ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 223 1972

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Н. М. БЫЛИНО, И. Э. НААЦ, Г. Н. ТАРУСИН

(Представлена научным семинаром УВЛ)

Составление расписания учебных занятий является одной из задач теории расписания. Применение ЭВМ для ее решения исследуется во многих странах: СССР, Польша, США, Англия, ФРГ, Канада, Австралия, Бельгия, Дания, Норвегия, Швейцария, Шотландия, Голландия, Швеция, Индия. Имеется ряд публикаций по теоретическим решениям этой задачи [1—10] и по практическим результатам. В данной статье приводится алгоритм решения задачи, который был опробован при составлении расписания для дневного отделения Томского политехнического института (1500 преподавателей, 600 учебных групп, 500 аудиторий), и дал положительный результат. Основой данному алгоритму послужили публикации [1—3].

При описании алгоритма используется принятый в настоящее время для данного класса задач матричный аппарат. Будем обозначать векторы и матрицы прописными латинскими буквами с подстрочными индексами. При этом векторы будут иметь один подстрочный индекс, а матрицы два или более индексов. Элементы матриц и векторов будем обозначать строчными латинскими буквами. При этом запись вида $\bar{B} = \{b_i^j\}$ означает выборку вектора из матрицы $B = \{b_{ij}\}$ по индексу i при фиксированном j.

Введем следующие обозначения:

$\bar{L} = \{l_i\}$, $i = 1, 2, \ldots, \alpha$ — множество преподавателей;

$\bar{A} = \{a_q\}$, $q = 1, 2, \ldots, \beta$ — множество аудиторий;

$\bar{T} = \{t_k\}$, $k = 1, 2, \ldots, \gamma$ — множество интервалов времени, равных длительности одного занятия (множество периодов);

$C = \{c_j\}$, $j = 1, 2, \ldots, \Theta$ — множество учебных групп.

Исходными данными при составлении расписания учебных занятий являются:

1. Поручения преподавателям на планируемый период. Каждое поручение представляет собой индивидуальное задание одному преподавателю, в котором указываются: вид дисциплины, которую преподаватель должен проводить; номера всех групп, в которых преподаватель должен проводить занятия; количество часов занятий и прочие требования, определяемые конкретным учебным заведением.

Все поручения сводятся в начальную матрицу поручений преподавателям P, каждый элемент которой, P_{ij}, представляет собой число занятий, которые должен провести преподаватель l_i в группе c_j в интервале, для которого составляется расписание. В общем случае матрица может быть многомерна и помимо временных связей между преподавателями и группами может отражать связи межгрупповые (если группы делятся на подгруппы), связи между преподавателями в случаях, если занятия проводятся группой преподавателей; связи с аудиториями (если занятия должны проводиться на специальном оборудовании), связи с периодами (если занятия должны проводиться в строго определенное время) и прочие связи, определяемые конкретным учебным заведением.

2. Список аудиторного фонда учебного заведения с указанием времени, в течение которого аудитория может быть представлена для занятий. Этот список сводится в начальную матрицу резерва времени аудиторий A, каждый элемент которой, a_{qk}, принимает значение 1, если аудитория a_q может быть использована для занятий в период t_k, и значение 0, если нет (ремонт, конференции и т. д.).

В общем случае эта матрица, так же, как предыдущая, может быть многомерной в случае, если необходимо учесть вместимость и наличие специального оборудования.

3. Заявки преподавателей на освобождение от занятий на определенный период времени (работа по совместительству в других организациях, семейные обстоятельства, общественные поручения и т. д.). Данные заявки представляются в виде начальной матрицы резерва времени преподавателей L. Это двухмерная булева матрица, каждый элемент которой, l_{ik}, принимает значение 1, если преподаватель l_i может проводить занятия в период t_k, и значение 0, если не может.

4. Фонд учебного времени групп сводится в начальную матрицу резерва времени групп C — двухмерную булеву матрицу, каждый элемент которой, c_{jk}, принимает значение 1, если группа c_j может присутствовать на занятиях в период t_k, и значение 0, если не может (производственная практика и т. д.).

В свете разобранной структуры исходных матриц задача составления расписания будет иметь следующую формулировку.

Используя начальную матрицу поручений преподавателям P, начальную матрицу резерва времени преподавателей L, начальную матрицу резерва времени групп C и начальную матрицу резерва аудитории A, сформировать матрицу расписания S с учетом перечисленных ниже условий.

$$\sum_{jq} s_{ijq}^{k} \leqslant 1 \text{ для всех значений } i,\ k; \tag{1}$$

$$\sum_{jq} s_{ijq}^{к} \leqslant 1 \text{ для всехх значений } j,\ k; \tag{2}$$

$$\sum_{ij} s_{ijq}^{к} \leqslant 1 \text{ для всех значений } q,\ k. \tag{3}$$

Условия (1—3) констатируют тот факт, что в расписании S, в любом из периодов t_k каждый из преподавателей l_i, каждая группа c_j и каждая аудитория a_q могут обеспечить не более одного занятия.

Матрица расписания S — четырехмерная булева матрица, каждый элемент s_{ijqk} принимает значение 1, если преподаватель l_i проводит занятие в группе c_j, в аудитории a_q в интервале времени t_k, и значение 0, если нет занятия. В общем случае матрица расписания может иметь размерность, большую четырех.

Перейдем к описанию алгоритма составления расписания, который можно разбить на ряд последовательных операций.

1. Если число периодов расписания лимитировано, то перед началом составления расписания проверяется выполнение условия

$$p_{ij} \leqslant \sum_k t_k \text{ для всех значений } i, j. \qquad (4)$$

Если условие (4) не выполняется, то размещение всех поручений в расписании невозможно. В этом случае удовлетворить условию (4) можно либо путем уменьшения p_{ij}, больших суммарного числа периодов расписания, либо путем увеличения числа периодов расписания.

2. Перед составлением расписания осуществляется проверка следующих условий:

Выполнение условия $\sum_j p_i^j \leqslant \sum_k l_i^k$ для всех значений i (5)

является гарантией того, что преподаватель l_i имеет достаточное число часов резерва для выполнения поручений.

Выполнение условия $\sum_i p_j^i \leqslant \sum_k c_j^k$ для всех значений j (6)

является гарантией того, что группа c_j имеет достаточное число часов резерва для выполнения поручений.

Условие $\sum_{ij} p^{ij} \leqslant \sum_{qk} a^{qk}$ для всех значений i, j, q, k (7)

определяет гарантию того, что имеется достаточное количество аудиторий a_q для проведения занятий. В случае, если не выполняется хотя бы одно из условий (5—7), то составление расписания невозможно.

3. Размещаются поручения в матрице расписания последовательно в каждом периоде.

Предположим, составляется расписание на период t_k. Процесс размещения начнется с выбора в матрице поручений элемента матрицы поручений $p_{ij} \neq 0$. Поскольку обычно такому неравенству удовлетворяет несколько элементов матрицы, то выбор элемента может производиться либо чисто случайно, либо целенаправленно (с учетом приоритета). По соответствующим выбранному элементу матрицы i и j в матрице резерва времени преподавателей L, резерва времени групп C, резерва аудиторий A для данного периода t_k отыскиваются элементы матриц l_{ik}, c_{jk}, a_{qk}. Если $l_{ik} \neq 0$, $c_{jk} \neq 0$, $a_{qk} \neq 0$ (т. е. преподаватель l_i группы c_j, аудитория a_q свободны в период t_k), то в матрице расписания элементу s_{ijqk} присваивается значение 1. Элементам же l_{ik}, c_{jk}, a_{qk} присваивается значение 0. Элементу p_{ij} матрицы поручений преподавателям присваивается значение $p_{ij} - 1$.

Если хотя бы один из элементов l_{ik}, c_{jk}, a_{qk} равен 0, то переходят к следующему элементу матрицы поручений и выполняют весь процесс размещения с самого начала. Присвоением значения 1 элементу s_{ijqk} матрицы расписания оканчивается один цикл размещения.

4. Проверяется выполнение условия

$$\sum_{ij} p^{ji} = 0 \text{ для всех значений } i, j. \qquad (8)$$

Если условие (8) не выполняется, то проверяется выполнение условий (5—7). Если любое из условий (5—7) не выполняется, то процесс размещения прекращается, поскольку в данном случае задача не имеет решения, незавершенная матрица S стирается. Однако по первой попытке судить о возможности составления расписания не имеет смысла, поскольку выбор элементов матрицы P для размещения случаен.

Целесообразно повторить процесс составления расписания, начиная с пункта 4, при этом изменив либо порядок выбора элементов из матрицы поручений, либо исходные данные.

Если условия (5—7) выполняются, то приступают к размещению следующего поручения матрицы P. Процесс размещения в периоде t_k считается оконченным, если все элементы матрицы P просмотрены или выполняются условия (9—11).

$$\sum_{jq} s_{ijq}^{k} = 1 \text{ для всех значений } i,\ k; \tag{9}$$

$$\sum_{iq} s_{ijq}^{k} = 1 \text{ для всех значений } j,\ k; \tag{10}$$

$$\sum_{ij} s_{ijq}^{k} = 1 \text{ для всех значений } q,\ k. \tag{11}$$

Выполнение условий (9—11) означает, что каждый преподаватель, каждая учебная группа и каждая аудитория имеют в данный период по одному занятию. После этого приступают к составлению расписания на период $t_k + 1$ (пункт 2).

Если при постановке задачи указывается на то, что в расписании не должно быть окон для групп, то необходимо после составления расписания на любой период t_k, за исключением последних, проверять выполнение условия (10). Если же необходимо отсутствие окон у преподавателей, то следует проверять выполнение условия (9). При максимальном использовании аудиторного фонда проверять условие (11). Невыполнение этих условий указывает на невозможность решения задачи для данной попытки.

Изложенный выше алгоритм позволяет пока составлять расписание, являющееся в определенном смысле случайным, т. е. при данных поручениях возможны и иные варианты расписания. Поэтому имеет смысл составить несколько расписаний и выбрать из них то, которое в той или иной степени удовлетворяет местным требованиям минимума окон у групп и преподавателей, максимального использования аудиторного фонда и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. C. Gotlieb. Hrsg. Bibliography, Institute of Computer Sciense, University of Toronto, 1963.

2. G. R. Sherman. A Combinatorial Problem Arising from Scheduling University Classes. Journal of the Tennesce Academy of Science 38, 116—117, 1963.

3. M. Almond. An algorithm for constructing University tumetable. Computer J. 8, 4, 331—340, 1966.

4. C. C. Gotlib. The construction of class—teacher time—tables. Proc. IFIP Congress, 62, Munich North Holland Pabl. Co Amsterdam 73—77, 1963.

5. P. Stahlkuecht. Zur electronichen Berchnung von Stundenplänen, Elektron, Datenverarb, 6, 2, 85—91, 1964.

6. Dipl.—Hath. Hartman Jochen Genrith, Rheinish—Westfalisches Institut für Instrumentalle Mathematik Bonn (IIM) Nr 1713 (Nr II der Schriften des IIM. Serie A). Die automatishe Aufstellung von Schulstundenplanen auf retationen theoretisher Grundlage, Westdeutsher verlag, Köln und Opladen, 1966.

7. R. Guuzenhauser, W. Zunginger. Über eine methode Zur Erstellung von Schulstundenplanen mit Hilfe einer Ziffernrechenaulagen, Mathematic—Tecknik—Wortschaft (Austria) 11, 3, 100—104, 1964.

8. R. Guuzenhauser, W. Iunginger. Ein Programm fur electronischen Berechnung von Stundenplanen Electron, Datenverarb, 6, 5, 212—215, 1964.

9. J. Csima, C. C. Gotlieb. Tests on a Computer method for Constructiug School Timetables, Communications of the ACM, 7, 3,, 160—163, Bibl. 14. March 1964.

10. J. S. Applaby, D. V. Blake, E. A. Newman, Techniques for Producting School Timetables on a Computer and their Applications to other Scheduling Problem. The Computer Journal, 3, 4, 237—245, Jon 1961.

11. А. Н. Лаферов. Разработка методики применения средств вычислительной техники для автоматизации составления расписания учебных занятий. Р-756. (НТБ ТПИ), Томск, 1966.