УДК 536.46

НАПРЯЖЕНИЯ В ЗОНЕ РЕАКЦИИ В ПРОЦЕССЕ СОЕДИНЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИНТЕЗА В ТВЕРДОЙ ФАЗЕ

А.А. Чащина, А.Г. Князева

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск E-mail: anya_chashina@mail.ru

Предложена модель соединения материалов с использованием синтеза в твердой фазе и проведена оценка напряжений, возникающих в зоне реакции в процессе соединения материалов в условиях однородного прогрева рассматриваемого образца или поджигания с торца. Результаты численного расчета показали, что теплофизические свойства соединяемых материалов и соединительного состава существенно влияют на качественную картину развития процесса.

При соединении металлических и неметаллических материалов с использованием синтеза в твердой фазе, например, в процессе термитной сварки, возникает проблема выбора условий, обеспечивающих нужный режим синтеза. Соединение материалов можно осуществить в разных режимах, зависящих от технологических условий. При математическом моделировании технологического процесса условия эксперимента определяют симметрию и краевые условия. В соответствии с начальными и граничными условиями можно сформулировать различные задачи о соединении материалов: залачу о тепловом взрыве в толстостенном сосуде [1] и задачу о распространении фронта экзотермической реакции в узком слое между двумя инертными материалами [2].

Подробное численное исследование [1–4] показало, что при соединении материалов с использованием синтеза в твердой фазе реализуются различные режимы превращения. В задаче о тепловом взрыве в толстостенном сосуде численно исследованы характеристики режимов превращения в зависимости от параметров модели. В общем случае критические условия и время воспламенения зависят от размеров соединяемых материалов и толщины слоя реакционной смеси, от теплофизических параметров инертного материала и реагента, а также от формально – кинетических параметров суммарной химической реакции. Управление температурой синтеза возможно за счет подбора соединительного состава, доли и типа инертного наполнителя в нем. Добавление в состав смеси инертного наполнителя позволяет реализовывать режим синтеза при заданной температуре. Дополнительная возможность снижения температуры синтеза появляется при использовании инертного наполнителя с низкой температурой плавления. Роль плавления инертного наполнителя в соединительной смеси может быть существенной: от задержки воспламенения до смены механизма его влияния на воспламенение. Обнаружено, что, как без учета плавления, так и с ним, существует область параметров модели, где синтез осуществляется практически при заданной температуре. Время превращения в таком режиме на 1–3 порядка больше, чем в режиме теплового взрыва.

С использованием метода малых возмущений в [5] показано, что доля инертного наполнителя не влияет на устойчивость стационарных режимов превращения при соединении материалов. Но, варьируя теплофизические свойства наполнителя (что в реальной ситуации соответствует замене одного наполнителя другим), можно добиться снижения температуры синтеза соединительного шва, требуемого практикой.

При численном исследовании задачи о распространении фронта экзотермической реакции в узком слое между двумя инертными пластинами показано, что реализуются различные стационарные и нестационарные режимы превращения. В этом случае режимы превращения можно регулировать за счет варьирования теплофизических свойств материалов. Численное исследование задачи с импульсным внешним источником показало [4], что в такой системе наблюдаются самоподдерживающиеся режимы превращения. Скорость распространения фронта зависит от соотношения теплофизических свойств разных материалов и от параметров, характеризующих реакцию. Обнаружено, что самоподдерживающиеся режимы реализуются в более широкой области параметров, чем это следует из классических представлений, что связано с влиянием соединяемых материалов.

Особую роль в макрокинетике химических реакций, протекающих в твердой фазе, играют напряжения и деформации. Высокие температуры, достигаемые в зоне реакции часто нежелательны, поскольку сопровождаются большими термическими напряжениями, приводящими к нежелательным последствиям и неустойчивости режимов превращения. Поэтому при моделировании технологического процесса дополнительно к изучению режимов протекания реакций, следует проводить оценку напряжений в ходе превращения, что и является целью настоящей работы.

1. Общая постановка задачи

Напряжения, сопровождающие реакцию в прогретом слое, могут быть различных типов: термические, концентрационные, (диффузионные, химические, фазовые, структурные). Термические напряжения возникают в зоне реакции вследствие наличия высоких градиентов температур. Концентрационные напряжения в общем случае связаны с реальным распределением концентраций реагентов и продуктов и меняются в результате физикохимических превращений. Структурные напряжения часто связывают с изменением пористости или с появлением системы трещин. В химически реагирующей системе фазовые, химические и структурные изменения связаны непосредственно с изменением температуры. Поэтому термическим напряжениям отводится наибольшее внимание.

Рассмотрим модель возбуждения химической реакции, протекающей в слое между двумя инертными материалами, с учетом напряжений, возникающих в прогретом слое. Пусть в узком слое между двумя инертными пластинами конечной толщины помещено реагирующее вещество в смеси с инертным наполнителем, способное к экзотермическому превращению. Полагаем, что механические свойства соединительного состава и инертных стенок близки (что и требуется получить в результате синтеза). Учет инертного наполнителя в соединительной смеси представляет отдельный интерес и является специальной задачей.



Рис. 1. Иллюстрация к общей постановке задачи



Рис. 2. К постановке задачи о тепловом взрыве: 1) реагирующая смесь, 2) инертные стенки

В общем случае система уравнений, описывающих задачу о возбуждении реакции в слое между инертными материалами, включает уравнение теплопроводности для реагирующего вещества:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right) + Q_0 k_0 \varphi_1(y) \varphi_2(T); (1)$$

уравнение теплопроводности для инертных материалов:

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} \right);$$
(2)

уравнение химической кинетики для реакции, которую можно описать схемой:

$$A \rightarrow B,$$
 (3)

где *А* – суммарный реагент, *В* – суммарный продукт реакции:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = k_0 (1-a) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right); \tag{4}$$

и уравнения равновесия:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \tag{5}$$

где c_i, ρ_i, λ_i — теплоемкости, плотности и теплопроводности веществ, T_i — температура, (индекс 1 относится к реагирующему веществу, 2 — к инертным материалам), x — пространственная координата, t время, a — степень превращения, E_a, Q_0, k_0 — формально-кинетические параметры, R — универсальная газовая постоянная, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, связанные с деформациями обобщенными соотношениями

$$l\sigma_{ij} = 2\mu \, d\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} [\lambda \, d\varepsilon_{kk} - KdW], \qquad (6)$$

 $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ – изотермический модуль всесторон-

него сжатия, λ , μ – коэффициенты Ламе, ε_{kk} – первый инвариант тензора деформаций, δ_{ij} – символ Кронекера. Применимость (6) к сложным средам, содержащим внутренние поверхности раздела, обосновывается в работах [6, 7].

Если учитываются только термические напряжения, то функция в соотношении (6) имеет вид:

$$dW = 3\alpha_T dT$$

Если учитываются необратимые деформации, связанные с изменением свойств в ходе реакции, то функция имеет вид:

$$dW = 3[\alpha_T dT + (\alpha_B - \alpha_A)da],$$

где α_T – линейный коэффициент теплового расширения, α_B , α_A – коэффициенты концентрационного расширения суммарного продукта и реагента, определяемые в термодинамике аналогично коэффициенту теплового расширения:

$$\alpha_{A} = \frac{1}{3V_{0}} \left(\frac{\partial V}{\partial C_{A}} \right)_{T,C_{B},\varepsilon}, \quad \alpha_{B} = \frac{1}{3V_{0}} \left(\frac{\partial V}{\partial C_{B}} \right)_{T,C_{A},\varepsilon},$$

где V- удельный объем тела, содержащего продукты с концентрацией $C_B = y$ и реагенты с концентрацией $C_4 = 1 - y$.

В литературе существуют оценки для коэффициентов концентрационного расширения для индивидуальных веществ [8]; их можно определять и экспериментально теми же методами, что и α_T . В случае упрощенного описания химического превращения (3) разность ($\alpha_B - \alpha_A$) отражает интегральный характер реакции: если ($\alpha_B - \alpha_A$)>0, то реакция идет с расширением объема; в противоположной ситуации – объем уменьшается. Для реакций термического разложения, протекающих в прогретом слое в процессе зажигания, возможны обе ситуации. Для оценки разности коэффициентов можно использовать зависимость

$$\alpha_B - \alpha_A = \frac{1}{3} \left[\frac{m_B}{\rho_B} \frac{\rho_A}{m_A} - 1 \right],$$

где m_i/ρ_i , i=A, B — молекулярные объемы реагента и продукта в своих фазах.

В (5) не учитываются силы инерции, поскольку скорость распространения тепловых возмущений на 3–5 порядков меньше, чем скорость распространения звука, и за время, много меньшее времени наблюдения (характерное для нормальных реакций в твердой фазе), волна механических возмущений успевает покидать зону прогрева. Эффектами связанности тепловых и механических процессов в уравнениях теплопроводности мы также пренебрегаем, что оправдано оценками соответствующих коэффициентов и целью исследования.

Математическая постановка задачи конкретизируется заданием условий возбуждения экзотермического превращения.

2. Задача о тепловом воспламенении в сосуде с толстыми стенками

Если в начальный момент времени соединительная смесь и инертные материалы прогреты до одинаковой температуры T_0 , причем $T_0 >> T_e$, где T_e — температура окружающей среды, то придем к задаче о воспламенении реакционной смеси в толстостенном сосуде. Примем, что размеры образца в направлениях осей Ог и Ох много больше толщины слоя соединительной смеси, что позволяет пренебречь теплопотерями в этих направлениях. В этом случае задача теплопроводности с химическими источниками становится одномерной (рис. 2) и включает одномерное уравнение теплопроводности (1) (с производной по координате) и уравнение химической кинетики (4) с начальными условиями:

$$t = 0$$
: $T_1 = T_2 = T_0$, $a = 0$

и условиями на границах:

$$y = 0: \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \quad y = r: \quad \lambda_1 \frac{\partial I_1}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial I_2}{\partial y}; \quad T_1 = T_2$$
$$y = r + h: -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha (T_2 - T_e),$$

где *а* – коэффициент теплоотдачи.

Пусть торцы рассматриваемого толстостенного сосуда конечных размеров жестко закреплены по оси у, а остальные поверхности свободны от действия внешних сил, тогда в силу симметрии задачи имеем:

$$\varepsilon_{yy} = 0; \varepsilon_{xx} \neq 0; \varepsilon_{zz} \neq 0$$
 (7)

И

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 2\mu\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{kk} - 3KW = 0\\ \sigma_{yy} = \lambda\varepsilon_{kk} - 3KW \neq 0\\ \sigma_{zz} = 2\mu\varepsilon_{zz} + \lambda\varepsilon_{kk} - 3KW = 0 \end{cases}$$

Данный случай соответствует плоской деформации. Задача сводится к нахождению σ_w .

Учитывая, что $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$ и $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$, найдем:

$$\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{KW}{\mu + \lambda} \quad \text{i} \quad \sigma_{yy} = -3KW \frac{\mu}{\mu + \lambda}. \tag{8}$$

Решение задачи проводится в безразмерных переменных

$$S = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_*}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{RT_0^2} E_a,$$

где $\sigma_* = 3K\alpha_T \frac{RT_0^2}{E_a}$ – характерное напряжение

(максимальная величина напряжения, которая наблюдается при нагреве до температуры T_0).

Уравнение (8) для искомого напряжения примет следующий вид:

S

$$= -\gamma_T (\theta + \theta_0 + g_{BA} y), \tag{9}$$

где
$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_e}{RT_0^2} E$$
 – число Зельдовича, $\gamma_T = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$.

Параметр
$$g_{BA} = \frac{\alpha_{BA} E_a}{\alpha_T R T_0^2}$$
 характеризует отношение

химической деформации к термической. Если $g_{BA}>0$, то реакция идет с расширением объема; в противоположной ситуации — объем уменьшается. Для реакций термического разложения, протекающих в прогретом слое, возможны обе ситуации. Зная распределение температуры и концентрации, можем построить распределение напряжений.

Задача о воспламенении решена численно по неявной разностной схеме с использованием метода прогонки. В расчетах определяются: время воспламенения, распределение температуры и степени превращения, напряжения в различные моменты времени при варьировании параметров задачи, а также критические условия, разделяющие разные режимы превращения или «воспламенение» и «потухание» (т. е., прекращение реакции [1]).

В качестве примера на рис. 2, 3 представлены пространственные распределения температуры (*a*) и термических напряжений (δ) в последовательные моменты времени τ =0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,1; 1,25 для набора параметров $K_c=K_{\lambda}=1; \theta_0=20; \gamma=0,01$ и различных значений параметра

$$\delta = \frac{r^2}{t_a \chi_1},$$

где $t_a = \frac{c_1 \rho_1 R T_0^2}{EQk_0} \exp\left(\frac{E_a}{RT_0}\right)$ период адиабатической

индукции; $\chi_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1}$; *r* – радиус сосуда. Рис. 3 соответствует «воспламенению», а рис. 4 – потуханию.

Легко видеть, что поведение напряжений полностью определяется поведением температуры, что, разумеется, следует из (9) для $g_{BA}=0$.



Рис. 3. Пространственное распределение температуры (а) и термических напряжений (б) в моменты времени τ =0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,1; 1,25 для параметров $K_c=K_{\lambda}=1; \theta_0=20; \gamma=0,01; \delta=5; z=0; \delta_*=1,76$



Рис. 4. Пространственное распределение температуры (а) и термических напряжений (б) в моменты времени τ =0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,1; 1,25 для параметров $K_c=K_i=1; \theta_0=20; \gamma$ =0,01; δ =1; z=0; δ =1,76

Заметим, что в случае «потухания» степень превращения ничтожна, а в случае воспламенения зона реакции на начальной стадии воспламенения достаточно узкая, чтобы концентрационные напряжения могли сказаться на величине напряжений существенным образом. Исключение составляет область параметров модели, когда высокая теплопроводность соединяемых материалов приводит к увеличению зоны реакции при воспламенении, или высокая их теплоемкость приводит к увеличению затрат тепла на их прогрев и увеличению времени воспламенения, определяемому по резкому росту температуры в центре реагента.

Иная ситуация складывается при добавлении в соединительную смесь инертного наполнителя. В математической формулировке задачи это приводит к введению понятия эффективных теплофизических свойств

$$\lambda_{eff} = \lambda_1(1-z) + \lambda z; \quad c_{eff} \rho_{eff} = c_1 \rho_1(1-z) + c\rho z,$$

где λ_{eff} ; c_{eff} ; ρ_{eff} — эффективные теплопроводность, теплоемкость и плотность веществ, *z* — доля инертного наполнителя (индекс 1 относится к реагирующему веществу, величины без индекса характеризуют свойства инертного наполнителя в соединительной смеси).

На рис. 4, *в*, представлены пространственные распределения напряжений в разные моменты времени с учетом инертного наполнителя z=0,7 в соединительной смеси для различных значений g_{BA} для случая «воспламенения». Принято, что инертный наполнитель имеет те же теплофизические свойства, что и соединяемые материалы: $K_c=B_c=1; K_\lambda B_\lambda=1$, где

$$K_c = \frac{c_2 \rho_2}{c_1 \rho_1}; K_{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}; B_c = \frac{c\rho}{c_1 \rho_1}; B_{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}.$$

Добавление инертного наполнителя приводит к увеличению реакционной зоны и качественному изменению формы температурных кривых при воспламенении (рис. 2, *a*, и 4, *a*). Если $g_{BA}=0$, форма кривых $s(\xi,\tau)$ практически повторяет форму температурных кривых (рис. 4, б). Если реакция идет с увеличением объема ($g_{BA} > 0$), напряжения в зоне реакции возрастают по абсолютной величине (рис. 4, в), что нежелательно для практического использования. Если реакция идет с уменьшением объема ($g_{RJ} \leq 0$), напряжения в зоне реакции существенно меньше, чем в двух предыдущих случаях, но весьма велик перепад напряжений в зоне контакта соединительного состава и соединительной смеси (рис. 4, г). Разумеется, что в реальной технологической ситуации должен сформироваться некоторый переходный слой между материалами в процессе синтеза или медленного остывания соединения, что в данной модели не исследуется.

Зная свойства соединяемых материалов, можно провести соответствующие оценки напряжений. Так, если использовать в качестве соединительной смеси – смеси металлов, то в соответствии с литературными данными [9] имеем:

К=45...420 Па, *α*₇=4,4...26 К⁻¹, *E*_{*a*}≈120 кДж/(моль·К), *R*=8,31 Дж/моль, *T*₀≈600 К.



Рис. 4. Пространственное распределение температуры (а) и напряжений (б-г) для набора параметров θ₀=5; γ=5; z=0,03; δ=9; в разные моменты времени τ=0,25 1; 2,5; 3,5; 5,5; 6,4; 6,9; 7,1: a, б) g_{BA}=0; в) g_{BA}=5; г) g_{BA}=-5

Тогда, применяя известные соотношения:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}; \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

можно найти параметры, входящие в модель. Предел прочности оценим как $\sigma_{7} \approx 0, 1 E_{yap}$. Тогда получим область изменения максимальной величины напряжений при нагреве до температуры T_{0} (т. е. масштаб):

$$\sigma_* \approx 14, 8...816 \text{ M}\Pi a$$
 (10)

и предел хрупкого разрушения или теоретический предел прочности: $\sigma_m \approx 4,5...42$ ГПа.

Используя, характерный масштаб изменения напряжений (10), можем оценить величину максимальных напряжений в реакционной зоне, достигаемую в разных режимах синтеза (табл. 1). Такая оценка не учитывает многих факторов и является завышенной, но, тем не менее, позволяет сделать некоторые выводы. Так, в случае теплового взрыва, как с учетом инертного наполнителя, так и без наполнителя в соединительной смеси напряжения в зоне реакции достаточно высокие. Для низкотемпературного режима медленного превращения (режима синтеза практически при заданной температуре) [2], обнаруженного в модели с учетом инертного наполнителя, напряжения в зоне реакции существенно меньше, что позволяет использовать этот режим для технической реализации процесса. Минимальное значение величины напряжений наблюдается в некоторой области параметров для случая с инертным наполнителем в соединительной смеси для реакции, идущей с уменьшением объема. В случае «потухания» напряжения также невысокие и не превышают теоретического предела прочности.

Очевидно, что существенную роль в величине напряжений в зоне реакции и на границе раздела материалов играют соотношения теплофизических свойств веществ.

3. Оценка напряжений в задаче горения

Если поджигание реагирующей смеси осуществляется с левого торца, где в момент времени t=0температура поверхности x=0 повышается от T_0 до $T_s >> T_0$, то придем к задаче о распространении

Таблица 1. Значения напряжений S для реакций, идущих с увеличением и уменьшением объема

Режим превращения	Без учета наполнителя			С учетом наполнителя		
	1	2	3	4	5	6
	g _{BA} =0	g _{BA} >0	g_BA < 0	$g_{BA}=0$	g>0	g _{BA} <0
Тепловой взрыв	77943000	81945206	73140310	118165280	122867728	113962832
Потухание (1–3) или медленное превращение (4–6)	583223	583223	583223	553035	1025630	522856

фронта экзотермической реакции в узком слое между двумя инертными пластинами. Торцы рассматриваемой системы жестко закреплены по оси у (рис. 5), а остальные поверхности свободны от действия внешних сил, тогда соотношения для компонент тензоров напряжений и деформаций имеют вид, аналогичный (6). Т. е., опять имеем случай плоской деформации. Решение задачи о механическом равновесии при условии постоянства свойств имеет вид (7, 8). Но в этом случае, в отличие, от предыдущего, тепловая задача становится двумерной и включает двумерное уравнение теплопроводности (с частными производными по осям *Ох* и *Оу*) с химическим источником и уравнение химической кинетики (4) С граничными условиями:

$$y = 0: \frac{\partial T_1}{\partial y} = 0; \quad y \to h/2 + H: -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} = \alpha (T_e - T_2);$$
$$y = h/2: \ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}, \ T_1 = T_2;$$
$$x = 0: \begin{cases} T_i = T_s, t \le t_1, \\ \frac{\partial T_i}{\partial x} = 0, t > t_1 \end{cases}; \quad x \to l: \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \ i = 1, 2. \end{cases}$$

В начальный момент времени имеем: $t=0: T_i=T_0; y=0.$

Эта задача также решена численно в безразмерных переменных с использованием схемы расщепления по координатам.



Рис. 5. Иллюстрации к постановке задачи горения: 1) соединительный состав; 2) инертные материалы

На рис. 6 представлены изолинии (*a*) и двумерные поля напряжений (δ) в разные моменты времени для набора параметров $K_c=1$; $K_{\lambda}=0,1$; $\theta_0=5$; z=0,3; $\gamma=0,01$ с учетом инертного наполнителя в соединительной смеси. Аналогичные распределения представлены на рис. 7 для параметров $K_c=0,1$; $K_{\lambda}=10$; $\theta_0=5$; $\gamma=0,01$; z=0,3. Из представленных рисунков легко видеть, что теплофизические свойства материалов значительно влияют на качественную картину развития процесса. Так, например, при низкой теплопроводности соединяемых материалов, $K_{\lambda}=0,1$, фронт реакции опережает прогрев соединяемых материалов, тепло из зоны реакции отводится плохо. Максимальные напряжения, тепловыделение и сте-





Рис. 6. Изолинии (а) и двумерные поля напряжений (б) в моменты времени τ=53, 60 для параметров K_c=1; K_i=0,1; θ₀=5; γ=0,01; z=0,3



Рис. 7. Изолинии (a) и двумерные поля напряжений (б) в моменты времени для параметров K_c=0,1; K_i=10; θ₀=5; γ=0,01; ζ=0,3

пень превращения находятся в окрестности границы раздела веществ. В этом случае происходит постепенное (медленное) превращение вещества, которое, тем не менее, поддерживается теплом, запасенным в инертных стенках. В иной ситуации вследствие большой теплопроводности $K_{\lambda}=10$ и низкой теплоемкости $K_{c}=0,1$, инертные материалы прогреваются быстро, способствуя прогреву реагента: на инертной стадии прогрев соединяемых материалов идет быстрее. Тепла, запасенного в инертных стенках мало, но достаточно для протекания реакции. Вначале реакция идет по всей ширине соединительного слоя практически равномерно, распространяется на всю область постепенно, без ускорения и резкого тепловыделения (чему способствуют толстые стенки),

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Чащина А.А., Князева А.Г. Численное исследование задачи о тепловом воспламенении в толстостенном сосуде // Физика горения и взрыва. – 2004. – № 4. – С. 67–73.
- Чащина А.А., Князева А.Г. Влияние плавления инертного наполнителя на воспламенение реакционной смеси в толстостенном сосуде // Молодежь в науке: Сб. тез. докл. III Всеросс. научно-техн. конф. – Саров: Изд-во РФЯЦ ВНИИЭФ, 2004. – С. 575–579.
- Чащина А.А., Князева А.Г. Режимы соединения материалов с использованием синтеза в твердой фазе // Химия в интересах устойчивого развития. – 2005. – Т. 13. – № 3. – С. 343–350.
- Чащина А.А., Князева А.Г. Режимы распространения твердофазной реакции в щели между двумя инертными пластинами // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – Спец. вып. Ч. 1. – С. 82–85.

затем реакция ускоряется и после длительной задержки происходит тепловой взрыв, сопровождающийся высокими напряжениями.

Таким образом, в работе проведены оценки напряжений в зоне реакции, которые могут возникать в процессе соединения материалов с использованием синтеза в твердой фазе. Показано, что напряжения и деформации в соединительном составе есть следствие высоких градиентов температур в зоне реакции и необратимого изменения свойств. Их величина в рамках макрокинетического подхода полностью определяется распределением температуры и степени превращения, как в режиме горения, так и в режиме теплового взрыва.

- Князева А.Г., Чащина А.А. О термомеханической устойчивости фронта твердофазного превращения в щели между двумя инертными пластинами // Фундаментальные и прикладные вопросы механики: Труды Междунар. научной конф. – Хабаровск, 2003. – С. 111–121.
- Князева А.Г. Перекрестные эффекты в твердых средах с диффузией // Прикладная механика и теоретическая физика. – 2003. – Т. 44. – № 3. – С. 85–99.
- Князева А.Г. Диффузия и реология в локально-равновесной термодинамике // Математическое моделирование систем и процессов: Сб. трудов. – Пермь: Изд-во ПермГТУ, 2005. – С. 45–60.
- Князева А.Г. Введение в локально-равновесную термодинамику физико-химических превращений в деформируемых средах. – Томск: Изд-во ТГУ, 1996. – 146 с.
- Материаловедение / Под ред. Б.Н. Арзамасова. М.: Машиностроение, 1986. – 384 с.