

**УРАВНЕНИЯ СИНХРОННОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ  
ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЕ ПИТАЮЩЕЙ СЕТИ**

Е. В. КОНОНЕНКО, Г. И. ЛУКИЯНОВ

(Представлена научным семинаром кафедры электрических машин и отделом электрических машин НИИ АЭМ)

В условиях быстрого развития автоматизации производственных процессов широкое распространение получает бесконтактный электропривод переменного тока с регулированием скорости вращения путем изменения частоты питающей сети. В настоящее время в системах электропривода общего применения с частотным регулированием скорости вращения наибольшее распространение получил асинхронный двигатель.

Многие технологические процессы, в частности при производстве синтетического и химического волокна, предъявляют высокие требования к точности синхронного вращения большого количества индивидуальных механизмов (приводов) независимо от нагрузки каждого во всем диапазоне регулирования, так как отклонения скоростей оказывают существенное влияние на качество продукции [1]. Аналогичные требования возникают в многодвигательном электроприводе поточных линий красильно-отделочного оборудования, при автоматизации дозирочных агрегатов в производствах химической, пищевой, фармацевтической и других отраслей промышленности. В этих условиях предпочтительнее применение синхронных двигателей. Из числа синхронных двигателей малой мощности наибольшие перспективы и широкое распространение имеют синхронные реактивные двигатели (СРД) [2, 3, 4].

В [2, 3, 4] освещены некоторые вопросы, связанные с работой СРД при переменной частоте питающей сети, но при этом рассматриваются только механические переходные процессы. Однако полное и строгое исследование работы СРД может быть выполнено только при учете как механических, так и электромагнитных переходных процессов. Это становится возможным, если при анализе пользоваться системой уравнений, описывающей электромеханические переходные процессы СРД.

Известно, что уравнения равновесия напряжений, описывающие работу СРД, могут быть записаны в виде:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= \frac{d\psi_d}{dt} + r i_d - \psi_q \cdot \omega; \\ U_q &= \frac{d\psi_q}{dt} + r i_q + \psi_d \cdot \omega; \\ 0 &= \frac{d\psi_{rd}}{dt} + r_{rd} \cdot i_{rd}; \\ 0 &= \frac{d\psi_{rq}}{dt} + r_{rq} + i_{rq}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= L_d \cdot i_d + L_{ad} \cdot i_{rd}; \\ \psi_q &= L_q \cdot i_q + L_{aq} \cdot i_{rq}; \\ \psi_{rd} &= L_{ad} \cdot i_d + L_{rd} \cdot i_{rd}; \\ \psi_{rq} &= L_{aq} \cdot i_q + L_{rq} \cdot i_{rq}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\omega$ —угловая скорость вращения ротора, время  $t$  выражено в секундах.

Для удобства исследований уравнения СРД записываются в системе относительных единиц. В качестве базисных величин принимаются общепринятые:

1) амплитудные номинальные значения тока и напряжения при номинальной частоте ( $f_n$ );

2) номинальная кажущаяся мощность

$$P_6 = \frac{3}{2} U_6 \cdot i_6;$$

3) момент вращения

$$M_6 = \frac{P_6 \cdot p}{9,81 \cdot 2\pi f_n};$$

4) номинальная угловая частота (скорость вращения)

$$\omega_6 = \omega_n = 2\pi f_n.$$

Для того, чтобы уравнения СРД записать в относительных единицах, необходимо уравнения (1) разделить на базисное напряжение  $U_6 = \psi_6 \cdot \omega_6 = L_6 \cdot i_6 \cdot \omega_6 = i_6 \cdot z_6$ , а уравнения (2) — на базисное потоко-сцепление  $\psi_6 = L_6 \cdot i_6$ . Если обозначать величины, выраженные в относительных единицах, теми же символами, что и в физических единицах, то вид уравнений (2) остается без изменений, а уравнения (1) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} U_d &= \frac{d\psi_d}{d\tau} + r i_d - \psi_q \cdot \frac{\omega}{\omega_n}; \\ U_q &= \frac{d\psi_q}{d\tau} + r i_q + \psi_d \cdot \frac{\omega}{\omega_n}; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{d\psi_{rd}}{d\tau} + r_{rd} \cdot i_{rd}; \\ 0 &= \frac{d\psi_{rq}}{d\tau} + r_{rq} \cdot i_{rq}; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\tau = \omega_n \cdot t$  — синхронное время, эл. сек.

При исследовании режимов работы СРД в случаях, когда не возникает необходимости определять токи в роторных контурах, из рассматриваемых уравнений целесообразно исключить токи  $i_{rd}$  и  $i_{rq}$ . Это можно сделать, решая (2) и (4). После преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= \left( L_d - \frac{pL_{ad}^2}{pL_{rd} + r_{rd}} \right) i_d = \left( x_d - \frac{px_{ad}^2}{px_{rd} + r_{rd}} \right) i_d = x_d(p) \cdot i_d, \\ \psi_q &= \left( L_q - \frac{pL_{aq}^2}{pL_{rq} + r_{rq}} \right) i_q = \left( x_q - \frac{px_{aq}^2}{px_{rd} + r_{rq}} \right) i_q = x_q(p) \cdot i_q. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь введено обозначение  $p = \frac{d}{d\tau}$  и учитывается, что в системе относительных единиц индуктивности  $L$  равны соответствующим индук-

тивными сопротивлениям, определенным при базисной частоте питающей сети, так как

$$L = \frac{L}{L_6} = \frac{L \cdot \omega_6}{L_6 \cdot \omega_6} = \frac{x}{z_6} = x. \quad (6)$$

Электромагнитный момент вращения определяется известным уравнением

$$M = \psi_d i_q - \psi_q i_d. \quad (7)$$

При исследовании электромеханических переходных процессов совместно с уравнениями равновесия напряжений необходимо рассмотреть уравнение движения ротора

$$M = M_{ст} + \frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt}. \quad (8)$$

Для того чтобы это уравнение выразить в относительных единицах, его необходимо разделить на базисный момент.

Тогда

$$M = M_{ст} + H \cdot p \frac{\omega}{\omega_H}, \quad (9)$$

где  $H = J \cdot \frac{2\pi f_H \cdot \omega_H^2}{P_6 \cdot p^2}$  — механическая постоянная,

$$J = \frac{GD^2}{4} \text{ — момент инерции, [кгм}^2\text{].}$$

Для исследования работы СРД при переменной частоте питающей сети вводятся отношения

$$\alpha = \frac{f}{f_H} \text{ и } \gamma = \frac{U}{U_H}. \quad (10)$$

В том случае, когда скорость вращения ротора должна быть выражена через скольжение, пользуемся зависимостью

$$s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = 1 - \frac{\omega}{\alpha \cdot \omega_H},$$

откуда

$$\omega = \alpha \omega_H (1 - s). \quad (11)$$

Предполагая, что скорость изменения частоты питающей сети значительно меньше скорости протекания переходных механических процессов, т. е. принимая, что в любой момент времени справедливо условие  $\alpha = \text{const}$ , можно написать

$$\frac{d\omega}{d\tau} = -\alpha \omega_H \frac{ds}{d\tau}. \quad (12)$$

Угол между вектором приложенного к обмотке статора напряжения и поперечной осью ротора обозначаем через  $\Theta$ .

Тогда

$$\Theta = \int_0^t (\omega_1 - \omega) dt = \int_0^\tau \alpha s d\tau;$$

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \alpha s; \quad \frac{d^2\Theta}{d\tau^2} = \alpha \cdot \frac{ds}{d\tau}; \quad (13)$$

$$\frac{\omega}{\omega_H} = \alpha - \frac{d\Theta}{d\tau}. \quad (14)$$

В этом случае уравнение движения ротора примет вид

$$M = M_{ст} - Hp^2\Theta, \quad (15)$$

а уравнения равновесия напряжений

$$\left. \begin{aligned} U_d &= p\psi_d + ri_d - \psi_q(\alpha - p\Theta); \\ U_q &= p\psi_q + ri_q + \psi_d(\alpha - p\Theta); \\ \psi_d &= x_d(p) i_d; \\ \psi_q &= x_q(p) i_q. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

В уравнениях (15) и (16) все индуктивные сопротивления СРД определяются для базисной (номинальной) частоты питающей сети. Изменение частоты учитывается только коэффициентом  $\alpha$ . Составляющие напряжений по осям  $d$  и  $q$  определяются из известных выражений

$$\left. \begin{aligned} U_d &= -\gamma U_n \sin \Theta; \\ U_q &= +\gamma U_n \cos \Theta. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Полученная система уравнений (15) и (16) описывает не только переходные, но и установившиеся режимы работы СРД, работающих от сети с переменной частотой. Приняв  $p=0$ , из (16) получаем уравнения равновесия напряжений для установившегося режима работы

$$\left. \begin{aligned} U_d &= rI_d - \alpha x_q \cdot I_q; \\ U_q &= rI_q + \alpha x_d \cdot I_d, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где  $U_d$ ,  $U_q$ ,  $I_d$ ,  $I_q$  — действующие значения напряжений и токов.

Решая совместно (17) и (18) относительно токов, находим

$$I = \frac{U_n \gamma}{\sqrt{2(\alpha^2 x_d x_q + r^2) + \alpha^2 [x_d + x_q - (x_d - x_q) \cos 2\Theta]^2}} \cdot \sqrt{[2r + \alpha(x_d - x_q) \sin 2\Theta]^2 + \alpha^2 [x_d + x_q - (x_d - x_q) \cos 2\Theta]^2}. \quad (19)$$

В ряде случаев целесообразно оперировать углом  $\beta$  между осью намагничивающей силы и продольной осью ротора.

Выражение для тока в функции угла  $\beta$  можно получить из (19), если использовать связь между углами  $\Theta$  и  $\beta$

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\alpha x_q \sin \beta - r \cos \beta}{\alpha x_d \cos \beta + r \sin \beta}. \quad (20)$$

Тогда

$$I = \frac{2U_n \gamma}{\sqrt{[2r + \alpha(x_d - x_q) \sin 2\beta]^2 + \alpha^2 [(x_d + x_q) + (x_d - x_q) \cos 2\beta]^2}}. \quad (21)$$

Выражения (19) и (21) справедливы также в том случае, когда по обмотке статора протекает постоянный ток, т. е. когда  $\alpha=0$ . В этом случае (19) и (21) равны:

$$I = \frac{U_n \gamma}{r}. \quad (22)$$

Электромагнитный момент вращения для установившегося режима работы после преобразований определяется так:

$$M = \frac{U_n^2 \gamma^2 (x_d - x_q)}{2(\alpha^2 x_d x_q + r^2)^2} \cdot [(\alpha^2 x_d x_q - r^2) \sin 2\Theta + \alpha r (x_d - x_q) \cos 2\Theta - \alpha \cdot r (x_d - x_q)] \quad (23)$$

или

$$M = \frac{2U_H^2 \cdot \gamma^2 (x_d - x_q) \sin 2\beta}{[2r + \alpha (x_d - x_q) \sin 2\beta]^2 + \alpha^2 [(x_d + x_q) + (x_d - x_q) \cos 2\beta]^2} \cdot (24)$$

При  $\alpha = 0$  выражения (23) и (24) имеют следующий вид:

$$M = -\frac{U_H^2 \cdot \gamma^2}{2r^2} (x_d - x_q) \sin 2\theta \quad (25)$$

и

$$M = \frac{U_H^2 \cdot \gamma^2}{2r^2} (x_d - x_q) \sin 2\beta. \quad (26)$$

Максимальный электромагнитный момент равен

$$M_m = \frac{U_H^2 \gamma^2 (x_d - x_q)}{2(\alpha^2 x_d x_q + r^2)^2} \cdot [\pm \sqrt{(\alpha^2 x_d^2 + r^2)(\alpha^2 x_q^2 + r^2)} - \alpha r (x_d - x_q)]. \quad (27)$$

Для определения коэффициента мощности воспользуемся схемой замещения [5], которая представлена на рис. 1,

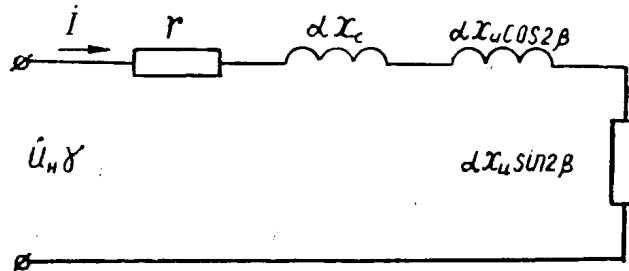


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения СРД при переменной частоте питающей сети

где

$$x_u = \frac{x_d - x_q}{2}; \quad x_c = \frac{x_d + x_q}{2}.$$

Из этой схемы замещения определяется комплекс полного сопротивления обмотки статора

$$z = r + \alpha x_u \sin 2\beta + j\alpha (x_c + x_u \cos 2\beta) = R + jx, \quad (28)$$

где  $R = r + \alpha x_u \sin 2\beta$  — эквивалентное активное сопротивление обмотки статора,

$x = \alpha (x_c + x_u \cos 2\beta)$  — эквивалентное индуктивное сопротивление.

Тогда коэффициент мощности можно определить так:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{R}{z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \alpha^2 x^2}} = \\ &= \frac{2r + \alpha (x_d - x_q) \sin 2\beta}{\sqrt{[2r + \alpha (x_d - x_q) \sin 2\beta]^2 + \alpha^2 [(x_d + x_q) + (x_d - x_q) \cos 2\beta]^2}}. \quad (29) \end{aligned}$$

Электромагнитная мощность СРД при переменной частоте питающей сети

$$P_{эм} = M \cdot \alpha. \quad (30)$$

Потребляемая мощность

$$P_1 = \frac{2U_H^2 \gamma^2 [2r + \alpha (x_d - x_q) \sin 2\beta]}{[2r + \alpha (x_d - x_q) \sin 2\beta]^2 + \alpha^2 [(x_d + x_q) + (x_d - x_q) \cos 2\beta]^2} \quad (31)$$

или

$$P_1 = \frac{U_{н1}^{2,2}}{2(\alpha^2 x_d x_q + r^2)} [2r + \alpha(x_d - x_q) \sin 2\Theta]. \quad (32)$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_{эм}}{P_1} = \frac{\alpha(x_d - x_q) \sin 2\beta}{2r + \alpha(x_d - x_q) \sin 2\beta} \quad (33)$$

или

$$\eta = \frac{\alpha(x_d - x_q)}{2r + \alpha(x_d - x_q) \sin^2 \Theta} \cdot [(\alpha^2 x_d x_q - r^2) \sin 2\Theta + \alpha r(x_d + x_q) \cos 2\Theta - \alpha r(x_d - x_q)]. \quad (34)$$

В полученных выражениях не учтены потери в стали и механические.

Аналогичные выражения для токов, моментов, мощностей, коэффициента мощности и к. п. д. для установившегося режима работы получены в [3] в функции тангенса углов  $\beta$  и  $\Theta$ , отношения параметров  $x_d$  и  $x_q$ . Следовательно, эти выражения являются частным случаем более общих уравнений (16), описывающих как переходные, так и установившиеся режимы работы СРД при переменной частоте питающей сети.

Таким образом, приведенные уравнения позволяют исследовать широкий круг вопросов, связанных с работой СРД при переменной частоте, знание которых является важным как при проектировании, так и при эксплуатации СРД.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J. Franke, A. Schöning. Steuerung statischer Umformer zum Speisen der Antriebe von Chemiefaser — Spinnmaschinen, ETZ — В, 1968, Н. 21.
2. Д. П. Петелин. Некоторые вопросы статики частотного управления синхронного двигателя. Труды совещания по автоматизированному электроприводу переменного тока. Изд-во АН СССР, 1958.
3. Е. М. Берлин, Б. А. Егоров, В. Д. Кулик, И. С. Скосырев. Системы частотного управления синхронно-реактивными двигателями. «Энергия», 1968.
4. В. В. Ралле. Некоторые вопросы работы синхронного реактивного двигателя при переменной частоте. Сб. Исследование электромагнитных процессов электро-механических систем. «Наукова думка», 1965.
5. Е. В. Конonenko, Б. П. Гарганеев, А. И. Айферт. Круговые диаграммы синхронно-реактивных двигателей. «Электромеханика», 1967. № 2.