ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 266 1976

О НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЦЕНТРА

В. М. РАЗИН

Характерной особенностью современных вычислительных центров (ВЦ) является наличие нескольких однотипных универсальных цифровых вичислительных машин (ЦВМ), работающих в мультипроцессорном режиме. Работа этих ЦВМ координируется с помощью центральной ЦВМ — диспетчера. Для повышения надежности работы ВЦ предусматривается наличие некоторого количества резервных ЦВМ. Обслуживание всех ЦВМ производится некоторым количеством ремонтных бригад. В работе [1] ситуация, когда число κ отказавших ЦВМ превышает число n резервных, рассматривается как отказ ВЦ. Вероятность отказа ВЦ $P(\kappa > n)$ подсчитывается при этом по формуле

$$P(\kappa > n) = 1 - P(\kappa \leqslant n) =$$
$$= 1 - \left\{ \sum_{\kappa=0}^{q} \frac{m!}{\kappa!\,(m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa} + \sum_{\kappa=q+1}^{n} \frac{m!}{q^{\kappa-q}\cdot q!\,(m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa} \right\} P_0, \tag{1}$$

где m — общее число ЦВМ в ВЦ;

n — число резервных ЦВМ;

κ — число неисправных машин;

q — число ремонтных бригад;

$\lambda = \frac{1}{T_0}$; T_0 — среднее время безотказной работы ЦВМ;

$\mu = \frac{1}{T_B}$; T_B — среднее время восстановления ЦВМ.

Вероятность P_0 того, что все ЦВМ исправны, определяется соотношением

$$P_0 = \left\{ 1 + \sum_{\kappa=1}^{q} \frac{m!}{\kappa!\,(m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa} + \sum_{\kappa=q+1}^{m} \frac{m!}{q^{\kappa-q}\cdot q!\,(m-\kappa)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa} \right\}^{-1}. \tag{2}$$

В предположении $\frac{\lambda}{\mu} \ll 1$ в работе [1] получено приближенное соотношение

$$P(\kappa > n) \cong 1 - \left[1 + m\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + \frac{m(m-1)}{2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 \right] P_0. \tag{3}$$

Расчеты, проведенные для конкретного случая ($\frac{\lambda}{\mu}=0{,}1$, $m=7$, $n=3$, $q=2$), показали, что формула (3) дает большую погрешность. Вероятность отказа, подсчитанная по формуле (3), оказалась в 7 раз более высокой по сравнению с той же величиной, вычисленной по точной формуле (1) с учетом точного соотношения (2). В связи с этим представляется целесообразным получить более точное приближение для оценки $P(\kappa>n)$.

При $n>q$ соотношение (1) с учетом (2) может быть приведено к виду

$$P(\kappa>n)=1-\frac{1}{1+\frac{1}{1+\Delta}\cdot\delta}, \tag{4}$$

где

$$\Delta=\sum_{\kappa=1}^{q}\frac{m!}{\kappa!\,(m-\kappa)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}+\sum_{\kappa=q+1}^{n}\frac{m!}{q^{\kappa-q}\cdot q!\,(m-\kappa)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}, \tag{5}$$

$$\delta=\sum_{\kappa=n+1}^{m}\frac{m!}{q^{\kappa-q}\cdot q!\,(m-\kappa)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{\kappa}. \tag{6}$$

Ориентировочные подсчеты показывают, что в большинстве практических случаев $\delta\ll\Delta<1$ и приближенная формула принимает вид $P(\kappa>n)$

$$P(\kappa>n)\cong\frac{\delta}{1+\Delta}. \tag{7}$$

В рассмотренном выше примере $\Delta\cong 0{,}96$, $\delta\cong 0{,}0121$ и $P(\kappa>n)\cong$ $\cong 0{,}00615$. Расчет по точной формуле (1) дает $P(\kappa>n)\cong 0{,}0062$, что свидетельствует о хорошем приближении. При определенном соотношении параметров может иметь место случай $\Delta\ll 1$ (в особенности при $\frac{\lambda}{\mu}<0{,}05$), тогда расчеты следует вести по приближенной формуле

$$P(\kappa>n)\cong\delta. \tag{8}$$

По аналогичной методике могут быть получены приближенные расчетные формулы для оценки надежности ВЦ в случае $n=q$ или $n<q$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Голубев-Новожилов. Многомашинные комплексы вычислительных средств. М., «Советское радио», 1967.