

**СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ  
МАШИН ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЕ ПИТАЮЩЕЙ СЕТИ**

Е. В. КОНОНЕНКО, Г. И. ЛУКИЯНОВ

Синхронные реактивные двигатели (СРД) находят применение в автоматизированном электроприводе, где требуется строго синхронная скорость вращения. Перспективно применение таких двигателей в приводах с регулированием скорости вращения путем изменения частоты питающей сети. Поэтому весьма актуальным является исследование статической устойчивости синхронных реактивных машин (СРМ) при переменной частоте питающей сети.

Нарушение статической устойчивости СРМ связано с изменением скорости вращения ротора и представляет собой электромеханический переходный процесс. Поведение СРМ в этом режиме при переменной частоте питающей сети описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} U_d &= p\psi_d + ri_d - \psi_q(\alpha - p\Theta); \\ U_q &= p\psi_q + ri_q + \psi_d(\alpha - p\Theta); \\ \psi_d &= x_d(p) i_d; \\ \psi_q &= x_q(p) i_q; \\ M &= M_{ст} - Hp^2\Theta, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} U_d &= -\gamma U_n \sin \Theta; \quad U_q = \gamma U_n \cos \Theta; \\ x_d(p) &= \frac{x_d + px_d''T_d}{1 + pT_d}; \quad x_q = \frac{x_q + px_q''T_q}{1 + pT_q}; \\ \gamma &= \frac{U}{U_n}; \quad \alpha = \frac{f}{f_n}; \\ M &= \psi_d i_q - \psi_q i_d. \end{aligned}$$

При выводе уравнений (1) использовалась система относительных единиц. Допускалось, что скорость изменения частоты питающей сети значительно меньше скорости протекания переходных механических процессов (т. е. в любой момент времени является справедливым условие  $\alpha = \text{const}$ ).

Все индуктивные сопротивления, входящие в уравнения (1), определяются для базисной (номинальной) частоты питающей сети. Изменение частоты учитывается только коэффициентом  $\alpha$ .

Одним из основных вопросов частотного управления СРД является выбор закона регулирования напряжения в функции частоты питающей

сети [1]. Для того, чтобы обеспечить постоянную перегрузочную способность двигателя, работающего в широком диапазоне изменения скорости вращения при  $M_{ст} = \text{const}$ , необходимо найти зависимость  $\gamma$  в функции от параметров СРД и коэффициента  $\alpha$ . Эта зависимость может быть получена из следующих соображений.

Максимальный электромагнитный момент, развиваемый СРМ в синхронном режиме при напряжении питания  $U = \gamma U_H$  и частоте  $f = \alpha f_H$ , определяется выражением

$$M_m = \frac{\gamma^2 U_H^2 (x_d - x_q)}{2(\alpha^2 x_d^2 + r^2)^2} [\pm \sqrt{(\alpha^2 x_d^2 + r^2)(\alpha^2 x_q^2 + r^2)} - r\alpha(x_d - x_q)], \quad (2)$$

где знак (+) соответствует двигательному режиму работы, а знак (—) — генераторному.

Максимальный момент при номинальном режиме  $M_{mH}$  находится из выражения (2) подстановкой  $\gamma = \alpha = 1,0$ .

Тогда из равенства  $M_m = M_{mH}$  определяем

$$\gamma = \frac{1}{U_H} \sqrt{\frac{V(\alpha^2 x_d^2 + r^2)(\alpha^2 x_q^2 + r^2) + r\alpha(x_d - x_q)}{V(x_d^2 + r^2)(x_q^2 + r^2) + r(x_d - x_q)}} \quad (3)$$

Выражение (3) показывает, как необходимо регулировать напряжение, подводимое к СРД при изменении частоты, чтобы максимальный электромагнитный момент двигателя оставался постоянным и равным его значению в номинальном режиме.

На практике наиболее распространенным является изменение напряжения пропорционально частоте. Такое выражение получается из (3) подстановкой  $r = 0$ . В этом случае

$$\gamma = \alpha. \quad (4)$$

Нарушение статической устойчивости СРМ, работающих от сети с переменным напряжением и частотой при принятых допущениях, может быть двух видов.

При определенных соотношениях параметров и нагрузки возможно аperiodическое нарушение устойчивости или «сползание», которое характеризует собой предел статической перегружаемости машины.

В некоторых случаях работы возникают самовозбуждающиеся периодические колебания ротора. Такое нарушение статической устойчивости известно под названием самораскачивания.

Для того, чтобы определить возможности СРД при частотном управлении, а также спроектировать двигатели, работающие устойчиво при заданном изменении частоты, необходимо исследовать влияние частоты, а также различных параметров двигателей на возникновение самораскачивания. Для решения этой задачи достаточно рассмотреть устойчивость при малых возмущениях. Тогда аналитическое исследование статической устойчивости можно провести на основе линеаризованных уравнений.

При линеаризации уравнений полагаем, что вследствие малых гармонических колебаний ротора все переменные (кроме  $\alpha$  и  $\gamma$ ) получают приращения. Поэтому в исходные уравнения (1) необходимо произвести подстановку

$$\left. \begin{aligned} U_d &= U_{d0} + \Delta U_d; & U_q &= U_{q0} + \Delta U_q; \\ i_d &= i_{d0} + \Delta i_d; & i_q &= i_{q0} + \Delta i_q; \\ \psi_d &= \psi_{d0} + \Delta \psi_d; & \psi_q &= \psi_{q0} + \Delta \psi_q; \\ \theta &= \theta_0 + \Delta \theta; & p\theta &= p\Delta \theta, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где величины с индексом «О» характеризуют исходный установившийся режим; величины со значком «Δ» обусловлены малыми колебаниями ротора.

Подставляя (5) в (1), исключая члены, соответствующие установившемуся режиму работы, и пренебрегая произведениями приращений, линеаризованная в точке исходного режима работы система уравнений СРМ может быть представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} (\gamma U_n \cos \Theta_0 + x_q i_{q0} p) \Delta \Theta + [p x_d(p) + r] \Delta i_d - \alpha x_q(p) \Delta i_q &= 0; \\ (\gamma U_n \sin \Theta_0 - x_d i_{d0} p) \Delta \Theta + [p x_q(p) + r] \Delta i_q + \alpha x_d(p) \Delta i_d &= 0; \\ H p^2 \Delta \Theta + [x_d(p) - x_q] i_{q0} \Delta i_d + [x_d - x_q(p)] i_{d0} \Delta i_q &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Анализ устойчивости СРМ можно провести, решая уравнения (6). Составив и приравняв нулю определитель системы уравнений (6), после соответствующих преобразований получим характеристическое уравнение

$$a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= H T_d T_q x_d'' x_q''; \\ a_1 &= H [T_q x_q'' (T_d r + x_d) + T_d x_d'' (T_q r + x_q)]; \\ a_2 &= H [(r^2 + \alpha^2 x_d'' x_q'') T_d T_q + r(x_q + x_d'') T_d + r(x_d + x_q'') T_q + x_d x_q] + \\ &\quad + A x_q x_q'' T_q i_{q0}^2 + B x_d x_d'' T_d i_{d0}^2; \\ a_3 &= H [r^2 (T_d + T_q) + r(x_d + x_q) + \alpha^2 (x_d'' x_q T_d + x_d x_q'' T_q)] + \\ &\quad + \alpha (B x_d'' x_q T_d - A x_d x_q'' T_q) i_{d0} i_{q0} + A x_q'' T_q \gamma U_n \cos \Theta_0 i_{q0} - \\ &\quad - B x_d'' T_d \gamma U_n \sin \Theta_0 i_{d0} + [A (T_q r + x_q) - (x_d - x_q) x_q'' T_q] x_q i_{q0}^2 + \\ &\quad + [B (T_d r + x_d) + (x_d - x_q) x_d'' T_d] x_d i_{d0}^2; \\ a_4 &= H (r^2 + \alpha^2 x_d x_q) + \alpha B x_d'' T_d \gamma U_n \cos \Theta_0 i_{d0} + \alpha A x_q'' T_q \gamma U_n \sin \Theta_0 i_{q0} + \\ &\quad + \alpha [(B - A) x_d x_q + (x_d - x_q) (x_d'' x_q T_d + x_d x_q'' T_q)] i_{d0} i_{q0} + \\ &\quad + [A (T_q r + x_q) - (x_d - x_q) T_q x_q''] \gamma U_n \cos \Theta_0 i_{q0} + [A r - (x_d - x_q) \times \\ &\quad \times (T_q r + x_q)] x_q i_{q0}^2 - [B (T_d r + x_d) + (x_d - x_q) T_d x_d''] \gamma U_n \sin \Theta_0 i_{d0} + \\ &\quad + [B r + (x_d - x_q) (T_d r + x_d)] x_d i_{d0}^2; \\ a_5 &= \alpha [B x_d + (x_d - x_q) x_d'' T_d] \gamma U_n \cos \Theta_0 i_{d0} + 2\alpha (x_d - x_q) x_d x_q i_{d0} i_{q0} + \\ &\quad + \alpha [A x_q - (x_d - x_q) x_q'' T_q] \gamma U_n \sin \Theta_0 i_{q0} + r(x_d - x_q) (x_d i_{d0}^2 - x_q i_{q0}^2) + \\ &\quad + [A r - (x_d - x_q) (T_q r + x_q)] \gamma U_n \cos \Theta_0 i_{q0} - [B r + (x_d - x_q) \times \\ &\quad \times (T_d r + x_d)] \gamma U_n \sin \Theta_0 i_{d0}; \\ a_6 &= (x_d - x_q) \gamma U_n [\alpha x_d \cos \Theta_0 - r \sin \Theta_0] i_{d0} - (\alpha x_q \sin \Theta_0 + r \cos \Theta_0) i_{q0}; \\ A &= (x_q - x_d'') T_d; \quad B = (x_d - x_q'') T_q. \\ i_{d0} &= \frac{\alpha x_q \cos \Theta_0 - r \sin \Theta_0}{\alpha^2 x_d x_q + r^2} \gamma U_n; \\ i_{q0} &= \frac{\alpha x_d \sin \Theta_0 + r \cos \Theta_0}{\alpha^2 x_d x_q + r^2} \gamma U_n. \end{aligned} \quad (8)$$

В предыдущих уравнениях величина нагрузки определяется углом  $\Theta_0$ . С физической точки зрения более правильно нагрузку определять уг-

лом между осью полюса ротора и осью намагничивающей силы обмотки статора  $\beta_0$  [2]. В том случае, когда устойчивость рассчитывается при заданном значении угла  $\beta_0$ , в уравнениях (7) и (8) угол  $\Theta_0$  определяется из формулы

$$\operatorname{tg} \Theta_0 = \frac{\alpha x_q \sin \beta_0 - r \cos \beta_0}{\alpha x_d \cos \beta_0 + r \sin \beta_0}. \quad (9)$$

Области устойчивой и неустойчивой работы линеаризованной системы уравнений могут быть определены из анализа корней характеристического уравнения. Практически при определении границ области статической устойчивости целесообразно пользоваться специальными критериями, дающими возможность определить устойчивость системы, не прибегая к вычислению корней характеристического уравнения. При исследовании СРМ удобнее пользоваться критерием Рауса из-за единообразия вычислений. Кроме того, его применение позволяет достаточно просто рассчитать границы устойчивости на ЦВМ.

Критерий Рауса для уравнения (7) можно записать в виде табл. 1.

Таблица 1

$a_0$	$a_2$	$a_4$	$a_6$
$a_1$	$a_3$	$a_5$	
$c_{13} = a_2 - \frac{a_0}{a_1} a_3$	$c_{23} = a_4 - \frac{a_0}{a_1} a_5$	$a_6$	
$c_{14} = a_3 - \frac{a_1}{c_{13}} c_{23}$	$c_{24} = a_5 - \frac{a_1}{c_{13}} a_6$		
$c_{15} = c_{23} - \frac{c_{13}}{c_{14}} c_{24}$	$a_6$		
$c_{16} = c_{24} - \frac{c_{14}}{c_{15}} a_6$			
$a_6$			

Система, соответствующая характеристическому уравнению (7), устойчива в случаях, когда коэффициенты первого столбца таблицы Рауса положительны. Если хотя бы один из этих коэффициентов станет отрицательным, устойчивая работа СРМ нарушается. Следовательно, граница устойчивой работы СРМ будет соответствовать тем значениям параметров, входящих в уравнение (7), при которых один из коэффициентов первого столбца табл. 1 обращается в нуль.

Границы устойчивой работы СРМ при переменной частоте питающей сети целесообразно находить в виде зависимости  $M = f(\alpha)$ .

Электромагнитный момент в установившемся синхронном режиме определяется выражением

$$M = (x_d - x_q) i_{d0} i_{q0}, \quad (10)$$

а коэффициент  $\alpha$  является независимой переменной. Коэффициент  $\gamma$  рассчитывается по формуле (3).

Расчет границ статической устойчивости СРМ выполняется в плоскости двух параметров  $\beta_0$  и  $\alpha$ , при этом все другие параметры машины принимаются известными и постоянными. При заданных значениях  $\beta_0$  и  $\alpha$  рассчитываются коэффициенты табл. 1. Изменяя  $\alpha$  при  $\beta_0 = \text{const}$ , расчеты повторяют до тех пор, пока один из коэффициентов первого столбца таблицы не изменит знак. При этом возможны два случая.

Раньше всех переходит через нуль и становится отрицательным  $a_6$ . Это говорит о том, что найдена граничная точка сползания [2]. Если первым переходит через нуль коэффициент  $c_{16}$ , то это характеризует переход через границу самораскачивания. Возможно, что первым изменит знак коэффициент  $c_{15}$  или  $c_{14}$ . Это значит, что шаг изменения  $\alpha$  выбран большим и его необходимо уменьшить.

При практических расчетах границу сползания в координатах  $M$  и  $\alpha$  проще определять при помощи уравнения (2), так как максимальное значение момента характеризует предел статической перегружаемости машины. Граница самораскачивания определяется по критерию Рауса описанным выше методом. Расчет начинается при значении угла  $\beta_0 = 0$ , что соответствует идеальному холостому ходу СРМ, а  $\alpha$  уменьшается от 1,0 до тех пор, пока не определятся две точки перехода через границу самораскачивания (рис. 1). Для точек перехода через границу самораскачивания электромагнитный момент определяется из уравнения

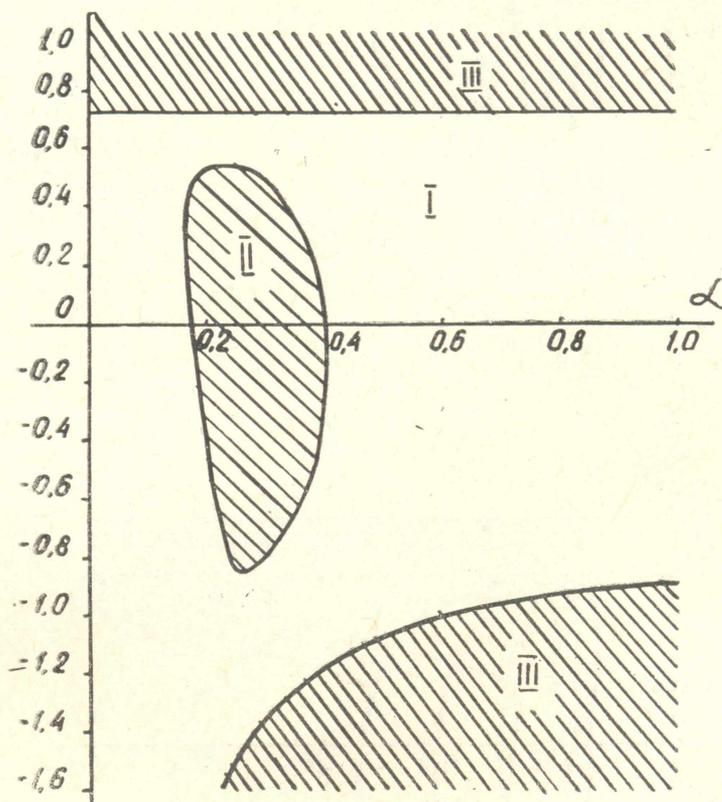


Рис. 1. Область устойчивой и неустойчивой работы СРМ: I — область устойчивой работы; II — область самораскачивания; III — область сползания

(10). Задаваясь различными значениями  $\beta_0$ , расчеты повторяются. Шаг изменения  $\alpha$  и  $\beta$  при расчетах должен быть достаточно малым, чтобы область устойчивой работы находилась достаточно точно. Все расчеты устойчивости, результаты которых приведены в настоящей статье, выполнялись на цифровой вычислительной машине «Минск-1».

В том случае, когда параметры СРМ постоянны, они принимались равными следующим значениям:  $x_d = 2,5$ ;  $x_q = 0,5$ ;  $r = 0,06$ ;  $T_d = 48$  эл. сек.;  $T_q = 12$  эл. сек.;  $x_d'' = 0,2$ ;  $x_q'' = 0,2$ ;  $H = 100$  эл. сек.;  $U_n = 1,0$ . Области устойчивой и неустойчивой работы СРМ, имеющей такие параметры, представлены на рис. 1. Из этого рисунка следует, что при уменьшении частоты питающей сети (уменьшении  $\alpha$ ) макси-

мальный момент в режиме двигателя остается постоянным. В области частот, соответствующих  $\alpha = 0,17 \div 0,40$ , возникает самораскачивание. С возрастанием нагрузки возможность возникновения самораскачива-

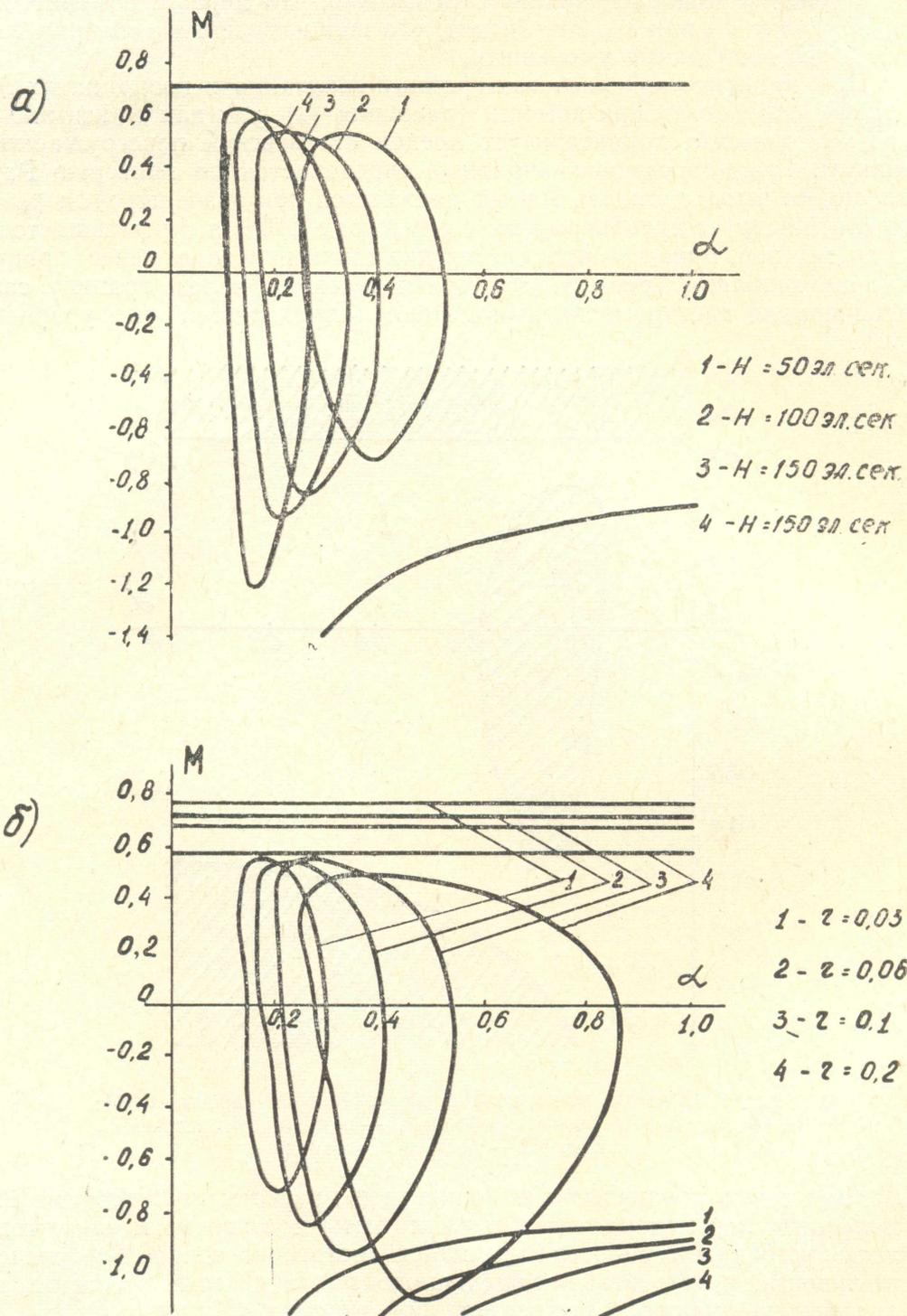


Рис. 2. Границы области устойчивой работы СРМ: а) при различных значениях механической постоянной  $H$ ; б) при различных значениях активного сопротивления в цепи обмотки статора  $r$

ния уменьшается. При значениях момента на валу, равных  $M = (0,75 \div 1,0)M_m$ , СРД работает устойчиво во всем диапазоне, изменения частоты от  $f_n$  до нуля.

Существенное влияние на границы области самораскачивания оказывает величина момента инерции вращающихся масс. На рис. 2, а представлены границы устойчивой работы при изменении механической постоянной  $H$ . Из приведенных кривых видно, что с уменьшением момента инерции вращающихся масс область самораскачивания расширяется и смещается в сторону больших частот.

В СРМ так же, как и в синхронных машинах, самораскачивание обусловлено наличием активного сопротивления в цепи обмотки статора. Границы устойчивой работы, рассчитанные при различных значениях  $r$ , приведены на рис. 2, б. Из рисунка видно, что увеличение  $r$  существенно расширяет область частот, при которых возникает самораскачивание. При некоторых значениях  $r$  устойчивая работа СРМ становится

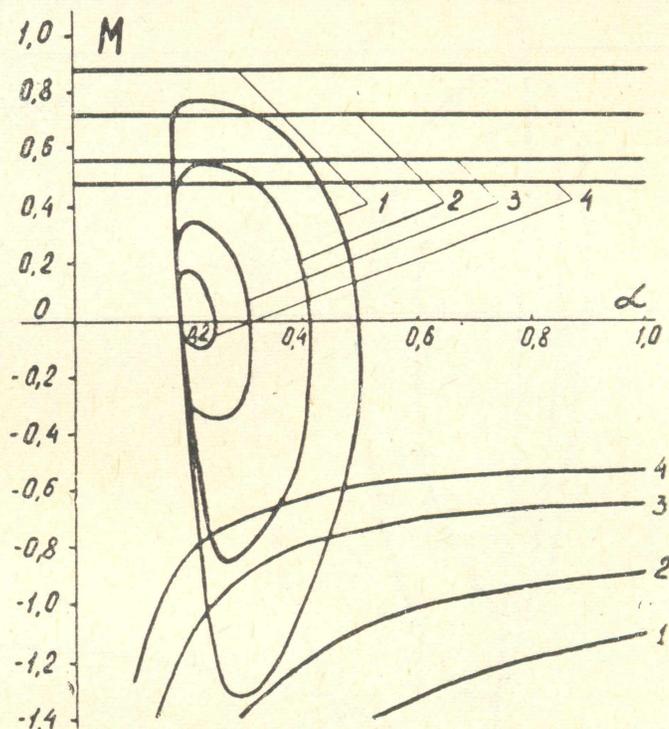


Рис. 3. Границы устойчивой работы СРМ при различных отношениях

$$\frac{x_d}{x_q} \text{ и } x_d = \text{const:}$$

$$1 - \frac{x_d}{x_q} = 6,0; \quad 2 - \frac{x_d}{x_q} = 5,0; \quad 3 - \frac{x_d}{x_q} = 4,0;$$

$$4 - \frac{x_d}{x_q} = 3,5$$

ся невозможной уже при номинальной частоте. Следовательно, для расширения области устойчивой работы СРД необходимо проектировать с минимально возможным значением активного сопротивления обмотки статора.

Большое влияние на область устойчивой работы оказывают значения синхронных индуктивных сопротивлений  $x_d$ ,  $x_q$  и их отношение (рис. 3, 4). Как известно, отношение  $\frac{x_d}{x_q}$  определяется конструкцией

ротора. В настоящее время наблюдается тенденция путем усовершенствования конструкции ротора создавать СРД с повышенным отноше-

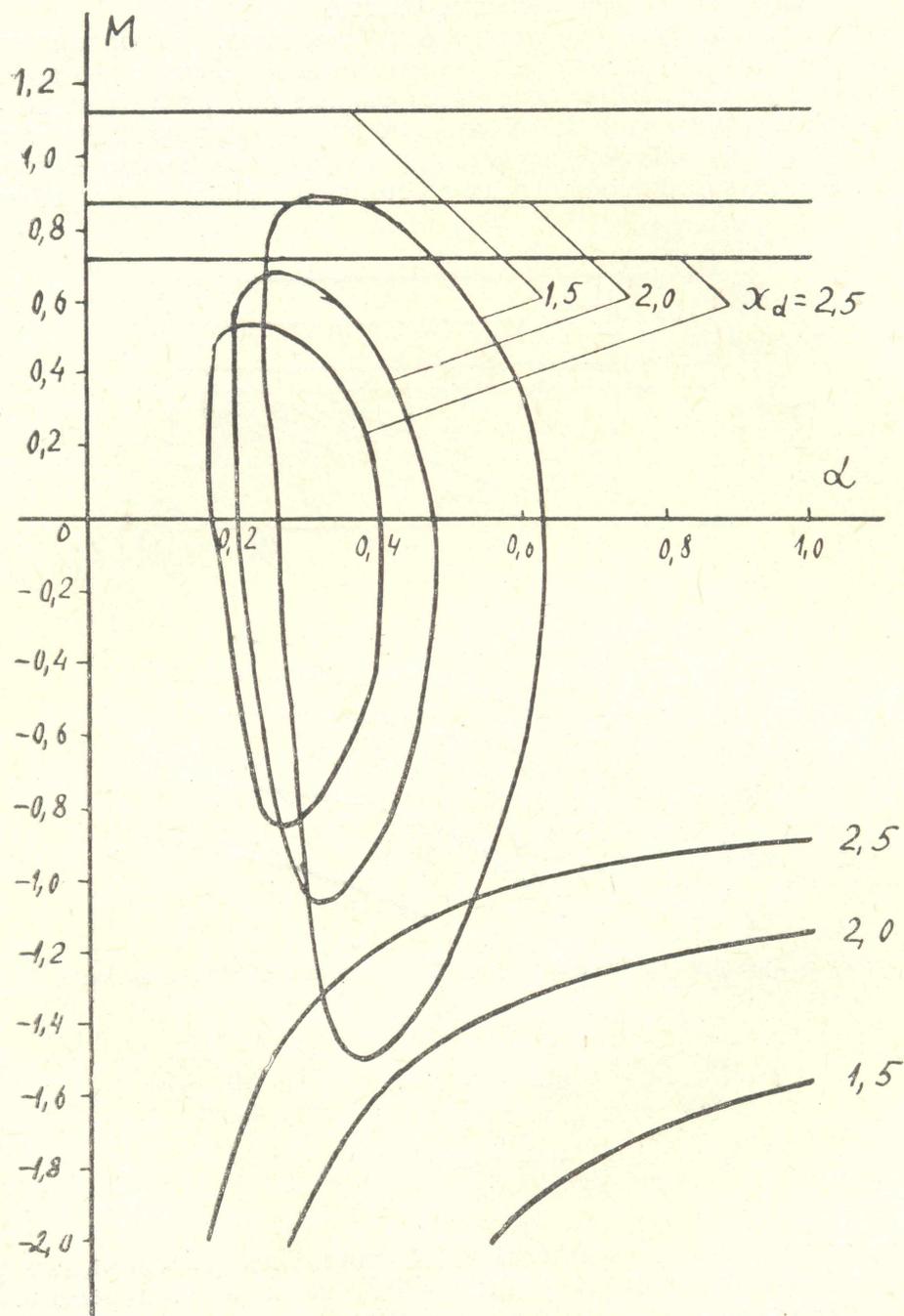


Рис. 4. Границы устойчивости работы СРМ при различных значениях  $x_d$  и постоянном отношении  $\frac{x_d}{x_q} = 5,0$ .

нием  $\frac{x_d}{x_q}$  и, следовательно, с улучшенными энергетическими показателями. Из рис. 3 видно, что с увеличением отношения  $\frac{x_d}{x_q}$  область самораскачивания увеличивается. При  $\frac{x_d}{x_q} = 3,0$  и принятых значениях параметров самораскачивание не возникает. Границы области устойчи-

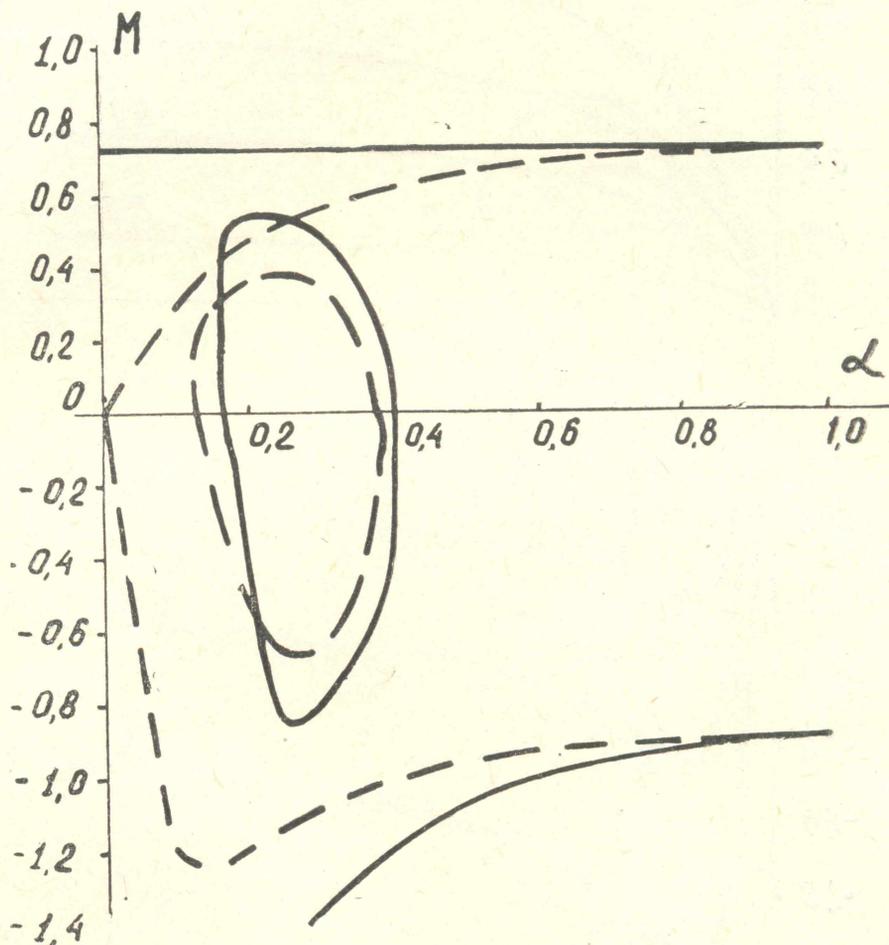


Рис. 5. Границы области устойчивой работы при различных законах регулирования напряжения в функции частоты питающей сети. Сплошные кривые рассчитаны с учетом выражения (3); пунктирные — с учетом равенства (4)

вой работы при постоянном отношении  $\frac{x_d}{x_q} = 5,0$  и различных значениях

$x_d$  приведены на рис. 4. Из этих кривых следует, что с уменьшением  $x$  область самораскачивания расширяется. Значения синхронных индуктивных сопротивлений обратно пропорциональны величине воздушного зазора. Следовательно, с увеличением воздушного зазора область самораскачивания расширяется. Из рассмотренных данных можно сделать вывод, что изменения конструкции ротора, направленные на увеличение максимальной мощности СРД, приводят к расширению области самораскачивания.

Границы области устойчивой работы зависят также от закона регулирования напряжения в функции частоты питающей сети, как это

следует из рис. 5. Расчеты показали, что не только закон изменения напряжения, но и величина  $U_H$  оказывают существенное влияние на область устойчивой работы СРМ. Для подтверждения этого на рис. 6 приведены границы области устойчивости при различных значениях  $U_H$ ,

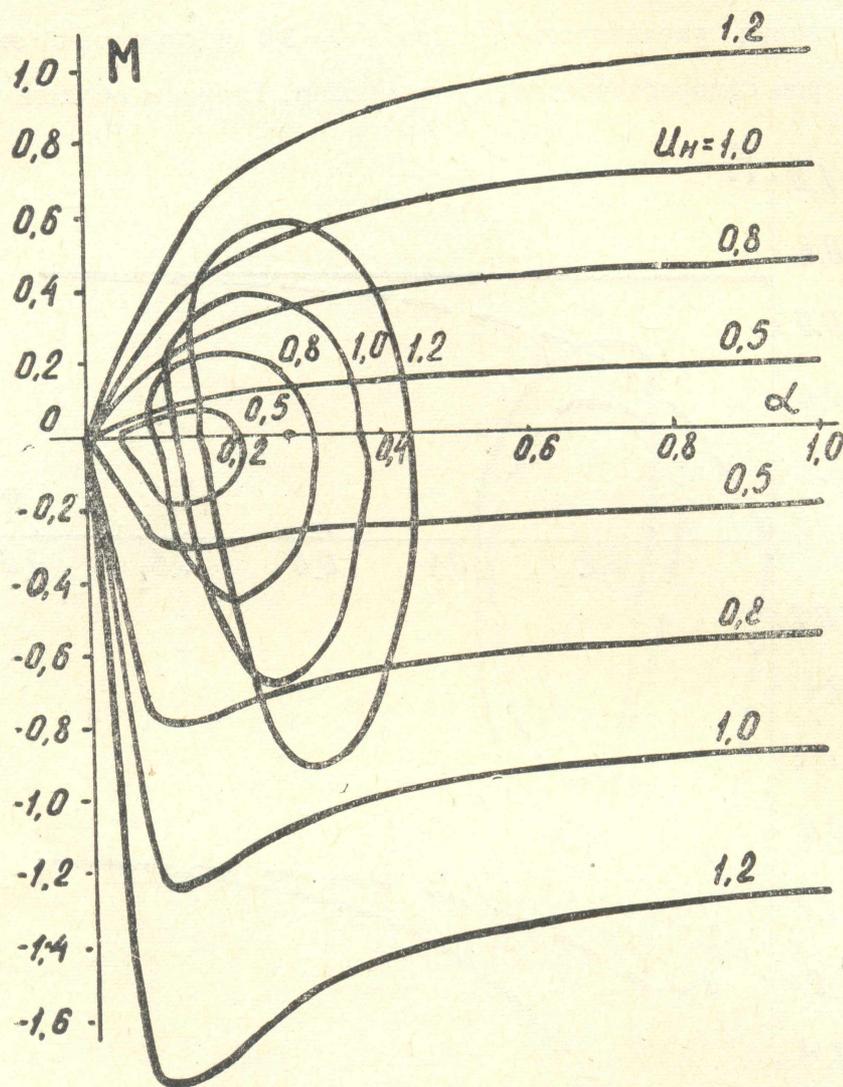


Рис. 6. Границы устойчивой работы, рассчитанные при различных  $U_H$  и изменении напряжения прямо пропорционально частоте.

рассчитанные при условии, что напряжение изменяется прямо пропорционально частоте. Анализ влияния величины напряжения на область устойчивой работы говорит о том, что соответствующим изменением напряжения можно обеспечить устойчивую работу СРД во всем диапазоне регулирования частоты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. М. Берлин, Б. А. Егоров, В. Д. Кулик, И. С. Косырев: Системы частотного управления синхронно-реактивными двигателями. «Энергия», 1968.
2. Е. В. Кононенко, Статистическая устойчивость синхронных реактивных машин; «Электричество», 1967, № 10.