

К МЕТОДИКЕ ИССЛЕДОВАНИЯ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

К. К. ПАХОТИН, Л. М. СЕДОКОВ

(Представлена городской научной конференцией молодых ученых и специалистов)

При исследовании больших пластических деформаций необходимо различать простое и сложное нагружение. Под простым нагружением тела понимается такое, при котором направляющие тензоры напряжений в каждой точке тела сохраняют постоянные для этой точки значения [1], следовательно, в случае изучения плоского напряженного состояния необходимо и достаточно, чтобы соотношение между главными напряжениями, не равными нулю, оставалось постоянным в процессе нагружения вплоть до разрушения.

Такое требование можно выполнить, если учитывать величину и соотношение главных деформаций в точках нагружаемого тела.

Обычно [2] опыт ведут следующим образом: задаваясь соотношением главных напряжений, нагружают образец, затем, после измерения деформации, подсчитывают фактические истинные напряжения, действующие в образце в данный момент. Такой подсчет обнаруживает нарушение требований простого нагружения и позволяет осуществить необходимую корректировку программы нагружения.

Подобная методика исследования больших пластических деформаций существенно усложняет опыт и, главное, не обеспечивает простого нагружения внутри каждой ступени.

Поэтому возникла необходимость разработки специальной программы нагружения с учетом упрочняемости материала.

Сделаем следующие допущения: 1. Изменения объема при пластическом деформировании не происходит. Отсюда коэффициент логарифмической поперечной деформации равен 0,5. 2. Упругие деформации пренебрежимо малы, поэтому соотношения между главными деформациями и главными истинными напряжениями принимаются в виде [1]

$$e_1 : e_2 : e_3 = (s_1 - 0,5 s_2) : (s_2 - 0,5 s_1) : [-0,5(s_1 + s_2)]. \quad (1)$$

Кроме того, для точного учета поведения материала в области больших пластических деформаций принимается определенное решение о существовании единой кривой течения, что является неизбежной трудностью при расчете программы простого нагружения. Известны три основных типа единых кривых течения в координатах:

а) максимальные касательные напряжения — максимальный логарифмический сдвиг ($t-g$);

б) интенсивность нормальных напряжений — интенсивность деформации ($s_i - e$);

в) удельная работа пластической деформации — максимальный логарифмический сдвиг ($a-g$) [3].

Как показывают специальные исследования по стали, меди, латуни, единая кривая $a-g$ удовлетворительно выполняется в течение всего процесса деформирования вплоть до разрушения (рис. 1). Дальнейшие расчеты будут приведены на основании этой кривой течения.

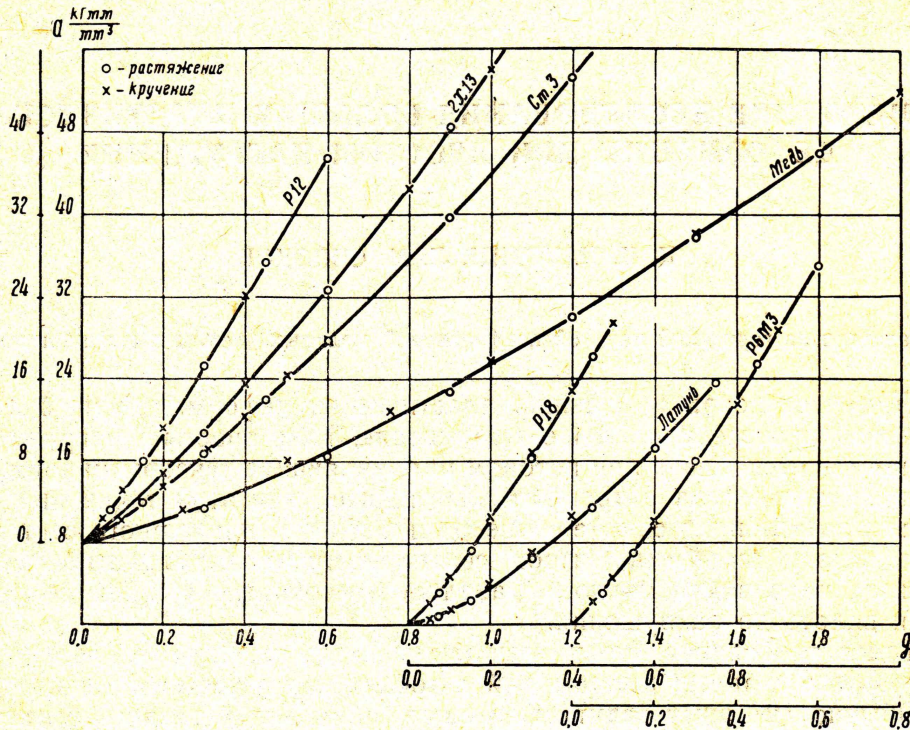


Рис. 1. Кривые течения. По опытам авторов

При испытании тонкостенных труб под действием комбинированной нагрузки (P, q) в стенках последних возникают средние напряжения [4].

$$\left. \begin{aligned} s_l &= \frac{P + qF}{f} - \frac{q}{2} \\ s_t &= \frac{2qF}{f} - \frac{q}{2} \\ s_r &= -\frac{q}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где P и q — осевая сила и внутреннее давление,

$F = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D + d}{2} \right)^2$ — площадь круга среднего радиуса,

$f = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$ — площадь поперечного сечения трубы,

D и d — текущие наружный и внутренний диаметры трубы,

s_l — осевое истинное напряжение,

s_t — окружное истинное напряжение,

s_r — радиальное истинное напряжение.

Радиальным напряжением, а также вторыми слагаемыми в первой и второй строчке (2) в дальнейшем будем пренебрегать, ввиду их очевидной малости, тогда напряженное состояние в стенках трубы можно считать плоским.

В процессе деформации поперечное сечение трубы изменяется так, что с учетом действительных характеристик деформации его текущее значение выразится

$$F = F_0 \exp \{2e_t\}, \quad f = f_0 \exp \{e_t + e_r\}, \quad (3) \quad (4)$$

где F_0 и f_0 — первоначальные значения для F и f ,

e_t — окружная деформация,

e_r — радиальная деформация.

Приняв для простого нагружения

$$n = s_1: s_2, \quad (5)$$

из (2) с учетом (3) получим

$$\frac{P}{q} = F_0 (2n - 1) \exp \{2e_t\}. \quad (6)$$

Введем некоторые характеристики вида деформированного состояния [5], [6]:

$$\kappa = \frac{e_3}{e_1}, \quad (7)$$

$$\beta = \frac{2}{3} \left(2 + \frac{e_2}{e_{1,3}} \right). \quad (8)$$

Теперь можно записать

$$g = e_1 (1 - \kappa). \quad (9)$$

На основании принятой единой кривой в) выражение для максимального касательного напряжения в общем случае деформированного состояния получится [5]

$$t = \frac{9}{8} \beta \frac{da}{dg} = c\beta. \quad (10)$$

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние при соотношении $-1 \ll n \ll 1$, полагая при этом условие пластичности, имеющее две плоскости симметрии, в пространстве главных напряжений [7].

В зависимости от соотношения главных деформаций κ нужно рассматривать три случая при расчете программы:

1 случай. $0,5 \ll n \ll 1$; $e_1 = e_i$; $e_2 = e_i$; $e_3 = e_r$.

$$\kappa = -\frac{1+n}{2-n}, \quad (11)$$

$$\beta = \frac{2}{n+1}, \quad (12)$$

$$t = \frac{s_i}{2} \quad (13)$$

или, с учетом (2), (4), (9) и (10), перепишем

$$t = q \frac{F_0}{f_0} \exp \{g\} = \frac{2}{n+1} c.$$

Отсюда

$$q = \frac{2}{n+1} \cdot \frac{f_0}{F_0} \cdot c \cdot \exp\{-g\}. \quad (14)$$

Используя (9) и (14), из (6) получим

$$P = \frac{2(2n-1)}{n+1} f_0 \cdot c \cdot \exp\left\{\frac{1-2n}{3} g\right\}. \quad (15)$$

II случай. $0 \leq n \leq 0,5$; $e_1 = e_i$; $e_2 = e_i$; $e_3 = e_r$.

В этом случае

$$\beta = \frac{2}{2-n}. \quad (16)$$

Тогда внутреннее давление и осевая сила определяются:

$$q = \frac{2}{2-n} \cdot \frac{f_0}{F_0} \cdot c \cdot \exp\{-g\}, \quad (17)$$

$$P = \frac{2(2n-1)}{2-n} \cdot f_0 \cdot c \cdot \exp\left\{\frac{1-2n}{3} g\right\}. \quad (18)$$

III случай $-1 \leq n \leq 0$; $e_1 = e_i$; $e_3 = e_i$; $e_2 = e_r$.

Здесь

$$\kappa = \frac{2n-1}{2-n}, \quad (19)$$

$$\beta = \frac{2(1-n)}{2-n}, \quad (20)$$

$$t = \frac{s_t}{2} (1-n). \quad (21)$$

Теперь для q и P найдем следующие выражения:

$$q = \frac{2}{2-n} \cdot \frac{f_0}{F_0} \cdot c \cdot \exp\left\{-\frac{1}{1-n} g\right\}, \quad (22)$$

$$P = \frac{2(2n-1)}{2-n} \cdot f_0 \cdot c \cdot \exp\left\{\frac{1-2n}{3(1-n)} g\right\}. \quad (23)$$

Принимая кривую течения в координатах $s_i - e_i$ для всех рассматриваемых соотношений главных напряжений ($-1 \leq n \leq 1$), для q и P получим

$$q = s_i \cdot m \cdot \frac{f_0}{F_0} \exp\{-3e_i m\}, \quad (24)$$

$$P = s_i \cdot m \cdot f_0 (2n-1) \exp\{(1-2n)e_i m\}, \quad (25)$$

$$m = [4(1-n+n^2)]^{-1/2}. \quad (26)$$

Если материал соответствует единой кривой течения $t - g$, программа принимает вид:

I случай. $-1 \leq n \leq 0$.

$$q = t \frac{1}{(1-n)F_0} \exp\left\{-\frac{1}{1-n} g\right\}, \quad (27)$$

$$P = t \frac{2n-1}{1-n} f_0 \exp\left\{\frac{1-2n}{3(1-n)} g\right\}. \quad (28)$$

II случай. $0 \leq n \leq 1$.

$$q = t \cdot \frac{f_0}{F_0} \cdot \exp\{-g\}, \quad (29)$$

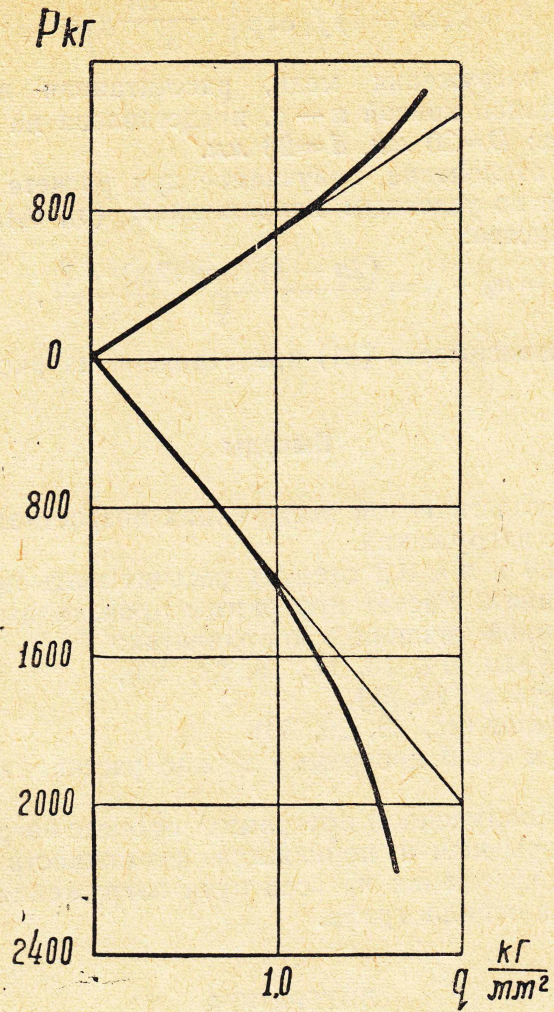


Рис. 2. Программа нагружения меди при $n = 1,0$ и $n = 0,4$

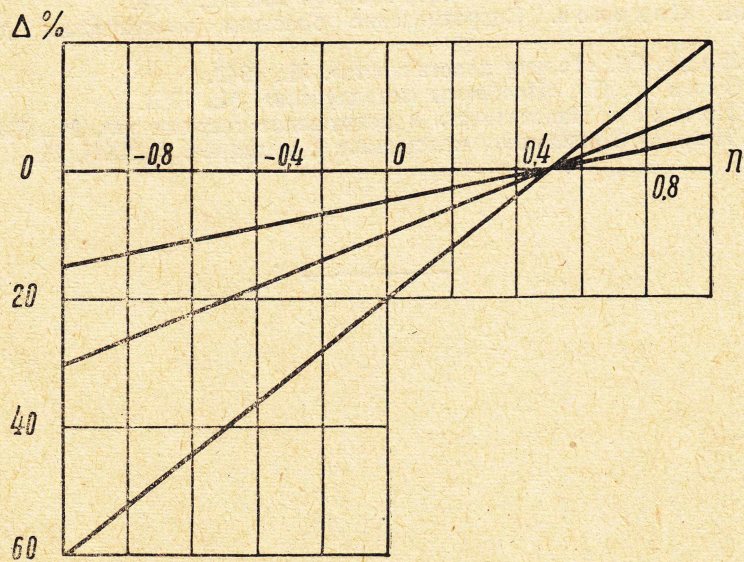


Рис. 3. Отклонения от простого нагружения в случае расчета программы по условным напряжениям при $\epsilon_i = 5, 10, 20\%$

$$P = t(2n - 1) f_0 \exp \left\{ \frac{1 - 2n}{3} g \right\}. \quad (30)$$

Программа нагружения меди, рассчитанная в предположении существования единой кривой $a - g$, представлена на рис. 2. При расчете принималось: $D = 30$ мм, $d = 28$ мм.

Абсолютное отклонение, получаемое при расчете программы простого нагружения по условным напряжениям (σ_1, σ_2), определится из следующего равенства:

$$\Delta = n_0 - n = \frac{(2n - 1)(\exp \{2e_i\} - 1)}{2}, \quad (31)$$

где $n_0 = \sigma_1 / \sigma_2$. Зависимость (31) представлена на рис. 3.

Выводы

1. С ростом пластической деформации возрастает нарушение требования простого нагружения.
2. При $n \geq 0,8$ и $n \leq 0,2$ следует рассчитывать программу по истинным напряжениям. Расчет программы производится при существовании единой кривой течения в координатах:
 $a - g$ — по формулам (14, 15, 17, 18, 22, 23),
 $s_i - e_i$ — по формулам (24, 25),
 $t - g$ — по формулам (27, 28, 29, 30).
3. При $0,2 \leq n \leq 0,8$ программу можно рассчитывать по условным напряжениям.
4. Благодаря полученной программе процесс нагружения образца становится непрерывным и появляется возможность регистрировать характеристики деформации на всем пути нагружения и в любой его точке при помощи осциллографа.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. II, М., 1958.
2. А. М. Жуков. Инженерный сборник. Том XX, М., 1954.
3. Л. М. Седоков. Сопrotивление большим пластическим деформациям. Томск, 1956.
4. В. В. Лоде. Сб. «Теория пластичности». М., 1948.
5. В. Г. Осипов. Сб. «Проблемы металлургии». М., 1953.
6. П. О. Пашков. Пластичность и разрушение твердых тел. М., 1949.
7. Д. Д. Ивлев. Прикладная математика и механика. Т. XXII, М., 1958.