

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ ПРОЕКЦИОННОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ ВЕДУЩЕЙ ГИПЕРПЛОСКОСТИ

Попов Е.И.¹, Глазырин А.С.², Копырин В.А.³, Попов С.С.⁴, Боловин Е.В.⁵

¹ ТИУ, г. Тюмень, аспирант, rorovei72@mail.ru

² НИ ТПУ, ИШЭ, г. Томск, д.т.н., профессор ОЭЭ

³ ТИУ, г. Тюмень, к.т.н., и.о. заведующего каф. КС

⁴ НИ ТПУ, ИШЭ, г. Томск, аспирант ОЭЭ

⁵ НИ ТПУ, ИШЭ, г. Томск, к.т.н., доцент ОЭЭ

Аннотация

Предложен метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости для решения задачи оценивания параметров линейной нестационарной динамической системы по малому числу наблюдений на примере апериодического звена (RL -цепи). Выполнено сравнение предложенного метода с методом сопряженных градиентов

Ключевые слова: оценивание параметров по малому числу наблюдений, метод наименьших квадратов, проекционная идентификация, нестационарная динамическая система.

Введение

При решении задач управления стационарными и нестационарными динамическими системами различной природы [1, 2] нередко возникает проблема идентификации параметров математической модели. При этом для большинства инженерных приложений наибольший практический интерес представляет именно динамическая (текущая или online) идентификация. Характерной задачей является, например, идентификация параметров математической модели электропривода погружной установки скважинной добычи нефти, находящейся в режиме прерывистой эксплуатации. Так, при синтезе бездатчиковой системы управления электроприводом установки центробежных электронасосов (УЭЦН), замкнутой по наблюдателю состояния [3], необходимо учитывать, что динамическая система «длинный питающий кабель – погружной электродвигатель» является существенно нестационарной, что связано как с климатическими особенностями региона эксплуатации скважины, так и со спецификой технологического процесса добычи нефти в прерывистых режимах эксплуатации [4].

Основная часть

Рассмотрим апериодическое звено первого порядка (RL -цепь):

$$\frac{di(t)}{dt} = \hat{k}_1 U(t) + \hat{k}_2 i(t), \quad (1)$$

где $i(t)$ – ток, $U(t)$ – напряжение, $\hat{k}_1 = \frac{1}{\hat{L}}$, $\hat{k}_2 = -\frac{\hat{R}}{\hat{L}}$ – оценки неизвестных параметров модели, $\hat{R}$ – оценка активного сопротивления, $\hat{L}$ – оценка индуктивности, t – время.

Получим дискретную модель системы (1) на основе многошагового неявного метода интегрирования Милна 4 порядка [5, 6].

$$F_y[k] = k_1 F_U[k] + k_2 F_i[k], \quad (2)$$

где $F_y[k] = \frac{8}{3 \cdot \Delta t} (i[k] - i[k-3])$, $F_U[k] = U[k] + 3 \cdot U[k-1] + 3 \cdot U[k-2] + U[k-3]$, k – шаг дискретизации, $F_i[k] = i[k] + 3 \cdot i[k-1] + 3 \cdot i[k-2] + i[k-3]$, Δt – период дискретизации.

Составим нормальную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (3), затем приведем ее к классической постановке метода наименьших квадратов (МНК) (4) [7]:

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{y}, \quad (3)$$

где $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} F_U[k] & F_i[k] \\ F_U[k-1] & F_i[k-1] \\ \vdots & \vdots \\ F_U[k-n] & F_i[k-n] \end{pmatrix}$, $\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} F_y[k] \\ F_y[k-1] \\ \vdots \\ F_y[k-n] \end{pmatrix}$, n – число замеров в окне просмотра.

Псевдорешение матричного уравнения (3) в МНК-постановке находится путем составления и решения следующей СЛАУ:

$$\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{b}, \quad (4)$$

где T – знак транспонирования, $\mathbf{A}$ – информационная матрица (положительно определённая, симметричная), $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, $\mathbf{b} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$.

Искомые векторы для системы (4) могут быть получены разными методами итерационного решения систем линейных алгебраических уравнений, либо методами минимизации нелинейных функций, если рассматривать некоторую квадратичную функцию потерь. Однако нахождение псевдорешения переобусловленной СЛАУ методом наименьших квадратов не использует никакой априорной информации относительно ошибок измерений, при этом на малом числе наблюдений классические гипотезы об эффективности и несмещенности оценки, полученной методом наименьших квадратов, не выполняются, а значит псевдорешение СЛАУ будет гарантированно смещено относительно глобального экстремума [8].

Таким образом, к решению задачи оценивания сформулируем следующие требования:

1. Устойчивость итерационного процесса оценивания в смысле ограниченности по норме вектора искомых коэффициентов.

2. Относительно малые вычислительные затраты на поиск решения при составленных СЛАУ.

Таковыми свойствами обладает, например, метод Качмажа или другие методы из подпространства Крылова [9], основанные на процессе последовательного приближения к решению путем проведения проекций на гиперплоскости, которые определяются уравнениями системы. Поскольку нахождение координат проекции на гиперплоскость является вычислительно устойчивой операцией, для решения задачи оценивания параметров по малому числу наблюдений данный подход может быть упрощен с точки зрения уменьшения количества шагов проведения проекций при МНК-постановке задачи на каждом шаге оценивания.

Оценка параметров методом проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости на каждом шаге скользящего окна просмотра вычисляется следующим образом:

$$\hat{\mathbf{k}}[k] = \hat{\mathbf{k}}[k-1] + \frac{\left(\mathbf{b}^{(h)}[k] - \mathbf{A}^{(h)}[k] \cdot \hat{\mathbf{k}}[k] \right) \cdot \mathbf{A}^{(h)}[k]}{\left\| \mathbf{A}^{(h)}[k] \right\|_2^2}, \quad (5)$$

где $\bullet^{(h)}$ – знак номера строки (ведущей гиперплоскости), y – номер ведущей гиперплоскости (выбирается однократно и не меняется в течение всего времени работы алгоритма), $\|\bullet\|_2$ – знак l_2 (евклидовой) нормы матрицы.

Выполним оценку работоспособности метода проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости на рассматриваемой динамической системе (2) и сравним с методом сопряженных градиентов (МСГ). Выбор метода сопряженных градиентов для сравнения с методом проекционной идентификации был сделан из соображений схожих стратегий построения алгоритма. Однако в отличие от проекционной идентификации, где выбирается одна ведущая гиперплоскость, к которой в течение всего времени проводится проекция из предыдущей гиперплоскости, в то время МСГ проводит проекции к подпространствам Крылова [9], таким образом каждый новый шаг ортогонален (сопряжен) предыдущему.

Положим полное время моделирования равным 4 с. В рамках модельной задачи предположим, что температура эксплуатации изменяется, что приводит к изменению R . Функцию $R = R(t)$ в (1) принимаем кусочно-постоянной. Зависимость активного сопротивления R от температуры выражается следующей формулой:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha(\tau_2 - \tau_1)), \quad (6)$$

где α – температурный коэффициент, $\alpha = 0,004$ (для меди), τ – температура.

При моделировании были приняты следующие значения температур стационарного теплового поля: $\tau_1 = -60$ °С, $\tau_2 = 20$ °С, $\tau_3 = 100$ °С. Соответствующие им значения сопротивлений: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 2,64$ Ом, $R_3 = 3,28$ Ом. Индуктивность принимаем равной $L = 0,1$ Гн. Значения постоянных времени для каждого случая соответственно: $T_{a1} = 0,05$ с, $T_{a2} = 0,038$ с, $T_{a3} = 0,03$ с. Частота дискретизации $f_d = 20$ кГц. Примем ширину окна просмотра равной $0,5T_{a1}$, – 500 точек при заданной частоте дискретизации.

Входными данными являлись переходные характеристики тока и напряжения в апериодическом звене при подключении источника синусоидального напряжения, начальные условия приняты нулевыми. На характеристики наложена аддитивная смесь двух групп помех: имеющих нормальное гауссово распределение, и помехи импульсного характера (рисунок 1).

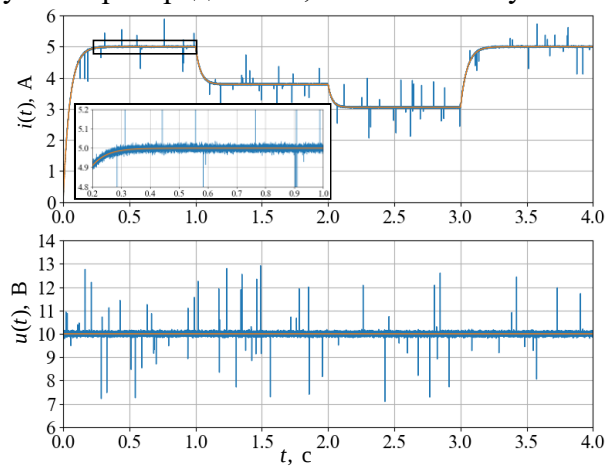


Рис. 1. Осциллограммы токов и напряжений (оранжевым цветом показано эталонные характеристики, синим – с наложенными шумами)

Результаты

Осциллограммы оценок R , L для метода проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости и метода сопряженных градиентов – см. на рисунках 2 и 3 соответственно.

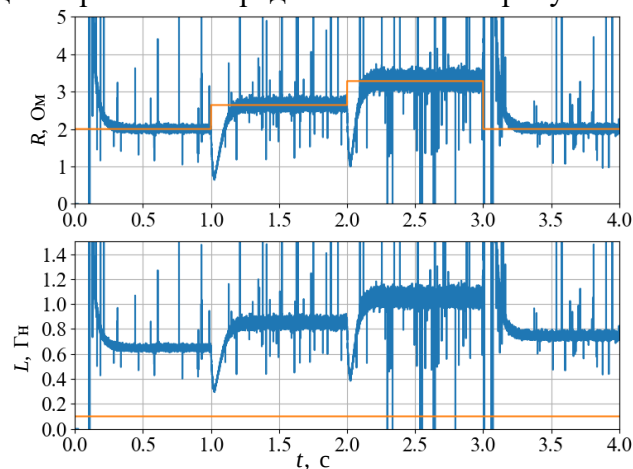


Рис. 2. Оценивание параметров нестационарной RL -цепи методом проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости (оранжевым цветом показано эталонное значение параметра, синим – оценка)

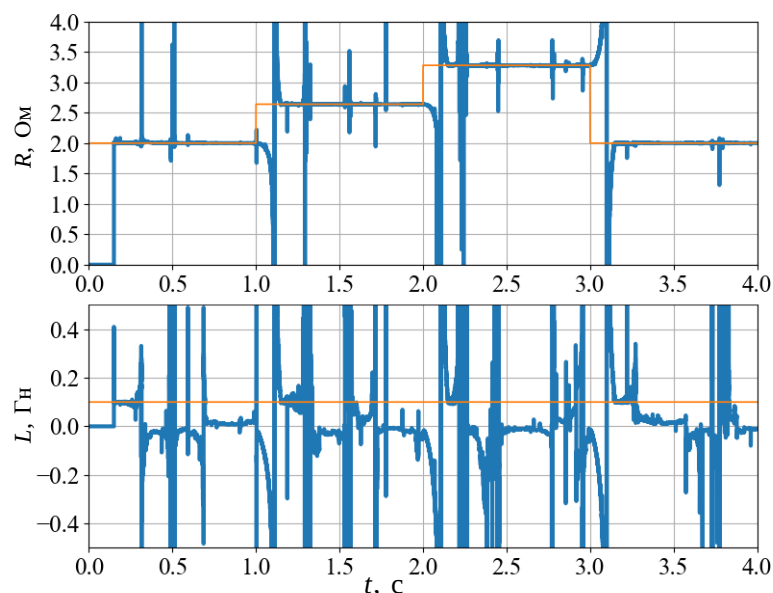


Рис. 3. Оценивание параметров нестационарной RL-цепи методом сопряженных градиентов (оранжевым цветом показано эталонное значение параметра, синим – оценка)

Для количественной оценки эффективности работы методов оценивания параметров динамической системы выполним расчет относительной погрешности для каждого участка стационарности (таблица 1) за вычетом ширины окна просмотра 0,025 с.

Таблица 1. Сравнение относительных погрешностей оценивания параметров для рассматриваемых методов

Относительная погрешность	Промежуток времени, с			
	0,025 – 1	1,025 – 2	2,025 – 3	3,025 – 4
Метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости				
$\Delta R, \%$	38,8	4,3	3,9	-2,2
$\Delta L, \%$	-340	-716	-911	-657
Метод сопряженных градиентов				
$\Delta R, \%$	12,7	1,5	2,5	-6,4
$\Delta L, \%$	140	84	122	95

Из анализа рис. 2 и 3 видно, что большая эффективность оценивания по малому числу наблюдений достигается при оценивании активного сопротивления R . При этом оценки индуктивности L либо оказываются сильно смещенными, либо оказываются не найденными (смещение к окрестности нуля для метода сопряженных градиентов). Согласно таблице 1 в большинстве случаев точность оценивания методом сопряженных градиентов выше, однако смещение оценок индуктивности в окрестность нуля на установившемся режиме динамической системы для метода сопряженных градиентов в замкнутых системах регулирования может привести к потере устойчивости системы.

В инженерных задачах наибольший практический интерес представляет именно задача текущего оценивания активного сопротивления, зависящего от температуры окружающей среды, в то время как оценки индуктивности могут быть получены методами предварительной идентификации или из каталожных данных.

Заключение

Предложенный метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости для задачи текущего оценивания (на скользящем окне просмотра) параметров нестационарной динамической системы позволяет получать оценки на основе однократного проведения

вычислительно устойчивой операции нахождения координат проекции на ведущую гиперплоскость СЛАУ МНК-задачи. Преимуществом предложенного метода является экономия вычислительных ресурсов, так как при большой размерности информационной матрицы **A** оценивание ведется только по одной ведущей гиперплоскости.

В дальнейшем интерес представляет задача идентификации нестационарных нелинейных динамических систем предложенным методом, в частности в задачах управления, идентификации и диагностики погружных синхронных и асинхронных электродвигателей установок скважинной добычи нефти.

Список использованных источников

1. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – Москва : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 632 с.
2. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами / Р.Е. Калман // Успехи математических наук, 1985. –Т. 40. – № 4. – С. 25-42.
3. Разработка наблюдателя угловой скорости ротора и момента сопротивления на валу регулируемого синхронного двигателя с постоянными магнитами, питающегося через длинный кабель / А.С. Глазырин, Е.И. Попов, В.А. Копырин, С.С. Попов, Е.В. Боловин, В.З. Ковалев, Р.Н. Хамитов, В.В. Тимошкин // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335. – № 11. – С. 237–257. DOI: 10.18799/24131830/2024/11/4879.
4. Лихачёва Е.А. Надежность погружных нефтяных насосов при периодической эксплуатации / Е.А. Лихачёва, В.Г. Островский, Н.А. Лыкова, А.Н. Мусинский, П.А. Байдаров // ПРОНЕФТЬ. Профессионально о нефти. – 2021. – Т. 6. – № 1. – С. 54–58. DOI: 10.51890/2587-7399-2021-6-1-54-58.
5. Пантелеев А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учеб. Пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. – Москва: Высшая школа, 2001. – 376 с.
6. Попов Е. И. Влияние методов дискретизации на обусловленность информационной матрицы и характер формирования гиперсфер ошибок в задачах оценивания параметров по малому числу наблюдений / Е. И. Попов, А. С. Глазырин, В. А. Копырин // Системы анализа и обработки данных. – 2025. – № 1(97). – С. 85-104. – DOI 10.17212/2782-2001-2025-1-85-104.
7. Коновалов В.И. Идентификация и диагностика систем: учебное пособие / В.И. Коновалов. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 163 с.
8. Фурсов В.А. Идентификация систем по малому числу наблюдений / В.А. Фурсов. – Самара : Изд-во СГАУ, 2007. – 81 с.
9. Куксенко С.П. Итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений с плотной матрицей / С.П. Куксенко, Т.Р. Газизов. – Томск : Томский государственный университет, 2007. – 208 с.