

## УРАВНЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РЕЛЕЙНОЙ САР ПУСКОВОГО ТОКА ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

А. П. ЗАЙЦЕВ, Ю. Ф. МИХЕЕВ

(Представлена научно-техническим семинаром НИИ АЭМ)

В статье рассматривается вывод уравнений и передаточных функций релейной системы автоматического регулирования (САР) прямого пуска двигателя последовательного возбуждения с учетом реакции якоря, насыщения магнитной цепи, рассеяния главных полюсов и вихревых токов, возникающих в массивных частях магнитопровода.

Упрощенная схема САР представлена на рис. 1,а, где обозначено:

РЭ — релейный элемент,

ТП — тиристорный преобразователь,

ДТЯ — датчик тока якоря.

Регулирование ведется путем поддержания пускового тока якоря на определенном уровне, соответствующем эталонному напряжению  $V_z$ . Контроль за текущим значением тока осуществляется ДТЯ. Если сигнал ДТЯ  $V_d < V_z$ , то тиристорный преобразователь включается, к двигателю прикладывается полное напряжение источника питания, и ток якоря возрастает. При  $V_d > V_z$  тиристорный преобразователь выключается. Следовательно, ток двигателя будет поддерживаться на определенном уровне, пульсируя относительно среднего значения.

Особенностью рассматриваемой САР в этом режиме работы является скачкообразное изменение напряжения, прикладываемого к двигателю при каждом переключении ТП. Кроме того, непосредственно перед очередным переключением САР имеет не равные нулю значения выходной величины и ее производных. В этом случае при составлении дифференциальных уравнений целесообразно применять обобщенные функции [1].

При составлении уравнений и передаточных функций примем следующие допущения:

1) период коммутации тиристорного преобразователя при минимальной частоте регулирования в системе намного меньше электромеханической постоянной времени привода;

2) поток реакции якоря пропорционален току якоря при небольших его отклонениях;

3) скорость вращения в квазиустановившемся режиме остается постоянной;

4) источник питания бесконечной мощности.

С учетом принятых допущений схема рис. 1,а описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 (L_B + L_A + L_P) \frac{di}{dt} + (r_B + r_A)i + M \frac{di_K}{dt} + C_e \omega \Phi_e &= V_c \\
 L_K \frac{di_K}{dt} + i_K r_K + M \frac{di}{dt} &= 0. \\
 \Phi_e &= \Phi_\mu - K_p \cdot i. \\
 V_c = f(V_y) &= \begin{cases} \max \text{ при } \frac{di}{dt} > 0. \\ 0 \text{ при } \frac{di}{dt} < 0. \end{cases} \\
 V_y &= V_D - V_\Delta. \\
 V_D &= K_H \cdot i.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

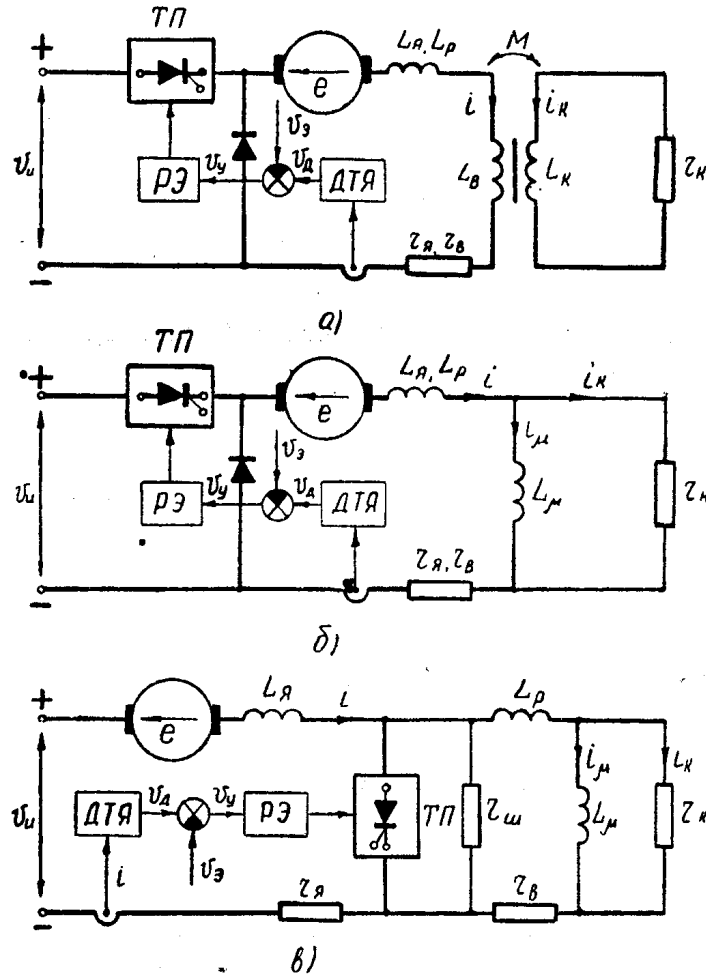


Рис. 1

где

$L_B$  — индуктивность обмотки возбуждения,  
 $L_A$  — индуктивность обмотки якоря,  
 $L_P$  — индуктивность рассеяния главных полюсов,  
 $L_K$  — индуктивность фиктивной обмотки вихревых токов,  
 $M$  — взаимная индуктивность обмотки возбуждения и фиктивной обмотки вихревых токов,

$r_{\text{я}}$  — сопротивление обмотки якоря,  
 $r_{\text{в}}$  — сопротивление обмотки возбуждения,  
 $r_{\text{к}}$  — сопротивление обмотки вихревых токов,  
 $C_e$  — конструктивная постоянная двигателя,  
 $\omega$  — скорость вращения двигателя,  
 $\Phi_e$  — полезный магнитный поток,  
 $\Phi_{\mu}$  — поток намагничивания,  
 $k_p$  — коэффициент реакции якоря,  
 $i$  — ток якоря,  
 $i_{\text{к}}$  — ток в контуре вихревых токов,  
 $V_{\text{у}}$  — напряжение управления РЭ,  
 $\kappa_{\text{п}}$  — коэффициент передачи датчика тока,  
 $V_{\text{с}}$  — напряжение сети.

Так как фиктивная обмотка, характеризующая контур вихревых токов, не имеет потоков рассеяния, а обмотка возбуждения имеет потоки рассеяния, то схему рис. 1,а можно представить в виде, изображенном на рис. 1,б, где обозначены:

$L_{\mu}$  — индуктивность намагничивающего контура,  
 $i_{\mu}$  — ток намагничивания.

Остальные обозначения ясны из рис. 1,б. Для включенного состояния тиристорного преобразователя схеме замещения соответствуют уравнения:

$$\left. \begin{aligned} (L_{\text{я}} + L_{\text{р}}) \frac{di}{dt} + (r_{\text{я}} + r_{\text{в}})i + L_{\mu} \frac{di_{\mu}}{dt} + C_e \omega \Phi_e &= V_{\text{с}} \\ L_{\mu} \frac{di_{\mu}}{dt} &= i_{\text{к}} \cdot r_{\text{к}} \\ i &= i_{\mu} + i_{\text{к}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Данная система уравнений, записанная в полных координатах, является нелинейной. При исследовании квазиустановившихся процессов, когда отклонения выходной координаты (тока якоря) незначительны, можно считать, что САР описывается линейными дифференциальными уравнениями. При таком допущении можно значения параметров, входящих в уравнения (2), определять для среднего значения тока намагничивания. В этом случае поток двигателя  $\Phi_{\mu}$  можно определять непосредственно по характеристике х.х., а приращение потока  $\Delta \Phi_{\mu}$  — при изменении тока на  $\Delta i_{\mu}$  определять как

$$\Delta \Phi_{\mu} = k_{\mu} \cdot \Delta i_{\mu}, \quad (3)$$

где  $k_{\mu}$  — тангенс угла наклона касательной к характеристике в точке условного равновесия, определяемой средним значением тока.

Систему уравнений (2) для приращений координат и с учетом выражения (3) можно записать, заменив предварительно  $\frac{d}{dt} = D$  как

$$\left. \begin{aligned} (L_{\text{я}} + L_{\text{р}}) D i + i(r_{\text{я}} + r_{\text{в}}) + L_{\mu} D i_{\mu} + C_e \omega (\kappa_{\mu} i_{\mu} - k_p i) &= V_{\text{с}} \\ L_{\mu} D i_{\mu} &= i_{\text{к}} r_{\text{к}} \\ i &= i_{\mu} + i_{\text{к}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Знак приращения  $\Delta$  в системе уравнений (4) опущен. Проведя несложные преобразования, систему уравнений (4) можно свести к системе (5):

$$\left. \begin{aligned} (T_s D + 1)i + (T_\mu D + K)i_\mu &= \kappa_c V_c \\ (T_K D + 1)i_\mu &= i, \end{aligned} \right\}$$

где

(5)

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{L_\pi + L_p}{r}; \quad T_\mu = \frac{L_\mu}{r}; \quad K = \frac{C_e \omega K_p}{r}; \quad \kappa_c = \frac{1}{r} \\ r &= r_\pi + r_\nu - C_e \omega K_p; \quad T_K = \frac{L_\mu}{r_K}. \end{aligned}$$

Решив совместно уравнения (5) и выполнив преобразования Лапласа, получим:

$$\left[ T_s \cdot T_K p^2 + (T_\mu + T_K + T_s) \cdot p + 1 + K \right] I(p) = \kappa_c V_c(p) [T_K p + 1] - \kappa_c V_0 T_K + [T_s \cdot T_K p + (T_\mu + T_K + T_s)] i_0 + T_s T_K i_0', \quad (6)$$

где  $i$  и  $i'$  — предначальные значения выходной координаты.

По выражению (6) определим передаточную функцию по основному входу  $W_f(p)$  и по  $\delta$ -входу  $W_\delta(p)$

$$W_f(p) = \frac{\kappa_c (T_K p + 1)}{T_s T_K p^2 + (T_\mu + T_K + T_s) p + 1 + K}, \quad (7)$$

$$W_\delta(p) = \frac{T_s T_K i_0' + [T_s T_K p + (T_\mu + T_K + T_s)] i_0 - \kappa_c V_0 T_K}{T_s T_K p^2 + (T_\mu + T_K + T_s) p + 1 + K}. \quad (8)$$

Изображение выходной координаты определяется соотношением

$$I(p) = W_f(p) \cdot V_c(p) + W_\delta(p) \delta(p). \quad (9)$$

В рассматриваемой САР возмущающее воздействие — напряжение источника имеет скачкообразный характер, т. е.

$$V_c(t) = h(t) = \text{const}; \quad V_c(p) = \frac{h}{p}. \quad (10)$$

Приняв во внимание, что

$$L\{\delta(t)\} = \delta(p) = 1, \quad (11)$$

запишем с учетом (10) и (11):

$$I(p) = [W_f(p) \cdot h + p W_\delta(p)] \frac{1}{p} = W_\Phi(p) \cdot \frac{1}{p}, \quad (12)$$

где

$$W_\Phi(p) = h W_f(p) + p W_\delta(p).$$

Выражение (12) показывает, что ток можно рассматривать как выходную координату некоторой фиктивной системы, к которой при нулевых предначальных условиях прикладывается внешнее воздействие типа единичного скачка.

Передаточную функцию фиктивной системы  $W_\Phi(p)$  можно представить в общем виде как

$$W_\Phi(p) = \frac{\beta_2 T^2 p^2 + \beta_1 T p + \beta_0}{T^2 p^2 + 2\epsilon T p + 1}, \quad (13)$$

где

$$T^2 = \frac{T_s \cdot T_k}{1 + K} \quad 2\varepsilon T = \frac{T_s + T_k + T_\mu}{1 + K}; \quad \beta_1 = 2\varepsilon i_0 + T i_0' + \frac{T_k \cdot K_c (h - V_0)}{T(1 + K)};$$

$$\beta_0 = \frac{h \cdot K_c}{1 + K}; \quad \beta_2 = i_0.$$

После выхода двигателя на естественную характеристику регулирование пускового тока осуществляется путем ослабления поля. Особенностью этого режима работы является скачкообразное изменение параметров системы перед каждым переключением. Схема замещения для этого режима работы представлена на рис. 1, в и с учетом принятых допущений может быть описана для одного из состояний ТП следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} L_\mu \frac{di}{dt} + r_\mu i + L_\mu \frac{di_\mu}{dt} + i_\mu \cdot r_\mu + L_s \frac{di_B}{dt} + C_e \omega (K_\mu i_\mu - K_p i) &= V_c \\ i_\mu \cdot r_\mu &= L_\mu \frac{di_\mu}{dt} + i_\mu \cdot r_\mu + L_s \frac{di_B}{dt} \\ L_\mu \frac{di_\mu}{dt} &= i_\mu \cdot r_\mu \\ i &= i_\mu + i_B \\ i_B &= i_\mu + i_K \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

После преобразований, аналогичных проведенным выше, получим передаточные функции САР по основному входу относительно изображения напряжения сети

$$W_f(p) = \frac{K_c [T_s T_k p^2 + (T_\mu + T_s + T_k) p + 1] \times}{T_\mu T_s T_k p^3 + [T_\mu T_\mu + T_s T_\mu + T_\mu T_k + T_s T_k (1 + K_1)] p^2 + \times 1} \times$$

$$+ [T_\mu + (1 + K_1 K_2) T_k + (1 + K_1) (T_s + T_\mu)] p + [1 + K_1 K_2 + K_1 K_2 K_3] \quad (15)$$

и по входу

$$W_\delta(p) = \frac{\{T_\mu T_s T_k p^2 + [T_\mu T_\mu + T_s T_\mu + T_\mu T_k + T_s T_k (1 + K_1)] p + [T_\mu + (1 + K_1 K_2) T_k +$$

$$\{T_\mu T_s T_k p^3 + [T_\mu T_\mu + T_s T_\mu + T_\mu T_k + T_s T_k (1 + K_1)] p^2 +$$

$$+ (1 + K_1) (T_s + T_\mu)\} i_0 + [T_\mu T_s T_k p + T_\mu T_\mu + T_s T_\mu + T_\mu T_k + T_s T_k (1 + K_1)] i_0' +$$

$$+ [T_\mu + (1 + K_1 K_2) T_k + (1 + K_1) (T_s + T_\mu)] p + [1 + K_1 K_2 + K_1 K_2 K_3] \} \times$$

$$+ T_\mu T_s T_k i_0'' - K_c [T_s T_k V_0 + (T_\mu + T_s + T_k) V_0 + T_s T_k V_0']}{\times 1}, \quad (16)$$

где

$$T_\mu = \frac{L_\mu}{r}; \quad T_\mu = \frac{L_\mu}{r_\mu + r'_\mu}; \quad T_s = \frac{L_s}{r_\mu + r_B}; \quad T_k = \frac{L_\mu}{r_k};$$

$$K_1 = \frac{r_\mu}{r}; \quad K_2 = \frac{r_B}{r_\mu + r_B}; \quad K_3 = \frac{C_e \omega K_\mu}{r_B}; \quad K_c = \frac{1}{r}$$

$$r = r_\mu - C_e \omega K_p.$$

$i_0, i_0', i_0''$  — предначальные значения выходной координаты,  
 $V_0, V_0'$  — предначальные значения возмущающего воздействия.

При скачке напряжения сети  $\Delta V_c(t) = h(t) = \text{const}$  и  $\Delta V_c(p) = \frac{h}{p}$  изображение выходной координаты запишется

$$I(p) = [W_f(p) \cdot h + p W_s(p)] \frac{1}{p} = W_\Phi(p) \cdot \frac{1}{p}, \quad (17)$$

где

$$W_\Phi(p) = h W_f(p) + p W_s(p). \quad (18)$$

$W_\Phi(p)$  — фиктивная передаточная функция системы после некоторых преобразований приводится к виду

$$W_\Phi(p) = \frac{\beta_3 T^3 p^3 + \beta_2 T^2 p^2 + \beta_1 T p + \beta_0}{T^3 p^3 + T^2 p^2 + 2 \varepsilon T p + 1}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} T^3 &= \frac{T_\pi T_s T_\kappa}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; & T^2 &= \frac{T_\mu T_\pi + T_s T_\pi + T_\pi T_\kappa + T_s T_\kappa (1 + \kappa_1)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; \\ 2 \varepsilon T &= \frac{T_\pi + T_\kappa (1 + \kappa_1 \kappa_2) + (1 + \kappa_1) \cdot (T_s + T_\mu)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; \\ \beta_0 &= \frac{\kappa_c h}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; \\ \beta_2 T^2 &= T^3 i_0' + T^2 i_0 + \frac{T_s T_\kappa \kappa_c (h - V_0)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; \\ \beta_2 &= T i_0' + i_0 + \frac{T_s T_\kappa \kappa_c (h - V_0)}{T^2 (1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3)}; \\ \beta_1 T &= T^3 i_0'' + T^2 i_0' + 2 \varepsilon T i_0 + \frac{(T_\mu + T_s + T_\kappa) \kappa_c (h - V_0)}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3} - \\ &\quad - \frac{T_s T_\kappa \kappa_c V_0'}{1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}; \\ \beta_1 &= T^2 i_0'' + T i_0' + 2 \varepsilon i_0 + \frac{(T_\mu + T_s + T_\kappa) \kappa_c (h - V_0)}{T (1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3)} - \\ &\quad - \frac{T_s T_\kappa \kappa_c V_0'}{T (1 + \kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3)}; \\ \beta_3 &= i_0. \end{aligned}$$

При использовании для расчета переходных процессов при скачках напряжения питающей сети типовых фазовых траекторий для рассматриваемой САР необходимо представить на интервалах постоянства параметров фиктивную передаточную функцию (19) в виде параллельного соединения звеньев первого и второго порядков. Это возможно, если кратность корней характеристического полинома системы не превышает двух [2].

Передаточная функция может быть представлена в виде суммы дробей

$$W_\Phi(p) = \frac{\beta_{10}}{T_1 p + 1} + \frac{\beta_{22} T_2^2 p^2 + \beta_{21} T_2 p + \beta_{20}}{T_2^2 p^2 + 2 \varepsilon_2 T_2 p + 1}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}\beta_{10} &= \frac{\beta_0 T_1^3 - \beta_1 T T_1^2 + \beta_2 T^2 T_1 - \beta_3 T^3}{T_1 T_2^2 + T_1^2 (T_1 - 2 \varepsilon_2 T_2)}; \\ \beta_{22} &= \beta_3 = i_0; \\ \beta_{21} &= \frac{\beta_2 T^2 T_1 (T_1 - 2 \varepsilon_2 T_2) - \beta_0 T_1^2 T_2^2 + \beta_1 T \cdot T_1 T_2^2 - \beta_3 T^3 (T_1 - 2 \varepsilon_2 T_2)}{\left[ T^3 + \frac{T_1 T^3}{T_2^2} (T_1 - 2 \varepsilon_2 T_2^2) \right] T_2}; \\ \beta_{20} &= \frac{\beta_1 T T_1^2 - \beta_2 T^2 T_1 + \beta_3 T^3 - \beta_0 T_1^2 \cdot 2 \varepsilon T_2 + \beta_0 T_1 T_2^2}{T^3 + \frac{T_1 T^3}{T_2^2} (T_1 - 2 \varepsilon_2 T_2^2)}; \\ T_1 &= \frac{1}{p_1}; \quad T_2^2 = \frac{1}{p_2 p_3}; \quad 2 \varepsilon_2 T_2 = \left( \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \right).\end{aligned}$$

$p_1, p_2, p_3$  — корни характеристического уравнения.

Из выражения (20) следует, что фиктивную передаточную функцию для режима ослабления поля можно представить состоящей из параллельно соединенных инерционного звена и звена второго порядка.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Розенфельд, Б. И. Яхинсон. Переходные процессы и обобщенные функции. М., «Наука», 1966.
2. Л. П. Смольников. Расчет нелинейных электромеханических систем. Л., «Энергия», 1968.