

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАРШЕВОГО СУДОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ БЕСПИЛОТНОГО КАТЕРА

*Казанцев А.В.<sup>1</sup>*

*Научный руководитель: Хожаев И.В.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*ТПУ, ИШИТР, 8Т12, e-mail: avk276@tpu.ru*

<sup>2</sup>*ТПУ, ИШИТР, к.т.н., доцент ОАР, e-mail: ivh1@tpu.ru*

## **Аннотация**

В работе рассмотрены аналитические и имитационные методы моделирования движителя, получена переходная характеристика нелинейной системы и проведена линеаризация модели для синтеза линейной системы автоматического управления.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, маршевой судовой движитель, гребной винт, имитационное моделирование, линеаризация, система автоматического управления.

## **Введение**

Современные тенденции в мировой торговле и транспортировке морских грузов обуславливают необходимость постоянного увеличения скорости и повышения безопасности перевозок. Растущие объемы морских грузоперевозок требуют автоматизации управления движением судов, что, в свою очередь, порождает потребность в разработке методов математического моделирования динамики таких систем.

В этих условиях моделирование работы маршевого судовой движителя с гребным винтом становится актуальной задачей для повышения эффективности управления беспилотными катерами.

Основной целью данного исследования является построение математической модели маршевого судовой движителя с гребным винтом, предназначенного для использования в системах беспилотных катеров. Важным этапом работы является упрощение исходной модели для последующего применения при синтезе линейной системы автоматического управления (САУ) движением судна.

## **Основная часть**

### **Понятие и принцип работы судовой движителя**

Судовой движитель представляет собой комплекс механических и гидродинамических устройств, предназначенных для преобразования энергии силовых установок в поступательное движение судна. Основными элементами движителя являются двигатель, передающая система и гребной винт, обеспечивающий преобразование крутящего момента в тяговую силу.

Электродвигатель должен обеспечить механическую мощность и частоту вращения вала, необходимые для создания требуемой тяги маршевого движителя, которая зависит от гидродинамического сопротивления аппарата на скорости хода и КПД гребных винтов [1].

Вращение гребного винта создаёт разницу давлений в рабочей жидкости, что приводит к появлению тяговой силы, способной преодолевать сопротивление среды и приводить судно в движение. При этом характеристики винта (геометрия, число лопастей, шаг) определяют эффективность преобразования энергии.

### **Аналитическое моделирование судовой движителя с гребным винтом**

Аналитическая модель движителя включает ряд уравнений, описывающих динамику работы винта и его взаимодействие с потоком воды. Одними из основных выражений являются зависимости силы тяги  $T$  и момента сопротивления  $M_c$  от частоты вращения винта  $n$  и диаметра винта  $D$  [2]:

$$T = K_1 \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4, \quad (1)$$

$$M_c = K_2 \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^5, \quad (2)$$

где:

$\rho$  – плотность воды,

$K_1$ ,  $K_2$  – коэффициенты упора и момента соответственно, которые определяются конструктивными особенностями гребного винта.

Двигатель постоянного тока можно описать системой из двух дифференциальных уравнений, которые моделируют его электрическую и механическую части:

1. Уравнение цепи якоря (электрическая часть):

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = u - C_e \cdot \omega, \quad (3)$$

где:

$L$  – индуктивность якоря,

$i$  – ток якоря,

$R$  – сопротивление якоря,

$u$  – напряжение на входе электродвигателя,

$C_e$  – коэффициент двигателя по ЭДС, определяемый конструкцией двигателя,

$\omega$  – угловая скорость вала двигателя.

2. Уравнение момента на валу (механическая часть):

$$J \frac{d\omega}{dt} = C_m \cdot i - M_c(\omega), \quad (4)$$

где:

$J$  – суммарный момент инерции электродвигателя и нагрузки на валу,

$C_m$  – коэффициент двигателя по моменту, определяемый конструкцией двигателя.

Приведя выражения (3), (4) в операторную форму, можно записать передаточные функции электродвигателя по управляющему и возмущающему воздействиям:

$$W_{\omega u} = \frac{C_m}{(J \cdot L \cdot s^2 + J \cdot R \cdot s + C_m \cdot C_e)}; \quad (5)$$

$$W_{\omega M} = \frac{L \cdot s + R}{(J \cdot L \cdot s^2 + J \cdot R \cdot s + C_m \cdot C_e)}.$$

В уравнениях описания гребного винта частота вращения винта  $n$  приведена к угловой скорости  $\omega$ , путем умножения на  $\pi/30$ .

Объединив входные и выходные величины моделей двигателя и гребного винта, можно получить общую математическую модель маршевого судового движителя (рис. 1).

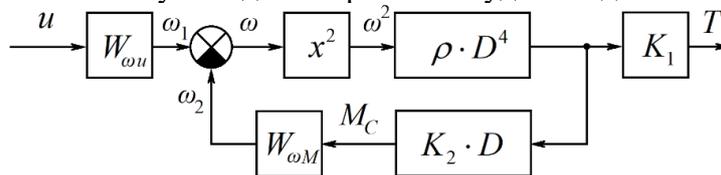


Рис.1. Схема модели маршевого судового движителя для имитационного моделирования

### Имитационное моделирование работы судового движителя с гребным винтом

Выбран гребной винт модели RTP-3AC07-00 со следующими параметрами: требуемая мощность двигателя – 5 л.с. (около 3.73 кВт), диаметр – 9 дюймов (0.2286 м), шаг – 7 дюймов (0.1778 м), коэффициенты  $K_1 = 3.662 \cdot 10^{-4}$ ,  $K_2 = 2.294 \cdot 10^{-4}$ .

Под гребной винт был подобран электрический двигатель 4ПО112М1. Параметры электродвигателя:  $P = 4.0$  кВт,  $I = 22.1$  А,  $\omega = 3000 \cdot \pi/30 = 314$  рад/с,  $U = 220$  В.

Исходя из [3], был произведен расчет недостающих параметров активного сопротивления и индуктивности:

$$R = \frac{0.5 \cdot (U \cdot I - P \cdot 10^3)}{I^2} = 0.882 \text{ Ом,}$$

$$L = 0.2 \cdot \frac{U}{2 \cdot \omega \cdot I} = 3.17 \text{ мГн.}$$

На рис. 2 представлена нелинейная имитационная модель работы судового движителя с гребным винтом, реализованная в специализированном программном пакете.

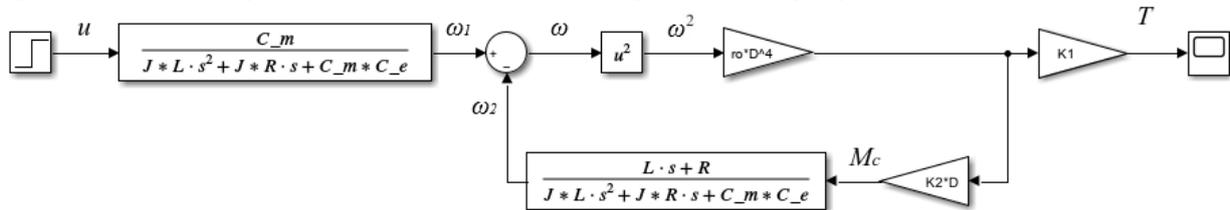


Рис.2. Имитационная модель работы маршевого судового движителя

Результатом имитационного моделирования является получение переходной характеристики системы, демонстрирующей реакцию движителя на входное ступенчатое воздействие (рис. 3).

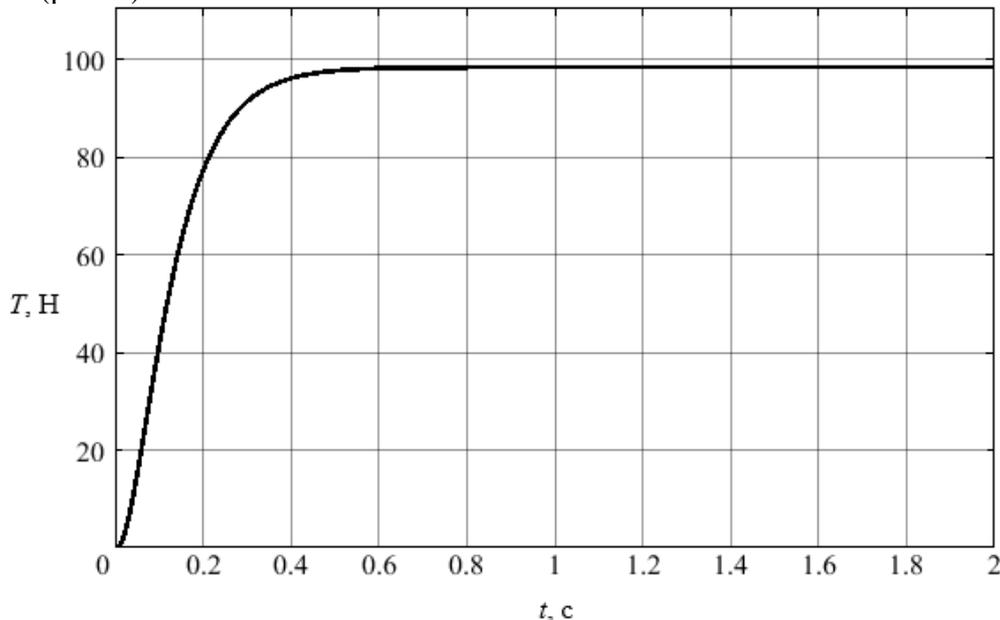


Рис.3. Переходная характеристика судового движителя

### Линеаризация математической модели судового движителя с гребным винтом

Поскольку реальные системы управления зачастую основаны на линейных алгоритмах, для синтеза системы автоматического управления необходимо линеаризовать исходную нелинейную модель. Это позволяет применять стандартные методы анализа устойчивости и регулирования.

Для линеаризации требуется выбрать рабочую точку, которая должна соответствовать установившемуся режиму, когда все производные равны нулю. Линеаризация проводится по принципу разложения функций в ряд Тейлора в окрестности заданного рабочего режима [4]:

$$i = i_0 + \tilde{i}, \omega = \omega_0 + \tilde{\omega}, u = U_0 + \tilde{u}. \quad (6)$$

Линейное уравнение для приращения тока:

$$L \frac{d\tilde{i}}{dt} = -R \cdot \tilde{i} - C_e \cdot \tilde{\omega} + \tilde{u}. \quad (7)$$

При линейризации момента сопротивления, разложим его в ряд Тейлора около  $\omega_0$ :

$$M_c(\omega_0 + \tilde{\omega}) \approx M_c(\omega_0) + \left. \frac{dM_c}{d\omega} \right|_{\omega_0} \tilde{\omega}, \quad (8)$$

где в установившемся режиме выполняется

$$C_m \cdot i_0 = M_c(\omega_0). \quad (9)$$

Таким образом, уравнение в отклонениях примет вид:

$$J \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = C_m \cdot \tilde{i} - k_m \cdot \tilde{\omega}, \quad (10)$$

где

$$k_m = \left. \frac{dM_c}{d\omega} \right|_{\omega_0} = 2 \cdot K_2 \cdot \rho \cdot D^5 \cdot \omega_0. \quad (11)$$

Линеаризуя уравнения силы тяги относительно  $\omega_0$ , получаем:

$$\tilde{T} = 2 \cdot K_1 \cdot \rho \cdot D^4 \cdot \omega_0 \cdot \tilde{\omega}. \quad (12)$$

### Заключение

В ходе исследования была изучена структура и принцип работы маршевого судового движителя с гребным винтом. На основе аналитических методов построена математическая модель, отражающая основные физические процессы, происходящие в системе. Имитационное моделирование позволило получить переходную характеристику, подтверждающую корректность модели, а процедура линеаризации обеспечила возможность дальнейшего синтеза линейной системы автоматического управления движением беспилотного катера.

### Список использованной литературы

1. Подводные робототехнические комплексы: системы, технологии, применение / А.В. Инзарцев, Л.В. Киселев, В.В. Костенко, Ю.В. Матвиенко, А.М. Павин, А.Ф. Щербатюк; [отв.ред. Л.В. Киселев]; ФГБУН Ин-т проблем морских технологий ДВО РАН. – Владивосток, 2018. – 368 с. ISBN 978-5-7311-0486-9
2. Лукомский Ю. А., Чугунов В. С. / Системы управления морскими подвижными объектами : Учебник – Л. : Судостроение, 1988. – 272 с.
3. Проектирование и исследование автоматизированных электроприводов. Ч. 3. Электрические машины постоянного тока в системах автоматизированного электропривода: учебное пособие / Л.С. Удут, Н.В. Кояин, О Л. Мальцева. – Издание 2-е переработанное и дополненное. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2007. –152 с.
4. Митришкин Ю.В. Линейные математические модели динамических систем с управлением / Митришкин Ю.В. – Москва : МГУ, 2019 – 464 с.