

УХОДЫ ОДНООСНОГО ПОПЛАВКОВОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА НА КАЧАЮЩЕМСЯ ОСНОВАНИИ

А. М. МАЛЫШЕНКО

(Представлена научным семинаром
кафедры автоматики и телемеханики)

В данной статье анализируются уходы одноосного поплавкового гиросtabilизатора, установленного на основании, совершающем колебания с малыми амплитудами углов α_i , при которых

$$\sin \alpha_i \simeq \alpha_i; \quad \cos \alpha_i \simeq 1.$$

Подобная ситуация имеет место, в частности, в гиросtabilизированных платформах со следящими системами, использующих одноосные гиросtabilизаторы в качестве опорных датчиков положения.

Если связать с основанием, на котором установлен гиросtabilизатор, правый ортогональный трехгранник осей $x y z$ и ориентировать гиросtabilизатор так, как это указано на рис. 1, то движения гиросtabilизатора можно описать совокупностью усеченных дифференциальных уравнений

$$H\ddot{\epsilon} - H\Omega_x \dot{\theta} = -H\Omega_y + M_{MK} - M_{bb}; \quad (1)$$

$$H\ddot{\theta} + \mu\dot{\epsilon} + H\Omega_x \epsilon = -H\Omega_z + M_y + M_{eb}. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) приняты следующие обозначения:

θ — угол поворота наружного кольца (корпуса) гиросtabilизатора относительно основания;

ϵ — угол поворота наружного кольца гиросtabilизатора относительно внутреннего (поплавка);

H — собственный кинетический момент гироскопа;

μ — коэффициент вязкого трения между поплавком и корпусом гироскопа;

$\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — проекции абсолютной угловой скорости основания соответственно на оси x, y, z ;

M_{bb}, M_{MK} — моменты вредных сил по наружной и внутренней осям подвеса гироскопа;

M_y — управляющий момент;

M_{MK} — момент межрамочной коррекции гиросtabilизатора.

В дальнейшем полагаем, что

$$M_y \equiv 0;$$

$$M_{MK} = -k\epsilon,$$

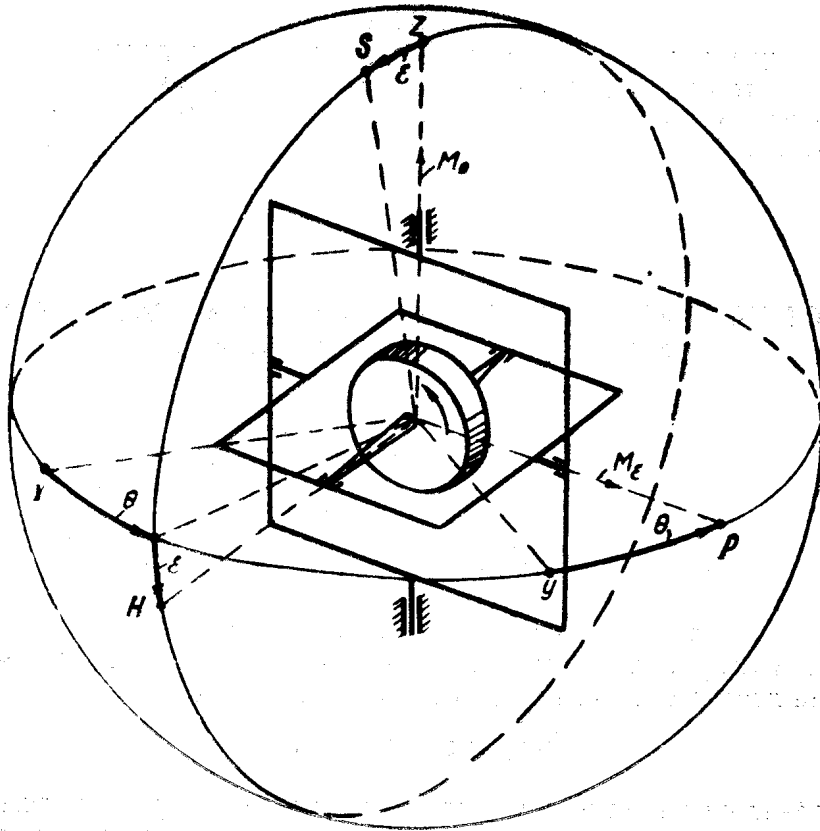


Рис. 1

где k — коэффициент передачи цепи межрамочной коррекции.

При этих условиях уравнения (1) и (2) запишутся в виде:

$$H\dot{\epsilon} + k\epsilon - H\Omega_x\theta = -H\Omega_y - M_{\theta b}; \quad (3)$$

$$H\dot{\theta} + \mu\epsilon + H\Omega_x\epsilon = -H\Omega_z + M_{\epsilon b}. \quad (4)$$

Для определения скорости ухода гиросtabilизатора в инерциальном пространстве $\Omega_z + \dot{\theta}$ перейдем от системы уравнений (3) и (4) к интегральному уравнению

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) = & -\Omega_z(t) + \frac{1}{H} M_{\epsilon b}(t) + \frac{\mu}{H^2} M_{\theta b}(t) + \frac{\mu}{H} [\Omega_y(t) - \\ & - \Omega_x(t) \int_0^t \dot{\theta}(t_1) dt_1] - \left[\frac{\mu k}{H^2} - \Omega_x(t) \right] \left\{ \epsilon_0 e^{-\frac{t}{T}} - \right. \\ & - \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} \left[\Omega_y(t_1) + \frac{1}{H} M_{\theta b}(t_1) + \Omega_x(t_1) \times \right. \\ & \left. \left. \times \int_0^{t_1} \dot{\theta}(t_2) dt_2 \right] dt_1 \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь постоянная времени

$$T = \frac{H}{k}. \quad (6)$$

Уравнение (5) позволяет методом последовательных приближений анализировать движения гиросtabilизатора при любых угловых колебаниях основания с частотами, меньшими собственной частоты гиросtabilизатора.

Если предположить, что

$$\Omega_i(t) = \Omega_{im} \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad i = x, y, z; \quad (7)$$

$$M_\varepsilon = M_{\varepsilon 0} + M_{\varepsilon m} \sin(\omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon); \quad (8)$$

$$M_\theta = M_{\theta 0} + M_{\theta m} \sin(\omega_\theta t + \varphi_\theta), \quad (9)$$

то в установившемся режиме работы скорость ухода гиросtabilизатора согласно (5) будет равна в первом приближении

$$\begin{aligned} \Omega(t) = \Omega_z(t) + \dot{\theta}(t) = & \frac{M_{\varepsilon 0}}{H} + \frac{M_{\varepsilon m}}{H} \sin(\omega_\varepsilon t + \varphi_\varepsilon) + \\ & + \frac{\mu}{k} M_{\theta m} \sin(\omega_\theta t + \varphi_\theta) + \frac{M_{\varepsilon 0}}{H} \Omega_{xm} \sin(\omega_x t + \varphi_x) + \\ & + \frac{\mu}{H} \Omega_{ym} \sin(\omega_y t + \varphi_y) + \left[\frac{\mu k}{H^2} - \Omega_{xm} \sin(\omega_x t + \varphi_x) \right] + \\ & + \frac{M_{\theta m}}{\sqrt{1 + T^2 \omega_\theta^2}} \sin(\omega_\theta t + \varphi_\theta + \psi_\theta) + \frac{\Omega_{ym} T}{\sqrt{1 + T^2 \omega_y^2}} \sin(\omega_y t + \varphi_y + \psi_y), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\psi_\theta = \arctg(-\omega_\theta T); \quad (11)$$

$$\psi_y = \arctg(-\omega_y T). \quad (12)$$

На основании (10) можно заключить, что при отсутствии постоянных моментов $M_{\varepsilon 0}$ по оси прецессии и неравенстве между собой круговых частот изменения вредных моментов и проекций угловой скорости основания на оси x, y, z систематический уход гиросtabilизатора отсутствует.

При $M_{\varepsilon 0} = 0$ систематический уход гиросtabilизатора может возникнуть лишь при наличии равнопериодических составляющих гармоник колебаний Ω_x и одной из переменных Ω_y, M_θ или всех трех одновременно. Скорость систематического ухода в последнем случае будет приближенно равна:

$$\begin{aligned} \Omega_c(t) = & - \frac{T}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \Omega_{xm} \Omega_{ym} \cos(\varphi_x - \varphi_y - \psi) - \\ & - \frac{\Omega_{xm} M_{\theta m}}{2k \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \cos(\varphi_x - \varphi_M - \psi), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\psi = \arctg(-\omega T), \quad (14)$$

ω — круговая частота колебаний.

При необходимости уточнения величины скорости ухода гиросtabilизатора следует, воспользовавшись методом последовательных подстановок, подставить найденное по первому приближению значение скорости ухода в исходное уравнение (5). Практически, при оценке скорости ухода гиросtabilизатора можно ограничиться решением (10), так как последующие приближения $\Omega_i(t)$, как показывает решение задачи на аналоговой модели, мало отличается от значения $\Omega_1(t)$.

В моменте внешних сил, действующих на наружное кольцо подвеса гироскопа, при тщательной балансировке последнего превалирует момент сил сухого трения. Анализ влияния сухого трения на систематический уход одноосного гиросtabilизатора проводится ниже для случая, когда гиросtabilизатор установлен на платформе в трехстепенном кардановом подвесе и кольца последнего поворачиваются на малые углы α , β , γ .

При аппроксимации характеристики сухого трения по оси стабилизации функцией вида

$$M = M_T \operatorname{sign} \dot{\theta} \quad (15)$$

и допущении, что

$$\varepsilon_0 = 0; \quad M_{\varepsilon 0} = 0; \quad M_{MK} = -k\varepsilon,$$

усеченные уравнения движения гиросtabilизатора принимают вид:

$$H\Omega_x \dot{\theta} + H\dot{\varepsilon} - k\varepsilon = H\Omega_y - M_T \operatorname{sign} \dot{\theta}; \quad (16)$$

$$H\dot{\theta} + \mu \dot{\varepsilon} + H\Omega_x \varepsilon = -H\Omega_z. \quad (17)$$

Ограничимся частным случаем движения основания, когда

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi_\alpha); \quad (18)$$

$$\beta = \beta_m \sin(\omega t + \varphi_\beta). \quad (19)$$

Воспользовавшись ранее полученным уравнением (5) для данного частного случая, получим следующее выражение для $\dot{\theta}$ без учета членов второго и более высоких порядков малости:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) = & \alpha_m \beta_m \omega \cos(\omega t + \varphi_\alpha) \cdot \sin(\omega t + \varphi_\beta) - \frac{\mu}{H^2} M_T \operatorname{sign} \dot{\theta} + \\ & + \frac{\mu}{H} \beta_m \omega \cos(\omega t + \varphi_\beta) + \left[\frac{\mu k}{H} - \alpha_m \omega \cos(\omega t + \varphi_\alpha) \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{H} \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} M_T \operatorname{sign} \dot{\theta} \cdot dt - \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} \beta_m \omega \cos(\omega t + \varphi_\beta) dt_1 \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

На основании (17) можно считать, что при принятых условиях

$$\operatorname{sign} \dot{\theta} \simeq -\operatorname{sign} \dot{\varepsilon},$$

так как практически

$$\dot{\varepsilon} \gg \frac{H}{\mu} \Omega_x \varepsilon.$$

При допущении, что

$$\frac{M_\theta}{H} \ll \Omega_{ym},$$

установившееся значение скорости прецессии $\dot{\varepsilon}$ гиросtabilизатора равно

$$\dot{\varepsilon} \simeq -\frac{\omega^2 T}{\sqrt{1+T^2 \omega^2}} \beta_m \sin(\omega t + \varphi_\beta + \psi). \quad (21)$$

Здесь, как и ранее,

$$\psi = \operatorname{arctg}(-\omega T).$$

Таким образом, при принятом режиме колебаний основания

$$\text{sign} \dot{\theta} = \text{sign} [\sin (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi)]. \quad (22)$$

Если разложить эту периодическую функцию в тригонометрический ряд

$$\text{sign} [\sin (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi)] = \frac{4}{\pi} \left[\sin (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi) + \frac{\sin (3\omega t + \varphi_{\beta} + \psi)}{3} + \dots \right]$$

и ограничиться лишь первой его составляющей, то будем иметь

$$\text{sign} \dot{\theta} \simeq \frac{4}{\pi} \sin (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi). \quad (23)$$

После подстановки (23) в (20) и интегрирования получаем установившееся значение скорости ухода гиросtabilизатора

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) = & \alpha_m \beta_m \cos (\omega t + \varphi_{\alpha}) \cdot \sin (\omega t + \varphi_{\beta}) - \frac{4\mu}{\pi H^2} M_T \sin (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi) + \\ & + \frac{\mu}{H} \beta_m \omega \cos (\omega t + \varphi_{\beta}) + \left[\frac{\mu k}{H^2} - \alpha_m \omega \cos (\omega t + \varphi_{\alpha}) \right] \times \\ & \times \left[\frac{4 M_T}{\pi k \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \sin (\omega t + \varphi_{\beta} + 2\psi) - \frac{\omega T \beta_m}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \cos (\omega t + \varphi_{\beta} + \psi) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Постоянная составляющая скорости относительного движения гиросtabilизатора при этом равна

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_c = & -\frac{1}{2} \alpha_m \beta_m \omega \sin (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta}) + \frac{\omega^2 T}{2 \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \alpha_m \beta_m \cos (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta} - \psi) + \\ & + \frac{2 \alpha_m \omega M_T}{\pi k \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \sin (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta} - 2\psi), \end{aligned} \quad (25)$$

а скорость ухода в инерциальном пространстве

$$\begin{aligned} \Omega_c = \Omega_z + \dot{\theta} = & \frac{\omega^2 T}{2 \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \alpha_m \beta_m \cos (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta} - \psi) + \\ & + \frac{2 M_T \omega \alpha_m}{\pi k \sqrt{1 + T^2 \omega^2}} \sin (\varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta} - 2\psi). \end{aligned} \quad (26)$$

При одновременных колебаниях платформы вокруг трех осей карданова подвеса с примерно одинаковыми пределами изменения углов колебаний α , β , γ и достаточно высоком коэффициенте усиления цепи межрамочной коррекции гиросtabilизатора

$$\text{sign} \dot{\theta} \simeq -\text{sign} \dot{\gamma}.$$

Если при этом углы α и β изменяются согласно (18) и (19), а

$$\gamma = \gamma_m \sin (\omega t + \varphi_{\gamma}),$$

то дополнительная составляющая скорости систематического ухода гиросtabilизатора, обусловленная сухим трением по оси наружной рамки, приближенно равна величине

$$\Omega_M = \frac{2\alpha_m M_T}{\pi k \sqrt{1+T^2 \omega^2}} \cos(\varphi_\alpha - \varphi_\gamma - \psi). \quad (27)$$

При случайном характере колебаний основания гиросtabilизатора и моментов вредных сил по осям его подвеса математическое ожидание скорости ухода гиросtabilизатора согласно (5) равно в первом приближении

$$\begin{aligned} m_\Omega(t) = & \frac{1}{H} m_\varepsilon(t) + \frac{\mu}{H^2} m_{M_\theta}(t) + \frac{\mu}{H} m_{\Omega_y}(t) - \\ & - \frac{\mu k}{H^3} \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} m_{M_\theta}(t_1) dt_1 + \frac{1}{H} \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} [R_{\Omega_x M_\theta}(t, t_1) + \\ & + m_{\Omega_x}(t_1) \cdot m_{M_\theta}(t_1)] dt_1 - \frac{\mu k}{H^2} \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} [R_{\Omega_x \Omega_y}(t, t_1) + \\ & + m_{\Omega_x}(t_1) \cdot m_{\Omega_y}(t_1)] dt_1. \end{aligned} \quad (28)$$

Если предположить, что колебания основания и моменты вредных сил — стационарные случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями, то

$$m_\Omega(t) = \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} [R_{\Omega_x \Omega_y}(t, t_1) + \frac{1}{H} R_{\Omega_x M_\theta}(t, t_1)] dt_1. \quad (29)$$

В формулах (28) и (29) знак $m_i(t)$ обозначает математическое ожидание i -го процесса, а $R_{ij}(t, t_1)$ — взаимную корреляционную функцию i -го и j -го процессов.

Уточнение величины математического ожидания скорости ухода гиросtabilизатора на основании второго приближенного решения уравнений движения для вышеуказанных режимов возмущений приводит к следующему выражению для $m_\Omega(t)$:

$$\begin{aligned} m_\Omega(t) = & \int_0^t e^{\frac{t_1-t}{T}} \left[R_{\Omega_x \Omega_y}(t, t_1) + \frac{1}{H} R_{\Omega_x M_\theta}(t, t_1) \right] dt_1 - \\ & - \frac{\mu^2 k}{H^3} \int_0^t \left[\frac{1}{H} R_{\Omega_x M_\varepsilon}(t, t_1) + \frac{\mu}{H^2} R_{\Omega_x M_\theta}(t, t_1) + \frac{\mu}{H} R_{\Omega_x \Omega_y}(t, t_1) - \right. \\ & \left. - R_{\Omega_x \Omega_z}(t, t_1) \right] dt_1. \end{aligned} \quad (30)$$

Отсюда можно заключить, что при принятых условиях систематические уходы гиросtabilизатора будут иметь место в тех случаях, когда его основание подвержено угловым колебаниям вокруг оси x и одновременно коррелированным угловым колебаниям вокруг осей y или z , или когда одновременно с Ω_x на гиросtabilизатор воздействуют коррелированные с Ω_x моменты вредных сил M_θ или M_ε .