цикла или на $k+5$.

Чтобы воспользоваться этим же циклом для получения второй и последующих компонент, необходимо сделать переадресацию команд k и $k+1$, т. е. увеличить вторые их адреса на 1 и в константе m увеличить первый адрес на 24 единицы. Это осуществляется при помощи трех команд: $k+5$, $k+6$, $k+7$.

Команда $k+10$ проверяет условие, в зависимости от которого передает управление команде k на начало внешнего цикла или $k+12$ на продолжение вычисления.

Таким образом, этот участок программы осуществляет сложение строчек (находит частоты) и помещает их в последовательные ячейки r , $r+1$, $r+2$, ..., $r+30$...

Второй участок программы с $k+12$ команды по $k+25$ заполняет $k+4$ столбец корреляционной таблицы и засылает их в ячейки. Этот участок программы составлен аналогично первому, но с той лишь разницей, что добавляется одна команда $k+13$, которая получает произведение $n_{xy} \cdot y_k$.

Третий участок программы находит частоты и помещает их в ячейки a , $a+1$, $a+2$, ..., $a+23$. Этот участок программы составлен аналогично первому участку, только в данном случае переадресация переменной команды $k+27$ осуществляет увеличение первого адреса не на 1, а на 24.

Четвертый участок программы с $k+41$ команды по $k+56$ получает строку $q+4$ корреляционной таблицы и помещает ее в ячейки b , $b+1$, $b+2$, ..., $b+23$.

Пятый участок программы находит $N = \sum n_{xy}$ и засылает найденное число в ячейку a .

Шестой и седьмой участки программы дают итоги $j+4$ столбца и $i+4$ строки и засылают их соответственно в ячейки $\alpha+1$ и $\alpha+2$.

Восьмой участок программы получает итог $i+3$ строки корреляционной таблицы. Это вычисление осуществляется командами с $k+76$ по $k+105$, где $k+76$ очищает ячейку $\alpha+3$, в которой будет накапливаться итог $i+3$ -строки. $k+77$ получает y^2 , $k+100 - y^2_{ny}$ (итог $i+3$ -строки), $k+101$ складывает результат предыдущей операции с содержимым ячейки $\alpha+3$ и сумму помещает в $\alpha+3$. $k+102$ и $k+103$ — команды

переадресации, $\kappa+104$ формирует условие, в зависимости от которого $\kappa+105$ передает управление на $\kappa+77$ или на $\kappa+106$.

Девятый участок программы получает итог $i+7$ -строки и засылает его в $\alpha+4$ -ячейку.

Десятый участок программы заполняет $i+8$ -строку корреляционной таблицы и печатает ее, т. е. дает координаты эмпирической линии регрессии x на y .

Одиннадцатый участок программы получает итог $j+3$ -столбца и посылает в ячейку $\alpha+5$. Двенадцатый участок программы дает итог $j+5$ -столбца таблицы и засылает в ячейку $\alpha+6$.

Тринадцатый участок получает итог $j+7$ -столбца. Четырнадцатый участок программы заполняет $j+8$ -столбец и печатает его, т. е. дает координаты эмпирической линии регрессии y на x .

Участки программы с 15 по 21 соответственно находят

$$x, y, \sigma_x, \sigma_y, r, \eta_{y/x}, \eta_{x/y}$$

При вычислении σ_y команды $\kappa+163$, $\kappa+164$ и при вычислении σ команды $\kappa+172$, $\kappa+173$ являются командами обращения к стандартной программе вычисления квадратного корня.

Программа составлена с расчетом вычисления с матрицей, имеющей размеры $20 \cdot 25$ для машины с фиксированной запятой, для которой все числа должны быть по модулю меньше 1. Поэтому для всех исходных данных x_k, y_k, n_{xy} необходимо выбрать масштаб.

Таблица 2

Программа для подсчета корреляционных характеристик с помощью ЭЦВМ Минск-1 в условных адресах

№ ячейки	Код	Адреса		Участки программы
		A ₁	A ₂	
1	2	3	4	5
κ	05	0000	r	
$\kappa+1$	00	p	r	
$\kappa+2$	00	0011	$\kappa+1$	
$\kappa+3$	51	m	$\kappa+1$	
$\kappa+4$	54	$\kappa+5$	$\kappa+1$	
$\kappa+5$	00	0012	κ	
$\kappa+6$	00	0012	$\kappa+1$	
$\kappa+7$	00	$m+1$	m	
$\kappa+10$	51	$m+2$	κ	
$\kappa+11$	54	$\kappa+12$		
$\kappa+12$	05	0000	n	
$\kappa+13$	13	p	l	
$\kappa+14$	20	n	n	
$\kappa+15$	00	0013	$\kappa+13$	
$\kappa+16$	51	$m+3$	$\kappa+13$	
$\kappa+17$	54	$\kappa+20$	$\kappa+13$	
$\kappa+20$	01	$m+4$	$\kappa+13$	
$\kappa+21$	00	0012	$\kappa+12$	
$\kappa+22$	00	0013	$\kappa+14$	
$\kappa+33$	00	$m+1$	$m+3$	
$\kappa+24$	51	$m+5$	$\kappa+12$	
$\kappa+25$	54	$\kappa+26$	$\kappa+12$	

Продолжение табл. 2

1	2	3	4	5
$\kappa+26$	05	0000	a	3
$\kappa+27$	00	p	a	
$\kappa+30$	00	$m+1$	$\kappa+27$	
$\kappa+31$	51	$m+6$	$\kappa+27$	
$\kappa+32$	54	$\kappa+33$	$\kappa+27$	
$\kappa+33$	01	$m+7$	$\kappa+27$	
$\kappa+34$	00	0013	$\kappa+27$	
$\kappa+35$	00	0013	$m+6$	
$\kappa+36$	00	0012	$\kappa+26$	
$\kappa+37$	51	$m+10$	$\kappa+26$	
$\kappa+40$	54	$\kappa+41$	$\kappa+26$	
$\kappa+41$	05	0000	ε	4
$\kappa+42$	13	p	q	
$\kappa+43$	20	ε	ε	
$\kappa+44$	00	$m+1$	$\kappa+42$	
$\kappa+45$	00	0012	$\kappa+42$	
$\kappa+46$	51	$m+11$	$\kappa+42$	
$\kappa+47$	54	$\kappa+50$	$\kappa+42$	
$\kappa+50$	00	0012	$\kappa+41$	
$\kappa+51$	00	0013	$\kappa+43$	
$\kappa+52$	01	$m+12$	$\kappa+42$	
$\kappa+53$	00	0011	$\kappa+42$	
$\kappa+54$	00	0011	$m+11$	
$\kappa+55$	51	$m+13$	$\kappa+41$	
$\kappa+56$	54	$\kappa+57$	$\kappa+41$	
$\kappa+57$	05	0000	$r-l$	5
$\kappa+60$	00	r	a	
$\kappa+61$	00	0011	$\kappa+60$	
$\kappa+62$	51	$m+14$	$\kappa+60$	
$\kappa+63$	54	$\kappa+64$	$\kappa+60$	
$\kappa+64$	05	0000	$\alpha+1$	6
$\kappa+65$	00		$\alpha+1$	
$\kappa+66$	00	0011	$\kappa+65$	
$\kappa+67$	51	$m+15$	$\kappa+65$	
$\kappa+70$	54	$\kappa+71$	$\kappa+65$	
$\kappa+71$	05	0000	$\alpha+2$	7
$\kappa+72$	00	ε	$\alpha+2$	
$\kappa+73$	00	0011	$\kappa+72$	
$\kappa+74$	51	$m+16$	$\kappa+72$	
$\kappa+75$	54	$\kappa+76$	$\kappa+72$	
$\kappa+76$	05	0000	$\alpha+3$	8
$\kappa+77$	13	a	l	
$\kappa+100$	33	l	0000	
$\kappa+101$	20	$\alpha+3$	$\alpha+3$	
$\kappa+102$	00	0013	$\kappa+77$	
$\kappa+103$	00	0011	$\kappa+100$	
$\kappa+104$	51	$m+17$	$\kappa+77$	
$\kappa+105$	54	$\kappa+106$	$\kappa+77$	
$\kappa+106$	05	0000	$\alpha+4$	9
$\kappa+107$	13	a	ε	
$\kappa+110$	32	a	0000	
$\kappa+111$	00	0013	$\kappa+107$	
$\kappa+112$	00	0011	$\kappa+110$	
$\kappa+113$	51	$m+20$	$\kappa+107$	
$\kappa+114$	54	$\kappa+115$	$\kappa+107$	
$\kappa+115$	42	a		10
$\kappa+116$	00	0013	$\kappa+115$	
$\kappa+117$	51	$m+21$	$\kappa+115$	
$\kappa+120$	54	$\kappa+121$	$\kappa+115$	

Продолжение табл. 2

1	2	3	4	5
$\kappa+121$	05	0000	$\alpha+5$	11
$\kappa+122$	13	q	q	
$\kappa+123$	33	r	0000	
$\kappa+124$	20	$\alpha+5$	$\alpha+5$	
$\kappa+125$	00	0013	$\kappa+122$	
$\kappa+126$	00	0011	$\kappa+123$	
$\kappa+127$	51	$m+22$	$\kappa+122$	
$\kappa+130$	54	$\kappa+131$	$\kappa+122$	
$\kappa+131$	05	0000	$\alpha+6$	12
$\kappa+132$	13	n	q	
$\kappa+133$	20	$\alpha+6$	$\alpha+6$	
$\kappa+134$	00	0013	$\kappa+132$	
$\kappa+135$	51	$m+23$	$\kappa+132$	
$\kappa+136$	54	$\kappa+137$	$\kappa+122$	13
$\kappa+137$	05	0000	$\alpha+7$	
$\kappa+140$	13	n	n	
$\kappa+141$	32	r	—	
$\kappa+142$	20	$\alpha+7$	$\alpha+7$	
$\kappa+143$	00	0013	$\kappa+140$	
$\kappa+144$	00	0011	$\kappa+141$	
$\kappa+145$	51	$m+24$	$\kappa+141$	
$\kappa+146$	54	$\kappa+147$	$\kappa+141$	
$\kappa+147$	42		n	14
$\kappa+150$	00	0013	$\kappa+147$	
$\kappa+151$	51	$m+25$	$\kappa+147$	
$\kappa+152$	54	$\kappa+153$	$\kappa+147$	
$\kappa+153$	12	α	$\alpha+2$	15
$\kappa+154$	20	—	p	
$\kappa+155$	12	α	$\alpha+1$	16
$\kappa+156$	20	—	$p+1$	
$\kappa+157$	13	p	p	17
$\kappa+160$	20	0000	$p+2$	
$\kappa+161$	12	α	$\alpha+3$	
$\kappa+162$	21	$p+2$	0020	
$\kappa+163$	10	$\kappa+163$	0017	
$\kappa+164$	24	nV	0027	
$\kappa+165$	05	0021	$p+2$	
$\kappa+166$	13	$p+1$	$p+1$	18
$\kappa+167$	20	0000	$p+3$	
$\kappa+170$	13	α	$\alpha+5$	
$\kappa+171$	21	$p+3$	0020	
$\kappa+172$	10	$\kappa+172$	0017	
$\kappa+173$	24	nV	0027	
$\kappa+174$	05	0021	$p+3$	
$\kappa+175$	13	$p+2$	$p+3$	19
$\kappa+176$	20	0000	$p+4$	
$\kappa+177$	13	0000	$p+1$	
$\kappa+200$	20	0000	$p+5$	
$\kappa+201$	12	α	$\alpha+6$	
$\kappa+202$	31	$p+5$	—	
$\kappa+203$	22	$p+4$	$p+4$	
$\kappa+204$	13	$p+1$	$p+1$	20
$\kappa+205$	20	0000	$p+5$	
$\kappa+206$	12	α	$\alpha+4$	
$\kappa+207$	21	$p+5$	0020	
$\kappa+210$	10	$\kappa+210$	0017	

Продолжение табл. 2

1	2	3	4	5
$\kappa+211$	24	$n \vee$	0027	
$\kappa+212$	12	$p+3$	0021	
$\kappa+213$	20	0000	$p+5$	
$\kappa+214$	13	p	p	
$\kappa+215$	20	0000	$p+6$	
$\kappa+216$	12	a	$a+7$	
$\kappa+217$	21	$p+6$	0020	
$\kappa+220$	10	$\kappa+220$	0017	21
$\kappa+221$	24	$n \vee$	0027	
$\kappa+222$	12	+2	0021	
$\kappa+223$	20	0000	$p+6$	
$\kappa+224$	40	0000	p	
$\kappa+225$	00	0012	$\kappa+224$	
$\kappa+226$	51	$m+25$	$\kappa+224$	22
$\kappa+227$	54	+230	$\kappa+224$	
$\kappa+230$	37	0000	0000	

Вспомогательные числа

	00	$p+24$	r
+1	00	0024	0000
+2	05	0000	$r+31$
+3	13	$p+24$	$l+24$
+4	00	0000	0024
+5	05	0000	$n+31$
+6	00	$p+764$	a
+7	00	0764	0000
+10	05	0000	$a+24$
+11	13	$p+764$	0031
$m+12$	00	0764	0031
$m+13$	05	0000	$s+24$
$m+14$	00	$r+31$	$r+31$
$m+15$	00	$n+31$	$n+31$
$m+16$	00	$s+24$	$s+24$
$m+17$	13	$l+24$	$l+24$
$m+20$	13	$s+24$	$s+24$
$m+21$	42	$a+24$	$s+24$
$m+22$	13	$q+31$	$q+31$
$m+23$	13	$n+31$	$q+31$
$m+24$	13	$n+31$	$n+31$
$m+25$	40	0000	$r+7$