Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

На правах рукописи

Жуйков Александр Константинович

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ ПО НАПРЯЖЕНИЮ ПРИ ПАССИВНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

2.4.3 – Электроэнергетика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук, доцент ОЭЭ ТПУ
Бацева Наталья Ленмировна

Томск – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
ГЛАВА 1 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ 13
1.1 Необходимость учёта статических характеристик нагрузки при моделировании электрического режима и управлении им 13
1.2 Модели статических характеристик нагрузки по напряжению 15
1.3 Способы определения статических характеристик нагрузки по напряжению 19
1.3.1 Активный эксперимент 21
1.3.2 Пассивный эксперимент 22
1.4 Применение регрессии для обработки экспериментальных данных 25
1.5 «Реакция сети» в пассивном эксперименте 27
1.6 Применение кластерного анализа для обработки результатов пассивного эксперимента 31
1.7 Определение числа кластеров 37
1.8. Оптимизационные расчёты 41
1.9 Выводы по главе 1 44
ГЛАВА 2 КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ ПО НАПРЯЖЕНИЮ 46
2.1 Постановка задачи кластеризации 46
2.2 Определение числа кластеров 48
2.3 Идентификация линейных моделей СХН с помощью кластеризации63
2.4 Выводы по главе 2 66
ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ «РЕАКЦИИ СЕТИ» ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ 68
3.1 Влияние «реакции сети» для простейшего случая 68

3.2 Расчёт влияния «реакции сети» в общем случае 71
3.3 Влияние сетевых и режимных параметров на «реакцию сети» 77
3.3.1 Влияние сетевых параметров 78
3.3.2 Влияние режимных параметров 84
3.4 Математическая модель влияния «реакции сети» 88
3.5 Выводы по главе 3 95
ГЛАВА 4 ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ РАСЧЁТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАГРУЗКИ 97
4.1 О необходимости применения полиномиальных моделей 97
4.2 Постановка задачи оптимизации 101
4.3 Оптимизационный расчёт 103
4.3.1 Преобразование ограничений и целевой функции 103
4.3.2 Оптимизация методом множителей Лагранжа 107
4.3 Перевод коэффициентов полиномиальной модели в относительные единицы 111
4.4 Выводы по главе 4 113
ГЛАВА 5 АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ 116
5.1 Предварительная обработка измерений 117
5.2 Кластеризация 127
5.3 Учёт «реакции сети» и отбор значимых кластеров 131
5.4 Получение полиномиальных моделей СХН по напряжению 134
5.5 Проверка результатов 135
5.6 Выводы по главе 5 138
ГЛАВА 6 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ 141
6.1 Проектные решения 141
6.2 Взаимосвязи программы со смежными системами и обеспечение

совместимости 143
6.3 Средства разработки 144
6.5 Тестирование программы 148
6.5.1 Оценка быстродействия 160
6.5.2 Оценка величин предельных перетоков активной мощности в контролируемых сечениях при использовании расчётных и типовых моделей статических характеристик нагрузки 161
6.6 Выводы по главе 6 162
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 164
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 167
ПРИЛОЖЕНИЯ 184
Приложение А Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 184
Приложение Б Код на языке *C#* модуля импорта данных для приведения измерений к общей оси времени 185
Приложение В Код на языке *Python* для реализации алгоритма второй производной степени трансформации для определения числа кластеров 189
Приложение Г Код для определения коэффициентов полиномиальной модели СХН по напряжению 190
Приложение Д Код для построения эллипса рассеивания 194

ВВЕДЕНИЕ

Проблема и ее актуальность. В расчётных моделях зависимость мощности от изменения напряжения в узлах нагрузки отражается с помощью линейных или полиномиальных моделей статических характеристик нагрузки по напряжению (СХН). Изменение количественного и качественного состава электроприёмников в узлах нагрузки привело к использованию некорректных СХН, что вносит погрешность в результаты расчётов как установившихся, так и предельных режимов работы энергорайонов энергосистем.

Наиболее точным способом получения моделей СХН является активный эксперимент, но он сопряжен с трудностями и издержками при реализации, связанными с принудительным изменением параметров режима в узле нагрузки и в прилегающей электрической сети. Поэтому в работе рассматривается получение моделей СХН по результатам пассивного эксперимента, реализация которого не требует изменений режима работы электрических сетей энергосистем.

Идентификация корректных моделей СХН при пассивном эксперименте – это отдельная большая задача, которая включает способы получения измерений параметров режима в узле нагрузки и способы обработки измерений. Необходимо разработать методику обработки измерений режимных параметров, измеренных в пассивном эксперименте, с учётом факторов, влияющих на корректность обработки для идентификации моделей СХН в режиме реального времени.

Идея диссертационной работы заключается в автоматическом определении числа состояний нагрузки (кластеров), последующей кластеризации измерений параметров режима *EM*-алгоритмом, учёте влияния «реакции сети» при обработке массивов с помощью преобразований параметров распределения выделенных состояний нагрузки, отборе наиболее значимых состояний,

применении оптимизационного расчёта для идентификации полиномиальных моделей СХН.

Автоматическое определение числа кластеров выполнено модифицированным алгоритмом Сьюгер-Джеймса. Учёт «реакции сети» обеспечивается за счёт предварительной кластеризации экспериментальных данных, применения алгоритма преобразования параметров распределения кластеров для исключения влияния «реакции сети» и выбора подходящих кластеров для анализа. Отбор кластеров выполнен на основе количественной оценки весов и значений определителя ковариационной матрицы. Кластеризация позволяет выполнить дополнительную фильтрацию исходных массивов измерений. Оптимизационный расчёт, выполненный на основе метода множителей Лагранжа и итерационного расчёта по методу Ньютона, позволяет из измерений параметров режима, полученных в пассивном эксперименте при ограниченном диапазоне изменения напряжения, получить корректную модель СХН, которая будет точно отражать зависимость мощности нагрузки от напряжения при значениях напряжений, близких к критическим.

Степень разработанности темы исследования. Значительный вклад в развитие способов идентификации СХН внесли Российские исследователи: Бураков И.Ф., Бушуева О.А., Ведерников А.С., Гольдштейн В.Г., Гуревич Ю.Е., Дзюба М.А., Золоев Б.П., Коновалов Ю.С., Коржов А.В., Кравченко В.Ф., Кугелевичус И.Б., Кулешов А.И. Либова Л.Е., Мурзин А.Ю., Нагай В.И., Панкратов А.В., Тавлинцев А.С., Тарасенко В.В., Хачатрян Э.А., Шульпин А.А., и др. Среди работ, посвящённых обработке массивов параметров режима, полученных в пассивном эксперименте, стоит отдельно отметить работы Ю.Е. Гуревича, в которых введено понятие «реакция сети», приведён способ её учёта при идентификации моделей СХН с использованием расчётной модели.

За рубежом развитием данной тематики занимаются исследователи: A. Arif, Z. Wang, J. Wang, B. Mather, H. Bashualdo, D. Zhao, I. F. Visconti, D. A. Lima, J. M. C. d. S. Costa, N. R. d. B. C. Sobrinho, Z.Y. Dong, A. Borghetti, K. Yamashita, A.

Gaikwad, P. Pourbeik, J. V. Milanović, F. S. Chassin, E. T. Mayhorn, M. Elizondo, Shuai Lu, J. Kepka и др.

Целью работы является разработка методики определения моделей СХН по напряжению на основе экспериментально измеренных параметров режима при проведении пассивного эксперимента, с учётом влияния внешней электрической сети.

Объектом исследования являются модели СХН по напряжению узлов нагрузки, для которых проводятся пассивные эксперименты. **Предметом исследования** являются: влияние «реакции сети» на параметры режима в узле нагрузки; состояния нагрузки, выделяемые из массивов параметров режима при кластеризации; процесс идентификации полиномиальных моделей СХН на интервале изменения напряжения, характерном при проведении пассивного эксперимента.

Для достижения цели в работе поставлены и решены следующие **задачи:**

1. Анализ существующих способов идентификации моделей СХН, выявление недостатков подходов к учёту «реакции сети» и к выделению состояний исследуемой нагрузки в измерениях параметров режима при проведении пассивного эксперимента.
2. Разработка способа автоматического определения числа состояний нагрузки (кластеров) с учётом особенностей измерений параметров режима в пассивном эксперименте.
3. Разработка методики применения *EM*-алгоритма кластеризации измерений параметров режима для определения линейных моделей СХН.
4. Определение критериев отбора наиболее значимых кластеров, параметры которых можно использовать для идентификации моделей СХН.
5. Разработка методики учёта влияния «реакции сети» на параметры режима в узле нагрузки.
6. Объединение методик кластеризации измерений и учёта влияния «реакции сети» на измерения параметров режима для получения итоговых линейных моделей СХН.

7. Разработка методики идентификации полиномиальных моделей СХН по линейным моделям на интервале изменения напряжения, превышающем диапазон изменения напряжения в пассивном эксперименте.

8. Разработка алгоритма и программного обеспечения для реализации методик.

9. Проведение исследований, подтверждающих корректность разработанных методик.

Научная новизна работы:

1. Модифицирован алгоритм Сьюгер-Джеймса определения числа кластеров, что позволило корректно выделить состояния нагрузки в массивах параметров режима.

2. Разработана методика аналитического расчёта степени влияния «реакции сети» – коэффициентов «реакции сети» по активной и реактивной мощностям, проведён анализ зависимости коэффициентов от параметров электрического режима и от параметров электрической сети;

3. Разработана методика, позволяющая учесть влияние «реакции сети» на экспериментально измеренные параметры режима путём трёхмерной кластеризации измерений параметров режима, преобразования параметров распределения выделенных кластеров и отбора наиболее значимых кластеров.

4. Теоретически и экспериментально исследовано применение разработанной методики. Продемонстрирована её высокая точность с помощью сравнения отклонений от экспериментальных данных СХН, полученных с помощью разработанных методик, и типовых СХН.

5. Разработаны алгоритм и программное обеспечение для идентификации моделей СХН.

Теоретическую значимость работы определяют:

1. Модификация алгоритма Сьюгер-Джеймса определения числа кластеров, с помощью которой корректно определяются число состояний нагрузки в измерениях параметров режима, полученных в пассивном эксперименте, в соответствии с технологическими процессами, происходящими в узлах нагрузки.

2. Анализ факторов, способствующих уменьшению степени влияния «реакции сети» на измерения параметров режима.

3. Решение задачи по учёту влияния «реакции сети» на основе трёхмерной кластеризации измерений параметров режима, преобразования параметров распределения выделенных кластеров и отбора наиболее значимых из них при идентификации моделей СХН.

4. Учёт влияния «реакции сети» при определении полиномиальных моделей СХН за счёт оптимизационного расчёта с ограничениями типа равенств по известным линейным моделям СХН.

Практическая значимость работы заключается в предложенных мероприятиях, направленных на снижение влияния «реакции сети» при проведении пассивного эксперимента, что позволяет повысить точность моделирования установившихся режимов за счёт корректно определённых моделей СХН.

Кроме того, произведена оценка влияния коэффициентов СХН на величины предельных перетоков активной мощности по статической апериодической устойчивости в КС относительно существующих значений. Оценка показала, что использование корректных моделей СХН крайне важно, так как абсолютная величина отклонений предельных перетоков по межсистемным связям при использовании существующих типовых СХН и СХН, полученных с помощью разработанной методики, достигает 43-х МВт, что оказывает влияние на работу автоматических регуляторов и ограничителей перетоков в КС.

Зарегистрирована программа для ЭВМ № 2022619028 для идентификации моделей СХН, которая включает алгоритмы, соответствующие разработанной методике, удобный интерфейс пользователя (Приложение А).

Элементы методики идентификации моделей СХН в части кластеризации и учёта влияния «реакции сети» использованы при выполнении научно-исследовательских работ № 14.07-66/2020У «Определение статических характеристик нагрузки по напряжению для Иркутского алюминиевого завода» и № 14.07-191/2020У «Определение статических характеристик нагрузки по напряжению для промышленных потребителей, присоединённых к ПС 220 кВ Якурим».

Методология и методы исследования. При выполнении работы использованы: теория расчёта электрических режимов, методы математического моделирования, математической статистики, машинного обучения, кластеризации, экспериментальные исследования, методология проектирования информационных систем *SADT* (методология функционального моделирования работ).

Положения, выносимые на защиту:

1. Модификация алгоритма Сьюгер-Джеймса для определения количества кластеров в массивах измерений параметров режима на основе максимизации степени трансформации λ.
2. Математическая модель влияния «реакции сети» на измерения параметров режима в узле нагрузки.
3. Методика идентификации линейной модели СХН по напряжению с учётом преобразования параметров распределения кластеров и отбора наиболее значимых из них по значениям веса кластера w и определителя ковариационной матрицы $|K|$.
4. Методика оптимизационного расчёта коэффициентов полиномиальной модели СХН с помощью метода множителей Лагранжа по известному значению коэффициента наклона линейной СХН.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов диссертационной работы подтверждена оценкой отклонений экспериментальных точек, соответствующих измерениям параметров режима, зафиксированным при проведении пассивных экспериментов, от результатов, полученных при применении разработанных методик идентификации СХН.

Апробация результатов исследований. Результаты исследований докладывались и обсуждались на: V Международной научно-технической конференции «Mechanical Science and Technology Update» (MSTU 2021) (Омск, 2021), XII Международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи-2022» (Нижний Новгород, 2022), XIII Международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи-2023» (Красноярск, 2023), VII Всероссийской конференции с международным участием «Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы,

решения» (Тольятти, 2024), XXVI Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2023) (Санкт-Петербург, 2023), Международной конференции, индексируемой в базах данных Scopus, 2024 International Ural Conference on Electrical Power Engineering (UralCon) (Магнитогорск, 2024), CVIII Международной научно-практической конференции «Экспериментальные и теоретические исследования в современной науке» (Новосибирск, 2025), Всероссийской научно-практической конференции «Наука России» (Пенза, 2025).

В составе научного коллектива автор диссертации принимал участие в хозяйственных договорах, заключенных между Национальным исследовательским Томским политехническим университетом и Филиалом АО «СО ЕЭС» ОДУ Сибири, по определению статических характеристик нагрузки по напряжению по данным активного и пассивного экспериментов для крупных потребителей.

Публикации. Основные положения и результаты диссертационной работы отражены в 19 научных работах, в числе которых 4 статьи в рецензируемых изданиях из перечня ВАК, 2 статьи в изданиях, индексируемых международными наукометрическими базами данных Scopus и (или) Web of Science, получены 1 патент РФ на изобретение, 1 патент РФ на полезную модель и 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора состоит в разработке модификации алгоритма Сьюгер-Джеймса для определения числа состояний нагрузки, формировании положений методики идентификации моделей СХН по данным пассивного эксперимента, программной реализации разработанной методики идентификации моделей СХН, обработке, анализе и обобщении полученных результатов, формулировке защищаемых положений и выводов. Постановка решаемых задач, планирование экспериментов и подготовка публикаций проводились совместно с научным руководителем. Автор выражает благодарность сотрудникам Отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики НИ ТПУ и Филиалу АО «СО ЕЭС» ОДУ Сибири за помощь в решении задач диссертации.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения и списка литературы, включающего 136 наименований, содержит 194 страницы, 12 таблиц, 121 рисунок, 5 Приложений.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационная работа соответствует Паспорту научной специальности 2.4.3 Электроэнергетика, так как рассматриваются вопросы развития и совершенствования теоретической и технической базы электроэнергетики с целью обеспечения надежной и экономичной работы энергорайонов энергосистем.

Паспорту специальности 2.4.3 соответствуют следующие пункты:

1. Пункт 15 «Разработка методов статической и динамической оптимизации для решения задач в электроэнергетике».
2. Пункт 20 «Разработка методов использования информационных и телекоммуникационных технологий и систем, искусственного интеллекта в электроэнергетике, включая проблемы разработки и применения информационно-измерительных, геоинформационных и управляющих систем для оперативного и ретроспективного мониторинга, анализа, прогнозирования и управления электропотреблением, режимами, надежностью, уровнем потерь энергии и качеством электроэнергии».

ГЛАВА 1 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1.1 Необходимость учёта статических характеристик нагрузки при моделировании электрического режима и управлении им

Расчёты электрических режимов необходимы для решения важных технологических задач, таких как: получение информации о потреблении электроэнергии и мощности в деловом процессе по выявлению «узких мест» в энергосистеме (энергорайоне); рассмотрение диспетчерских заявок на вывод в ремонт оборудования; определение объёма мероприятий по регулированию напряжения на этапе управления режимом; расчёт перетоков активной и реактивной мощностей перед производством переключений с целью проверки последствий принимаемых решений; расчёт максимально допустимых и аварийно допустимых перетоков мощности; экспертный анализ аварий.

На практике анализ параметров электрического режима часто сопряжён с неопределённостью, которую вносят модели электроустановок в расчётную модель [1-4]. Неопределённость заключается в отличиях расчётных и измеренных параметров режима, связанных с изменениями мощности подключенных устройств, их количеством, графиками потребления и/или генерации, а также с технологическими процессами производства и/или потребления электроэнергии [4-6]. Устранить неопределённость можно с помощью правильно идентифицированных и введённых в расчётную модель, математических моделей генерации и нагрузки.

Наибольшую степень неопределённости вносит в расчётную модель электрическая нагрузка из-за многообразия технологических процессов, происходящих в узле нагрузки, и номенклатуры устройств [6]. В большинстве

случаев достоверная информация о технологических процессах и номенклатуре устройств отсутствует, поэтому получение функциональной зависимости мощности узла нагрузки от параметров режима затруднительно. Такая зависимость учитывается обобщённо, либо не учитывается совсем, когда нагрузка в модели представлена постоянными мощностями [7]. Если параметры режима находятся далеко от границы нарушения устойчивости, то представление нагрузки постоянными мощностями считается приемлемым [8-11]. В противном случае отсутствие учёта зависимостей мощности нагрузки от параметров режима может привести к тому, что измеренные параметры будут значительно отличаться от рассчитанных, что приведёт к неверным решениям технологических задач [10-12].

В качестве примера можно рассмотреть определение максимально-допустимых перетоков активной мощности в КС. В работах [9-10] показано, что разница между значением предельного перетока в КС, определённого при задании мощности нагрузки постоянными величинами, и значением предельного перетока при учёте функциональной зависимости мощности нагрузки от напряжения, достигает 10%. Поэтому с целью повышения точности расчёта электрических режимов и решения технологических задач электрическую нагрузку следует задавать с помощью математических моделей, отражающих функциональную зависимость мощности нагрузки от параметров режима, – статическими характеристиками нагрузки (СХН) [13].

В общем виде СХН представляют зависимости изменений активной и реактивной мощностей нагрузки от значений напряжения и частоты в узле нагрузки при медленно изменяющихся параметрах режима:

$$P = F_1(U, \omega_*); \tag{1.1}$$

$$Q = F_2(U, \omega_*), \tag{1.2}$$

где P – активная мощность нагрузки; Q – реактивная мощность нагрузки; U – напряжение на шинах нагрузки; ω – частота в сети.

Исследования [2, 14] показали, что в уравнениях (1.1) и (1.2), помимо частоты и напряжения, могут присутствовать и другие параметры, однако из-за их малого влияния, невозможности учёта в программных комплексах для расчёта

электрических режимов, включение этих составляющих в уравнения (1.1) и (1.2) не имеет практического смысла.

В настоящее время СХН применяются для расчётов электрических режимов в условиях частоты, близкой к номинальной, поэтому ограничиваются моделированием нагрузки с помощью СХН по напряжению [13-17]. СХН по напряжению позволяют учесть зависимость мощности, потребляемой комплексным узлом нагрузки, от напряжения на питающих шинах с учётом потерь мощности во внутренней электрической сети, взаимного влияния отдельных электроприёмников в узле нагрузки, действия внутренних автоматических систем регулирования напряжения и мощности [18, 19]. С точки зрения управления режимами, учитывая единство частоты в ЭЭС, СХН по напряжению также вызывают наибольший интерес, поскольку даже небольшое воздействие на уровень напряжения при наличии регулирующего эффекта нагрузки может привести к управляемому изменению активной (реактивной) мощности [20, 21].

1.2 Модели статических характеристик нагрузки по напряжению

СХН по напряжению задают в виде функциональных зависимостей активной (1.3) и реактивной (1.4) мощностей от напряжения [7, 20-22]:

$$P_{\text{н}}(U) = f_P(U); \tag{1.3}$$

$$Q_{\text{н}}(U) = f_Q(U), \tag{1.4}$$

где $P_{\text{н}}$ – значение активной мощности нагрузки, соответствующее модулю напряжения U на питающих шинах; $Q_{\text{н}}$ – значение реактивной мощности нагрузки, соответствующее модулю напряжения U на питающих шинах.

Для отражения зависимости мощности нагрузки от модуля напряжения с учётом регулирующего эффекта нагрузки по напряжению используется показательная модель нагрузки (1.5) и (1.6) [15, 17, 20, 21, 23-24]:

$$P_{\text{н}}(U) = P_{\text{баз}} \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right)^{k_{PU}}; \tag{1.5}$$

$$Q_{\text{н}}(U) = Q_{\text{баз}} \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right)^{k_{QU}}, \tag{1.6}$$

где $P_{\text{н}}(U)$, $Q_{\text{н}}(U)$ – расчётные активная и реактивная мощности нагрузки; $P_{\text{баз}}$, $Q_{\text{баз}}$ – базисные активная и реактивная мощности нагрузки, соответствующие номинальному напряжению $U_{\text{баз}}$; k_{PU}, k_{QU} – регулирующие эффекты нагрузки по напряжению для активной и реактивной мощностей.

В программных комплексах по расчёту режимов используется полиномиальная модель нагрузки – *ZIP*-модель (1.7) и (1.8) [5, 23, 24]. Степень полинома, как правило, не выше второй.

$$P_{\text{н}}(U) = P_{\text{баз}} \left(a_0 + a_1 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right) + a_2 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right)^2 \right) = A_0 + A_1 U + A_2 U^2; \tag{1.7}$$

$$Q_{\text{н}}(U) = Q_{\text{баз}} \left(b_0 + b_1 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right) + b_2 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{баз}}} \right)^2 \right) = B_0 + B_1 U + B_2 U^2, \tag{1.8}$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты полиномиальной модели СХН для активной мощности в относительных единицах (о.е.);

A_0, A_1, A_2 – коэффициенты полиномиальной модели СХН для активной мощности в именованных единицах (МВт, МВт/кВ и МВт/кВ^2 соответственно);

b_0, b_1, b_2 – коэффициенты полиномиальной модели СХН для реактивной мощности в относительных единицах (о.е.).

B_0, B_1, B_2 – коэффициенты полиномиальной модели СХН для реактивной мощности в именованных единицах (Мвар, Мвар/кВ и Мвар/кВ^2 соответственно);

Коэффициенты в (1.7) и (1.8) в о. е. характеризуют долю участия составляющих нагрузки в СХН по напряжению: постоянная мощность – a_0, b_0; постоянный ток –a_1, b_1; постоянное сопротивление – a_2, b_2.

Для того чтобы при значении напряжения $U = U_{баз}$ мощность нагрузки соответствовала базисному значению, необходимо выполнение условий нормировки (1.9) для коэффициентов в относительных единицах в (1.7) и (1.8):

$$\sum_{i=0}^{n} a_i = 1, \ \sum_{i=0}^{n} b_i = 1, \tag{1.9}$$

где n – степень полинома СХН.

Для описания СХН по напряжению как суммы составляющих мощности нагрузки необходимо, чтобы каждый коэффициент в (1.7) и (1.8) был меньше единицы. В этом случае точность модели нагрузки будет ниже, поэтому для увеличения точности полиномиальной модели ограничения на величины коэффициентов СХН не накладываются [12]. При этом условия (1.9) должны выполняться.

Частным случаем полиномиальной модели является линейная СХН (1.10) и (1.11), которая применима в тех случаях, когда исследуется поведение нагрузки при изменении напряжения в узком диапазоне вблизи базисного (номинального) напряжения.

$$P_н(U) = P_{баз}\left(a_0 + a_1 \cdot \left(\frac{U}{U_{баз}}\right)\right) = A_0 + A_1 U; \tag{1.10}$$

$$Q_н(U) = Q_{баз}\left(b_0 + b_1 \cdot \left(\frac{U}{U_{баз}}\right)\right) = B_0 + B_1 U. \tag{1.11}$$

Условия (1.9) должны выполняться и для коэффициентов линейной модели СХН в относительных единицах.

На рисунке 1.1 представлено сопоставление моделей СХН.

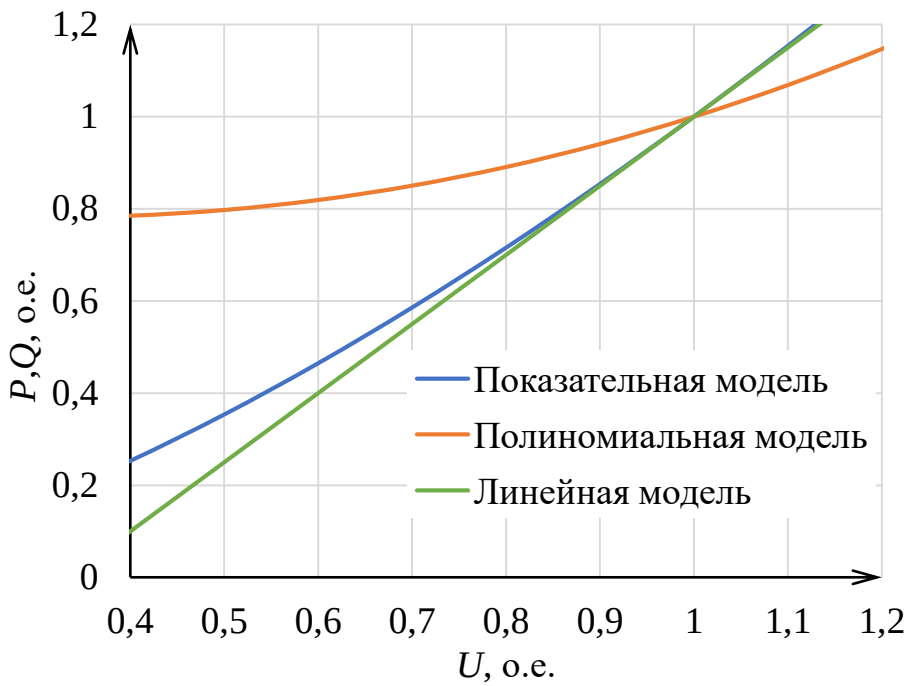


Рисунок 1.1 – Сопоставление моделей СХН по напряжению

Существуют и другие модели нагрузки [25-27], однако они не получили распространения [8, 27, 28]. Применение таких моделей связано с исследованием поведения нагрузки при напряжениях, значительно отличающихся от номинального. В этих случаях модели нагрузки учитывают самоотключения потребителей и действие устройств противоаварийной автоматики (ПА).

В [21, 29] отмечено, что на СХН значительно влияет повышенное напряжение в узле, поскольку во время увеличения напряжения выше номинального в трансформаторах резко увеличиваются реактивные потери за счет насыщения магнитной системы. Необходимо отметить, что в таком случае увеличивается и коэффициент регулирующего эффекта нагрузки. Уменьшение уровня напряжения ниже номинального приводит к увеличению потерь в электрических сетях, что практически не изменяет коэффициент регулирующего эффекта нагрузки.

1.3 Способы определения статических характеристик нагрузки по напряжению

Большинство моделей СХН, представленных в ПК для расчёта электрических режимов и используемых для моделирования узлов нагрузки, не являются фактическими и не соответствуют актуальному составу электроустановок в узле нагрузки. Это вносит значительную погрешность в расчёты, особенно при определении максимально и аварийно-допустимых перетоков активной мощности, а также пределов устойчивости [10, 26, 29, 30].

Существуют различные способы определения моделей СХН, которые отличаются между собой как данными об исследуемой нагрузке, так и характером сбора данных [26, 31-45].

Первый способ – аналитический, предполагает покомпонентный анализ исследуемой нагрузки и выбор соответствующей модели. В качестве исходных данных для определения СХН аналитическим способом выступают: информация о составе электроприёмников в узле нагрузки; схема электрических соединений электроприёмников; паспортные параметры отдельных электроприёмников или групп однотипных электроприёмников [19, 26, 31-33, 44].

В [32] показано, что результирующая модель нагрузки включает модели отдельных электроприёмников, которые определены на основе справочных данных. После получения результирующей модели узла нагрузки, выполняется серия расчётов установившихся режимов (УР), при которых последовательно изменяется значение питающего напряжения, и фиксируются расчётные активная и реактивная мощности нагрузки [32, 33]. В результате формируются массивы значений питающего напряжения, активной и реактивной мощностей нагрузки. Коэффициенты СХН по напряжению исследуемого узла нагрузки вычисляются путём выполнения регрессионного анализа [26, 46–48].

Аналитический способ не получил широкого распространения по нескольким причинам:

1. Создание подробной математической модели узла нагрузки является трудоёмкой задачей и требует значительного объёма информации, которую не всегда удаётся получить на практике [32, 49];
2. Нет возможности учесть различные режимы работы для одних и тех же электроприёмников за один цикл расчёта УР. Для учёта понадобится серия расчётов УР, в каждом из которых моделируется свой режим работы каждого электроприёмника [28, 49];
3. Возникают сложности с моделированием систем регулирования напряжения и мощности, которые имеются у современных электроприёмников и часто являются уникальными [44, 49];
4. Применение аналитического способа приводит к погрешностям при составлении модели нагрузки, так как влияние на режим работы комплексного узла нагрузки могут оказывать действия оперативного персонала [30, 50];
5. Справочные данные об электроприёмниках могут отличаться от заданных параметров и/или являться устаревшими [49].

Второй способ – экспериментальный, основан на использовании измерений режимных параметров в узле нагрузки [28, 32, 34-42, 49, 50]. В качестве измерений выступают массивы напряжений, активной и реактивной мощностей. С помощью экспериментального способа, как показано в [51-55], можно получить наиболее достоверную информацию о реакции нагрузки на изменение питающего напряжения. Поэтому экспериментальный способ по сравнению с аналитическим, обладает большей точностью. Измерения, полученные в результате проведения экспериментов, могут учесть действие устройств ПА и оперативного персонала. Однако для того, чтобы с помощью проведения экспериментов определить модель СХН с учётом всех возможных состояний нагрузки необходимо получить и обработать большие массивы данных.

В [2, 30, 56–58] отмечено, что экспериментальные способы принято разделять на активные и пассивные. В обоих случаях необходимо регистрировать

значения напряжения в питающем узле и соответствующие им значения активной и реактивной мощностей нагрузки.

1.3.1 Активный эксперимент

При проведении активного эксперимента принудительно изменяют напряжение в прилегающей к узлу нагрузки электрической сети и/или в узле нагрузки в максимально широких пределах. Изменение напряжения осуществляется переключением ответвлений устройств регулирования напряжения (РПН) трансформаторов и изменением эксплуатационного состояния средств компенсации реактивной мощности на питающих подстанциях, а также воздействием на систему возбуждения синхронных генераторов [52, 54].

В общем виде задача определения модели СХН по параметрам, полученным при проведении активного эксперимента, не имеет строгого решения. Это связано с отсутствием априорной информации о двух составляющих мощности. Первая обусловлена реакцией нагрузки на изменение питающего напряжения, а вторая вызвана случайными колебаниями мощности нагрузки, которые нельзя полностью исключить [52, 59].

Недостатком активных экспериментов является и то, что при их проведении осуществляется принудительное вмешательство в режим работы ЭЭС или энергорайона, что может негативно повлиять на надёжность их работы [54]. Кроме этого, принудительное изменение параметров режима требует согласования программы проведения экспериментов с многочисленными субъектами электроэнергетики, так как при снижении напряжения в питающих узлах может происходить снижение производительности агрегатов, снижение напряжения в узлах энергорайона, перегрузка оборудования по току, что значительно увеличивает риск возникновения аварий. По этим причинам перед проведением активного эксперимента выполняются организационно-технические мероприятия,

которые включают предварительные расчёты электрических режимов, формирование комплексной программы проведения активного эксперимента и её согласование. В [52] отмечено, что в некоторых случаях обработка данных активного эксперимента не позволяет достаточно точно выявить реальные характеристики исследуемой нагрузки из-за ее нестабильности во время испытаний и разброса измеренных значений мощности и напряжения.

Методика идентификации модели СХН по результатам активного эксперимента подробно рассмотрена в работах [51-55, 60].

1.3.2 Пассивный эксперимент

Основное отличие пассивного эксперимента от активного состоит в том, что для получения измерений режимных параметров внешнего вмешательства в режим работы энергорайона/ЭЭС не происходит, а используются естественные изменения напряжения и мощности [59, 61-63].

Опираясь на отличия в получении экспериментальных данных, можно выделить и отличия в их обработке. Далеко не все экспериментальные данные подходят для определения модели СХН, потому что напряжение и мощность нагрузки имеют более сложные взаимосвязи, чем те, которые отражает естественная СХН:

1. Мощность нагрузки является случайной величиной и постоянно изменяется даже при неизменном напряжении [35-37, 42, 59];
2. Диапазон и скорость случайных колебаний мощности нагрузки зависят от вида потребителей и могут различаться, например, изменения мощности тяговой нагрузки, имеющей резко-переменный характер, чаще всего обусловлены расписанием движения поездов и их составом, а не зависимостью мощности нагрузки от напряжения [64];

3. Значение напряжения в узле нагрузки также является случайной величиной, коррелированной с величиной мощности нагрузки. Напряжение может изменяться как под действием внешних факторов, так и вследствие колебаний мощности самой нагрузки. Речь идет не о функциональных, а о вероятностных зависимостях. Строгий учёт этих зависимостей представляется затруднительным.

Поэтому встает вопрос о точности получаемых результатов [2, 30, 59, 61].

В случае активного эксперимента точность достигается за счет уменьшения продолжительности эксперимента по времени и увеличения диапазона изменения напряжения. Малая продолжительность эксперимента минимизирует собственные изменения мощности нагрузки. Увеличение диапазона изменения напряжения улучшает обусловленность системы уравнений по методу наименьших квадратов (МНК) [46-48, 65].

В пассивном эксперименте способы увеличения точности, используемые в активном эксперименте, неприменимы. Продолжительность эксперимента измеряется сутками, неделями, месяцами и даже годами [61]. При этом диапазон изменения напряжения ограничен естественными колебаниями, которые, как правило, не превышают 2-3%. Это снижает точность определения модели СХН. Из-за малого диапазона изменения напряжения точно идентифицировать СХН полиномами второй степени затруднительно [61, 66, 67], так как начинает оказывать влияние малая обусловленность системы уравнений по методу МНК.

Точность определения модели СХН в пассивном эксперименте обеспечивается за счет увеличения объема выборки N. В больших массивах измерений нагрузка представлена во всех своих возможных состояниях, а законы изменения случайных величин проявляются чётко [59, 68, 69]. Это позволяет применять методы теории вероятностей и математической статистики [70]. Выделение отдельных состояний со своими законами распределения может быть осуществлено с помощью кластерного анализа [71-77].

В [35, 59, 73] авторы исходят из того, что для подавляющего числа потребителей случайные изменения нагрузки подчиняются нормальному закону распределения вероятности. В таком случае экспериментальные данные будут

представлять собой гауссову смесь, а значения параметров режима образуют эллипсы рассеивания в координатах (U, P); (U, Q); (P, Q) [35] или эллипсоиды рассеивания в координатах (U, P, Q) [35, 70].

Существенным отличием активного и пассивного экспериментов является влияние эффекта, который получил название «реакция сети». «Реакция сети» описана Ю.Е. Гуревичем в ранних [14, 61, 30, 78] и более поздней работе [2]. Под «реакцией сети» понимается изменение напряжения питающего узла под действием изменения мощности нагрузки. Такое изменение обусловлено наличием сопротивления, связывающего нагрузку с внешней сетью. «Реакция сети» приводит к снижению точности результатов при определении модели СХН. Повысить точность можно только за счёт учёта «реакции сети».

В [79] отмечено, что обработка массивов пассивного эксперимента для тяговой нагрузки сопряжена со значительными трудностями, которые связаны с большими флуктуациями активной мощности. Флуктуации вызваны резко-переменным характером тяговой нагрузки, а изменение мощности нагрузки происходит под действием факторов, не связанных с параметрами электрического режима или схемы сети (расписание движения поездов, масса тяговых составов, время суток и т.д.). При наблюдении флуктуаций в большом интервале проведения пассивного эксперимента коэффициенты регулирующего эффекта нагрузки могут быть значительно завышены [79, 80]. По этой причине при обработке массивов, кроме регрессии, применяют различные методики разделения и фильтрации измерений для получения корректных результатов [59, 73, 77, 80]. Например, в [35, 59, 73] предлагается применение методов кластеризации, с помощью которых можно выделить наиболее значимые состояния нагрузки, отражающие её реальное поведение на длительном промежутке времени.

1.4 Применение регрессии для обработки экспериментальных данных

В качестве исходных данных для определения коэффициентов СХН служат массивы напряжения U, активной мощности P и реактивной мощности Q. Пары массивов исходных экспериментальных данных U и P, U и Q, а также P и Q являются взаимозависимыми случайными величинами, которые образуют системы (U, P), (U, Q) и (P, Q) или более сложную трёхмерную систему (U, P, Q).

Для определения полиномиальной модели СХН по (1.7) – (1.8) составляют систему уравнений вида (1.12), например, для активной мощности:

$$\begin{pmatrix} P_{(1)} \\ P_{(2)} \\ \dots \\ P_{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & U_{(1)} & U_{(1)}^2 \\ 1 & U_{(2)} & U_{(2)}^2 \\ . & . & . \\ 1 & U_{(N)} & U_{(N)}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, \tag{1.12}$$

где N – количество экспериментальных данных; A_0 [МВт], A_1 [МВт/кВ], A_2 [МВт/кВ^2] – искомые коэффициенты СХН по напряжению полиномиальной модели в именованных единицах.

Для решения системы уравнений (1.12) вводят обозначения:

$$X = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & U_{(1)} & U_{(1)}^2 \\ 1 & U_{(2)} & U_{(2)}^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & U_{(N)} & U_{(N)}^2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} P_{(1)} \\ P_{(2)} \\ \dots \\ P_{(N)} \end{pmatrix}.$$

Далее, используя МНК, формируют условие минимизации квадратов правой и левой частей уравнения системы (1.12) [47, 65, 70]:

$$\left(AX - B\right)^T \cdot \left(AX - B\right) \to \min, \tag{1.13}$$

и получают решение [65, 81]:

$$A^T AX = A^T B \quad \Rightarrow \quad X = \left(A^T A\right)^{-1} \cdot A^T B, \tag{1.14}$$

где A^T – транспонированная матрица коэффициентов СХН по напряжению.

В случае определения линейной модели СХН по (1.10) и (1.11), система (1.12) примет вид:

$$\begin{pmatrix} P_{(1)} \\ P_{(2)} \\ \dots \\ P_{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & U_{(1)} \\ 1 & U_{(2)} \\ \dots & \dots \\ 1 & U_{(N)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \end{pmatrix}. \tag{1.15}$$

При обработке экспериментальных данных, полученных при проведении активного или пассивного экспериментов, коэффициенты линейной регрессии можно получить, не решая систему (1.15). Для этого необходимо вычислить параметры распределения массивов данных:

1. $D_U = \sigma_U^2$ – дисперсия напряжения, равная квадрату среднеквадратического отклонения напряжения;
2. $D_P = \sigma_P^2$ – дисперсия мощности нагрузки, равная квадрату среднеквадратического отклонения мощности;
3. r_{UP} – коэффициент корреляции между напряжением в узле нагрузки и мощностью нагрузки;
4. K_{UP} – корреляционный момент между напряжением в узле нагрузки и мощностью нагрузки.

После вычисления параметров исходных массивов расчёт линейного коэффициента СХН по напряжению (коэффициент наклона линии регрессии) выполняют по выражению (1.16):

$$\mathrm{tg}\alpha_P = A_1 = r\frac{\sigma_P}{\sigma_U} = \frac{K_{UP}}{\sigma_U^2}. \tag{1.16}$$

Коэффициент наклона B_1 линейной СХН по напряжению для реактивной мощности вычисляют аналогично.

Коэффициенты A_0 и B_0 вычисляют из условия прохождения линейных СХН по напряжению через точку математического ожидания (U_m, P_m, Q_m), по соотношениям (1.17) – (1.18) [35, 81]:

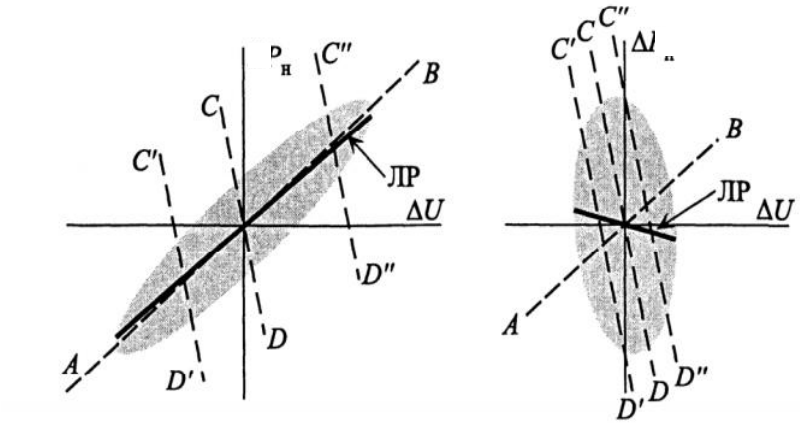
$$A_0 = P_m - A_1 U_m; \tag{1.17}$$

$$B_0 = Q_m - B_1 U_m. \tag{1.18}$$

Существуют и другие виды регрессии данных, применимых к задаче определения модели СХН по напряжению. В работах [11, 23, 24, 27, 37] рассматриваются и экспоненциальные модели нагрузки, однако в современных ПК для расчёта электрических режимов они не получили широкого распространения. Более того, эти модели не отражают состав нагрузки и невозможно преобразовать их в линейные и полиномиальные модели [23, 26, 31, 66]. Другие виды регрессии – разложения по базисам [82], рассмотренные, например, в [83], также не получили распространения при моделировании электрических нагрузок по причине трудоёмкости и отсутствия связи с компонентами нагрузки в (1.7) и (1.8) [24, 26].

1.5 «Реакция сети» в пассивном эксперименте

На рисунке 1.2 представлен сравнительный анализ случаев, когда «реакция сети» почти не проявляется (рисунок 1.2, а)), и, когда реакция сети искажает эллипс рассеивания (рисунок 1.2, б)). Эллипсы рассеивания представлены в координатах (ΔU, ΔP), что соответствует началу координат в точке математического ожидания.



а) б)

Рисунок 1.2 – Влияние «реакции сети»: а) условия электроснабжения узла нагрузки изменяются сильно, а параметры нагрузки изменяются слабо; б) условия электроснабжения узла нагрузки изменяются слабо, а параметры нагрузки сильно

На рисунке 1.2, а) эффект реакции сети почти не наблюдается, потому что изменения нагрузки, которые могли бы вызвать изменение напряжения, минимальны. Такая картина получается при отсутствии влияния реакции сети в пассивном эксперименте, и в активном эксперименте, когда нагрузка находится в одном и том же состоянии, а напряжение питающего узла изменяется в максимально широких пределах [52, 54]. Искажение эллипса рассеивания на рисунке 1.2, б) обусловлено изменением мощности нагрузки. Из-за наличия сопротивления между узлом нагрузки и внешней сетью, увеличиваются потери напряжения, сопоставимые с изменениями напряжения питающего узла, вызванными не колебаниями нагрузки.

Линии *CD*, *C'D'* и *C''D''* соответствуют изменениям нагрузки при постоянных, но различных условиях внешнего электроснабжения. Если влияние реакции сети минимально, то линии проходят вертикально [2, 61, 62].

В случае, представленном на рисунке 1.2, а), линейная СХН *AB* практически совпадает с линией регрессии ЛР. На основании этой особенности базируется механизм обработки результатов пассивного эксперимента в случае отсутствия или слабого влияния реакции сети: линейная СХН соответствует линии регрессии *P* на *U* в случае активной мощности, и *Q* на *U* – в случае реактивной мощности [2, 61].

Из-за значительного влияния «реакции сети» на рисунке 1.2, б), эллипс рассеивания изменяется таким образом, что ЛР перестаёт совпадать с линейной СХН *AB*. Из этого следует, что учёт реакции сети предполагает более сложную статистическую обработку, чем простое построение линии регрессии [2]. Обычно обработка сводится к усреднению телеметрии, относящейся к разным условиям электроснабжения, соответствующим линиям *CD*, *C'D'* и *C''D''* [61].

Суть метода учёта «реакции сети», предложенного в [2], заключается в учёте влияния «реакции сети» с помощью поворота осей координат (ΔU, ΔP) или (ΔU, ΔQ) относительно оси ΔU на определённый угол ψ_P, причём, чем сильнее проявляется реакция сети, тем больше угол ψ_P. Начало координат должно быть перемещено в центр рассеивания эллипса, то есть преобразование распространяется не на сами измерения, а на их отклонения относительно точки математического ожидания (рисунок 1.3).

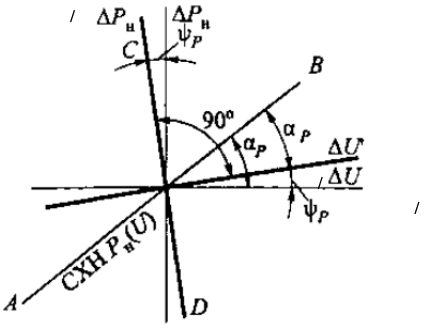


Рисунок 1.3 – Учёт реакции сети по методу из [2]

Специальная статистическая обработка выполняется с преобразованием массивов измеренных значений U_i, P_i, Q_i в их относительные отклонения ΔU_i, ΔP_i, ΔQ_i от математических ожиданий U_m, P_m, Q_m, которые соответствуют центрам рассеивания, по (1.19):

$$\Delta U_i = \frac{U_i}{U_m} - 1,\ \Delta P_i = \frac{P_i}{P_m} - 1,\ \Delta Q_i = \frac{Q_i}{Q_m} - 1. \qquad (1.19)$$

Полученные точки соответствуют эллипсам рассеивания с центром в начале координат. Пример такого эллипса рассеивания в координатах ($\Delta U, \Delta P$) представлен на рисунке 1.2.

На следующем этапе необходимо осуществить преобразование координат от ΔU_i, ΔP_i, ΔQ_i к $\Delta U_i'$, $\Delta P_i'$, $\Delta Q_i'$.

Например, для активной мощности:

$$\Delta U_i' = \Delta U_i \cos\psi_P + \Delta P_i \sin\psi_P. \quad (1.20)$$

$$\Delta P_i' = -\Delta U_i \sin\psi_P + \Delta P_i \cos\psi_P. \quad (1.21)$$

Далее вычисляют дисперсию $D_{\Delta U'}$ (1.22) и корреляционный момент $K_{\Delta U'\Delta P'}$ (1.23) [2, 70]:

$$D_{\Delta U'} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\Delta U_i'\right)^2. \quad (1.22)$$

$$K_{\Delta U'\Delta P'} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\Delta U_i'\Delta P_i'\right). \quad (1.23)$$

Угол наклона линии регрессии $\Delta P'$ на $\Delta U'$, которая на рисунке 1.3 соответствует линии СХН AB в координатах $(\Delta U', \Delta P')$, определяется из выражения (1.24):

$$\mathrm{tg}\alpha_P' = \frac{K_{\Delta U'\Delta P'}}{D_{\Delta U'}}. \quad (1.24)$$

В исходной системе координат $(\Delta U,\ \Delta P)$ угол наклона α_P линии СХН AB, определяется по выражению (1.25):

$$\mathrm{tg}\alpha_P = \frac{\mathrm{tg}\alpha_P' + \mathrm{tg}\psi_P}{1 - \mathrm{tg}\alpha_P' \cdot \mathrm{tg}\psi_P}. \quad (1.25)$$

Значение $\mathrm{tg}\alpha_P$ соответствует величине регулирующего эффекта нагрузки по напряжению в относительных единицах. Для получения значения $\mathrm{tg}\alpha_P$, соответствующего коэффициенту регулирующего эффекта нагрузки в именованных единицах, используют отклонения напряжения и активной мощности от математического ожидания без приведения к нему. Для нахождения $\mathrm{tg}\alpha_Q$ применяются аналогичные рассуждения.

Несмотря на приемлемую точность, метод обладает рядом недостатков. Согласно [2], определение углов ψ_P и ψ_Q выполняется расчётным путём с

предварительным заданием обобщённых СХН в узле нагрузки. Этот способ определения влияния «реакции сети» является приближённым. Стоит отметить, что метод не предусматривает возможности кластеризации данных и выделения различных состояний нагрузки, так как используются измеренные значения, а не законы, описывающие распределение систем случайных величин. Это не позволяет применить его для результатов кластеризации, например, *EM*-алгоритмом. Кроме того, в методе используется аффинное преобразование координат – поворот координатных осей на угол ψ [84], что предполагает предварительное преобразование исходных массивов данных, а в случае длительных пассивных экспериментов эта процедура занимает довольно продолжительное время. При оценке возможности использования метода при автоматизации определения СХН необходимо учитывать использование тригонометрических функций, что замедляет общий процесс определения СХН.

Более точный учёт «реакции сети» может быть выполнен путём вычисления производной напряжения по активной или реактивной мощности через Якобиан [85]. Такой способ учёта можно дополнить предварительным разделением (кластеризацией) исходных данных и выполнять преобразования для каждого выявленного кластера [35, 63, 67, 69, 86].

1.6 Применение кластерного анализа для обработки результатов пассивного эксперимента

За счёт увеличенной по сравнению с активным экспериментом длительностью, в пассивном эксперименте нагрузка может находиться в различных состояниях, обусловленных количеством включенных электроприёмников, технологией производства, рабочим режимом внешней по отношению к узлу нагрузки электрической сети и т.д.

В случае нормального распределения измерений мощности и напряжения нагрузки, результаты пассивного эксперимента будут представлять собой гауссову смесь. Закон нормального распределения описывается функцией плотности распределения вероятности случайной величины *x*, соответствующей выражению (1.26):

$$f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi\cdot D_x}}e^{-\frac{\left(x-\mu_x\right)^2}{2D_x^2}}, \tag{1.26}$$

где μ_x – математическое ожидание случайной величины *x*; D_x – дисперсия случайной величины *x*.

В случае *l*-мерного нормального распределения, наблюдаемого в пассивном эксперименте, где случайными величинами выступают напряжение, активная и реактивная мощности нагрузки, функция плотности вероятности будет определяться по формуле (1.27):

$$f\left(\mathbf{X}\right)=\frac{1}{\sqrt{\left(2\cdot\pi\cdot\left|\mathbf{K}\right|\right)^l}}e^{-(\mathbf{X}-\mathbf{M})^T\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{X}-\mathbf{M})}, \tag{1.27}$$

где $\mathbf{X}$ – *l*-мерный вектор случайных величин, в случае обработки пассивного эксперимента используются два двумерных вектора (системы) случайных величин: $\left(U,P\right)$ и $\left(U,Q\right)$ или один трёхмерный вектор (*U*,*P*,*Q*); $\mathbf{M}$ – *l*-мерный вектор математических ожиданий случайных величин $\mathbf{X}$; $\mathbf{K}$ – ковариационная матрица [70], которая при трёхмерном распределении для системы $\left(U,P,Q\right)$ может быть представлена в виде (1.28):

$$\mathbf{K}=\begin{pmatrix} D_U & K_{UP} & K_{UQ} \\ K_{UP} & D_P & K_{PQ} \\ K_{UQ} & K_{PQ} & D_Q \end{pmatrix}. \tag{1.28}$$

Для того чтобы рассмотреть нагрузку во всех состояниях и определить модель СХН для каждого состояния, необходимо разделить исходные измерения в массивах на группы таким образом, чтобы измерения в одной группе отличались от измерений в другой. Задача разделения множества объектов (измерений) на

подмножества (кластеры) так, чтобы объекты из одного кластера были похожи друг на друга, а не на объекты из других кластеров по какому-либо критерию, называется кластеризацией [71, 72, 74-76].

Для кластеризации данных, подчиняющихся нормальному закону распределения, и применения методики учёта «реакции сети» наиболее оптимальным является использование *EM*-алгоритма, так как он позволяет получить параметры нормального распределения для каждого выделенного кластера [87-89].

Алгоритм максимизации ожиданий (*EM*-алгоритм) – это метод мягкой кластеризации с учётом того, что каждая точка данных может принадлежать к нескольким кластерам, но с разной вероятностью. Достоинством алгоритма является то, что он допускает перекрытие кластеров. Однако следует отметить, что результат кластеризации *EM*-алгоритмом зависит от начального приближения, осуществляемого случайным образом. Поэтому иногда *EM*-алгоритм требуется выполнять повторно [87, 88].

Идея *EM*-алгоритма заключается во введении вектора скрытых переменных **G**, который обладает двумя свойствами [71]:

1. Он может быть вычислен, если известны значения вектора параметров смеси данных $\Theta = (w_1, \ldots, w_j, \Theta_1, \ldots \Theta_j)$, где $w_1, \ldots, w_j$ – весы компонент; $\Theta_1, \ldots \Theta_j$ – параметры компонент.
2. Поиск максимума правдоподобия упрощается, если значения скрытых переменных известны.

EM-алгоритм состоит из итерационного повторения двух шагов. На *E*-шаге (*expectation*) вычисляется ожидаемое значение вектора **G** по текущему приближению вектора параметров смеси данных Θ. На *M*-шаге (*maximization*) решается задача максимизации правдоподобия и находится следующее приближение вектора Θ по текущим значениям векторов **G** и Θ.

***E*-шаг:** плотность вероятности определяется по (1.29):

$$p\left(x, \Theta_j\right) = p(x) \cdot g_{ij} = w_j \cdot p_j\left(x\right), \tag{1.29}$$

где g_{ij} – неизвестная апостериорная (условная) вероятность того, что объект x_i получен из j-й компоненты смеси; $p_j(x)$ – функция правдоподобия j-й компоненты смеси данных; w_j – априорная вероятность.

Указанные величины принимаются в качестве скрытых переменных.

Далее вводится обозначение (1.30):

$$\mathbf{G} = (g_{ij})_{m\times k} = (g_1, ..., g_j), \tag{1.30}$$

где g_j – j-й столбец матрицы **G**; k – число распределений (кластеров); m – число измерений.

Условие нормирования для g_{ij} в (1.30) может быть записано по (1.31) [35, 90]:

$$\sum_{j=1}^{k} g_{ij} = 1 \tag{1.31}$$

для всех $i = 1, ..., \ell$.

По известным значениям компонент w_j, Θ_j, вычисляются g_{ij} по (1.32):

$$g_{ij} = \frac{w_j \cdot p_j(x_i)}{\sum_{s=1}^{k} w_s \cdot p_s(x_i)} \tag{1.32}$$

для всех i, j.

***M*-шаг:** вычислив на E-шаге значения скрытых переменных и применяя принцип максимума правдоподобия, решают оптимизационную задачу, допускающую эффективное численное решение [89, 90]. Для этого максимизируют логарифм правдоподобия (1.33):

$$Q(\Theta) = \ln \prod_{i=1}^{m} p(x_i) = \sum_{i=1}^{m} \ln \sum_{j=1}^{k} w_j \cdot p_j(x_i) \to \max_{\Theta} \tag{1.33}$$

при ограничении $\sum_{j=1}^{k} w_j = 1$.

Лагранжиан [90-92] оптимизационной задачи (1.33) определяется по (1.34):

$$L(\Theta;\, x) = \sum_{i=1}^{m} \ln\left(\sum_{j=1}^{k} w_j \cdot p_j(x_i)\right) - \lambda\left(\sum_{j=1}^{k} w_j - 1\right), \tag{1.34}$$

где λ – множитель Лагранжа.

Далее производную (1.34) по w_j приравнивают нулю, и, выполнив преобразования, получают выражение (1.35) для весов компонент через скрытые переменные:

$$w_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{w_j \cdot p_j\left(x_i\right)}{\sum_{s=1}^{k} w_s \cdot p_s\left(x_i\right)} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} g_{ij},\ j = 1,...,k. \qquad (1.35)$$

В [93] отмечено, что ограничения неравенства $w_j \geq 0$ выполняются на каждой итерации, если они выполнены для начального приближения.

Затем приравнивают нулю производную Лагранжиана (1.34) по Θ_j, и получают необходимое условие (1.36) для решения задачи максимизации взвешенного правдоподобия [87]:

$$\Theta_j = \arg\max_{\Theta} \sum_{i=1}^{m} g_{ij} \ln \varphi(x_i, \Theta),\ j = 1,...,k. \qquad (1.36)$$

На выходе *M*-шага получают оптимизированный вектор параметров смеси данных Θ.

Таким образом, *M*-шаг сводится к вычислению весов компонент w_j как средних арифметических и оцениванию параметров компонент θ_j путём решения *k* независимых оптимизационных задач. Разделение переменных удаётся выполнить, благодаря введению скрытых переменных [72].

Условия сходимости *EM*-алгоритма рассмотрены в работах [88, 89].

В работах [35, 59] после произведённой кластеризации массивов измерений для исключения кластеров, где влияние эффекта реакции сети велико, предлагается отбор значимых кластеров на основе значений определителя ковариационной матрицы $\left|\mathbf{K}_j\right|$ и коэффициента корреляции r_j для каждого *j*-го кластера, который в случае рассмотрения системы (*U*, *P*) определяют по (1.37):

$$r_j = \frac{K_{U_j P_j}}{\sqrt{D_{U_j} D_{P_j}}}\ . \qquad (1.37)$$

Стоит отметить, что коэффициент корреляции не характеризует угол наклона линии СХН по напряжению, а показывает, насколько точки, отнесенные к

j-му кластеру близки к ней. Определитель ковариационной матрицы $\left|\mathbf{K}_j\right|$ позволяет оценить значимость j-го кластера, при этом, чем меньше значение $\left|\mathbf{K}_j\right|$, тем более плотно сконцентрированы точки вокруг центра рассеивания, что свидетельствует о значительной выраженности зависимости мощности от напряжения для точек данного кластера [35].

Стоит отметить, что предложенный способ отбора значимых кластеров из-за отсутствия учёта влияния реакции сети в параметрах распределения или измерений, входящих в кластеры, не учитывает влияние реакции сети, а лишь уменьшает его. Более того, малое значение определителя ковариационной матрицы может быть у тех кластеров, которые представляют собой массивы постоянных, например, нулевых значений [70]. По изложенным причинам способ отбора кластеров требует усовершенствования.

По ковариационной матрице $\mathbf{K}_j$ и вычисленным после кластерного анализа параметрам распределения j-го кластера, линии регрессии P_j на U_j и Q_j на U_j можно определить согласно (1.38) и (1.39):

$$P_j(U_j) = \frac{K_{U_jP_j}}{D_{U_j}} U_j + \left(P_{m_j} - \frac{K_{U_jP_j}}{D_{U_j}} U_{m_j} \right) = A_{1j} U_j + A_{0j}; \qquad (1.38)$$

$$Q_j(U_j) = \frac{K_{U_jQ_j}}{D_{U_j}} U_j + \left(Q_{m_j} - \frac{K_{U_jQ_j}}{D_{U_j}} U_{m_j} \right) = B_{1j} U_j + B_{0j}, \qquad (1.39)$$

где A_{0j}, A_{1j} – коэффициенты СХН для активной мощности по напряжению j-го кластера; B_{0j}, B_{1j} – коэффициенты СХН для реактивной мощности по напряжению j-го кластера.

Коэффициенты линейных моделей СХН в относительных единицах определяют по (1.40) и (1.41):

$$a_{0j} = \frac{A_{0j}}{P_{\text{БАЗ}j}},\ a_{1j} = \frac{A_{1j} \cdot U_{\text{БАЗ}j}}{P_{\text{БАЗ}j}}; \qquad (1.40)$$

$$b_{0j} = \frac{B_{0j}}{Q_{\text{БАЗ}j}},\ b_{1j} = \frac{B_{1j} \cdot U_{\text{БАЗ}j}}{Q_{\text{БАЗ}j}}. \tag{1.41}$$

Итоговые коэффициенты СХН по напряжению в относительных единицах вычисляют по (1.42) и (1.43) [35]:

$$a_{0\text{ср}} = \frac{\sum_m a_{0m} w_m}{\sum_m w_m},\ a_{1\text{ср}} = \frac{\sum_m a_{1m} w_m}{\sum_m w_m}; \tag{1.42}$$

$$b_{0\text{ср}} = \frac{\sum_m b_{0m} w_m}{\sum_m w_m},\ b_{1\text{ср}} = \frac{\sum_m b_{1m} w_m}{\sum_m w_m}. \tag{1.43}$$

1.7 Определение числа кластеров

Для корректного применения методов кластеризации исходно требуется знать число кластеров [35, 59, 72]. Эту информацию можно получить визуально, анализируя зависимости параметров режима в узле нагрузки от времени. Но в условиях реализации расчётов в темпе процесса, необходимо получать число кластеров автоматически, без визуального анализа данных.

Для автоматического определения числа кластеров существуют как отдельные методы кластеризации, например, *DBSCAN* и *HDBSCAN* [94-98], так и методики, основанные на расчёте определённых метрик при проведении кластеризации. Применение методов кластеризации с автоматическим определением числа кластеров зачастую приводит к исключению значительного числа исходных данных из рассмотрения [94-98] (рисунок 1.4).

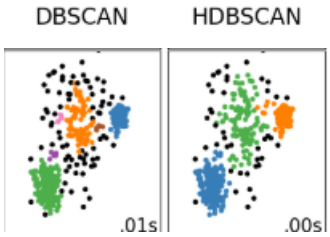


Рисунок 1.4 – Результаты применения *DBSCAN* и *HDBSCAN*

Рассмотрим различные методы определения числа кластеров для методов кластеризации, основанные на расчётах метрик [99].

Одним из основных методов определения числа кластеров является метод локтя, предложенный Робертом Л. Торндайком в 1953 году [100]. Метод представляет собой инструмент анализа данных, направленный на оптимизацию числа кластеров в алгоритмах кластеризации. Как правило, метод локтя применяется к алгоритму *k*-средних [72-75, 99] и заключается в неоднократном повторении сценария. Для каждого натурального числа *k* из некоторого диапазона строится значение целевой функции, соответствующей сумме внутрикластерных расстояний. Использование метода локтя подразумевает прохождение трех этапов [72-75, 100].

На **первом этапе** для различных значений числа кластеров *k* вычисляется сумма квадратов расстояний каждой точки данных до их центроида (центра тяжести) – дисперсии.

Второй этап содержит построение графика зависимости дисперсии от количества кластеров, где по оси абсцисс откладывается число кластеров *k*, а по оси ординат – соответствующее значение дисперсии.

Третий этап заключается в поиске точки излома (локтя) на графике, указывающая на оптимальное число кластеров в исследуемых данных. Оптимальным значением *k* будет то, при котором значение дисперсии перестает существенно уменьшаться – начинает сглаживаться. На графике такая точка соответствует точке перегиба кривой дисперсии (рисунок 1.5).

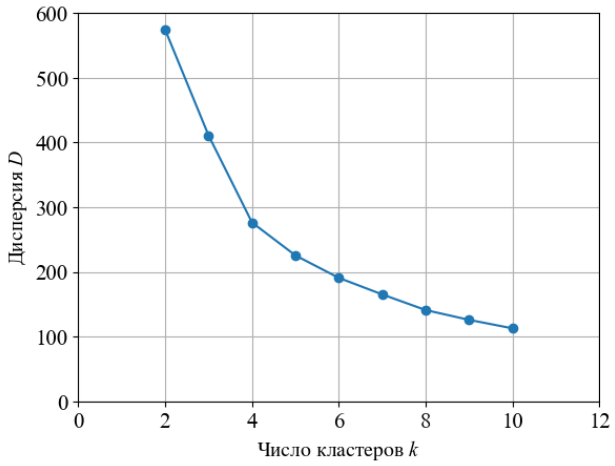


Рисунок 1.5 – Пример графика зависимости дисперсии D от числа кластеров k; на рисунке оптимальное число кластеров k=4 (точка «локтя»)

Недостатками метода локтя считаются субъективность, ненадежность и необходимость экспертной оценки. По этой причине на практике выбор «локтя» неоднозначен, потому что на графике не всегда можно проследить точку перегиба, которая определяет оптимальное число кластеров. Это справедливо даже в тех случаях, когда все другие методы определения количества кластеров в наборе данных дают такой же результат.

В отличие от метода локтя, алгоритм Сьюгер-Джеймса [101] позволяет выполнить расчёт числа автоматически и без привлечения экспертной оценки. Данный алгоритм определения числа кластеров, основанный на последовательном применении кластеризации методом k-средних [99, 102], не исключает элементы массивов исходных данных, как *DBSCAN* или *HDBSCAN*. Суть алгоритма заключается в использовании средних внутрикластерных расстояний («искажения»). Для них вводится специальный функционал зависимости минимальных «искажений» от количества кластеров, убывающий с ростом их числа. Минимальное «искажение» D_k определяется путём итерационного запуска алгоритма k-средних при числе кластеров k и расчёта при каждом запуске среднего внутрикластерного расстояния (дисперсии). Наименьшее полученное значение дисперсии при числе кластеров k и будет являться минимальным «искажением». Далее для каждого минимального искажения вычисляется преобразованное «искажение» T_k по (1.44):

$$T_k = D_k^{-\lambda}; \tag{1.44}$$

где $\lambda -$степень трансформации, которая обычно принимается равной $\frac{m}{2}$, m – размерность исследуемого пространства (в задаче идентификации СХН по напряжению при использовании системы случайных величин (U,P,Q) m=3).

В [59] рекомендуется уменьшать значение λ, а в [103] предлагается принять $\lambda = \frac{1}{k}$. Уменьшение значения λ необходимо для исключения резкого изменения T_k при большом количестве кластеров.

После расчёта преобразованных «искажений» при k и k-1 кластерах определяется скачок $J_k = T_k - T_{k-1}$. Число кластеров в исходных данных, определяемое с помощью алгоритма Сьюгер-Джеймса, соответствует числу k, при котором скачок J_k максимальный.

Доказательство корректности алгоритма приводится в [59].

Одним из достоинств алгоритма Сьюгер-Джеймса является его универсальность. В работе [59] показано, что алгоритм Сьюгер-Джеймса может применяться для данных, подчиняющихся как нормальному распределению, так и к негауссовому. Помимо этого, достоинством является возможность с его помощью установить структуру данных. Так, функция трансформированных искажений $f\left(k\right)=D_k^{-\lambda}$ в зависимости от обрабатываемого множества может иметь несколько скачков разной величины, и, соответственно, может иметь несколько максимумов. Это позволяет выбирать наиболее оптимальное разбиение исследуемых множеств в зависимости от задач обработки [59, 103].

Несмотря на достоинства алгоритма Сьюгер-Джеймса, он обладает и рядом недостатков. Наиболее существенным препятствием для его применения в более широком спектре задач является некорректная работа при плотных данных, которые имеют визуально различимые подмножества, тогда алгоритм выдаёт завышенное число кластеров. Для исключения завышения числа кластеров предлагается заменить степень трансформации на функцию, обратно

пропорциональную числу кластеров, но в этом случае для данных с большим количеством визуально различимых подмножеств число кластеров получается заниженным. Указанный недостаток свидетельствует о том, что работоспособность алгоритма Сьюгер-Джеймса зависит от обрабатываемых данных, поэтому актуальной является задача расширения области его применения без потери точности.

1.8. Оптимизационные расчёты

Основным недостатком описанных в [35, 36, 59, 61, 62, 79] способов определения моделей СХН на основе данных пассивного эксперимента, является получение только линейных моделей СХН. Получение корректной полиномиальной модели СХН из (1.7) и (1.8) невозможно по причине малой обусловленности систем уравнений [66, 82]. Снижение обусловленности заключается в том, что даже незначительное изменение значений напряжения в системе (1.12), приводит к значительному изменению коэффициентов СХН. Это обстоятельство может привести к тому, что при использовании системы уравнений (1.12) без дополнительной обработки данных для получения полиномиальных моделей СХН в режиме реального времени могут быть получены различные значения коэффициентов СХН на каждом цикле расчёта.

Именно по причине более низкого числа обусловленности при обработке данных пассивного эксперимента используется решение системы (1.15) [35]. Однако при использовании линейной модели СХН по напряжению может снизиться точность определения допустимых режимов работы энергорайона/ЭЭС при больших отклонениях напряжения от номинальных значений [41].

Влияние «реакции сети» при проведении пассивного эксперимента также затрудняет получение полиномиальных моделей СХН по напряжению, так как при её значительном влиянии, также, как и в случае с линейными моделями СХН

(параграфы 1.3–1.5), кривая регрессии не будет отражать реальную зависимость мощности нагрузки от напряжения.

Методы учёта «реакции сети» при получении линейной и полиномиальной моделей СХН в сочетании с применением методов кластеризации представлены в [81], в том числе, *EM*-алгоритмом [87]. Однако в [81] предполагается, что изменение мощности нагрузки и напряжения происходит в широких пределах. В пассивных экспериментах наблюдается не более 10% изменения напряжения в узле нагрузки от номинального напряжения, и, в основном, эти изменения напряжения связаны с естественными колебаниями мощности.

В [67] предложен метод обработки измерений для получения полиномиальных моделей СХН, однако он не лишен недостатков: необходимо иметь 5-ть независимых переменных и выполнять процедуру коррекции базисной мощности после нахождения коэффициентов СХН, что в некоторых случаях приводит к неоднозначности получаемых результатов.

Снижение количества независимых переменных в задачах оптимизации можно осуществить с помощью ввода ограничений в виде равенств или неравенств, которые отражают зависимость независимых переменных друг от друга [91, 92, 104]. В [105] также отмечена возможность перехода от ограничений-неравенств к равенствам.

Решения сформулированных задач оптимизации выполняются численными методами [23, 68, 106]. В [23, 106] отмечено, что их использование зависит от выбранного начального приближения, поэтому в [107] предложено применять различные техники для подбора наиболее оптимального начального приближения: метод детерминированной сетки, метод сетки случайных чисел, концепция «мультистарт» и др.

В решении задач оптимизации, связанных с исследованием режимов работы энергорайонов ЭЭС, часто используется метод Ньютона и его модификации [23]. В качестве начальных приближений принято использовать номинальные значения параметров моделируемого оборудования, так как в реальной ЭЭС режимы работы оборудования близки к номинальным [2, 20, 21].

Использование номинальных значений параметров режима в задаче определения коэффициентов полиномиальной модели СХН по напряжению может приводить к некорректным результатам по причине малой обусловленности системы (1.12), а использование сетки случайных чисел – к нахождению только локальных экстремумов [107, 108]. Поэтому наиболее подходящим методом поиска оптимального начального приближения представляется метод детерминированной сетки с заданными начальными значениями независимых параметров на широком интервале их изменения [109]. В зависимости от целей оптимизационного расчёта критерием оптимальности начального приближения является минимальное или максимальное значение целевой функции при выбранном начальном приближении.

Стоит отметить, что разные результаты в задачах оптимизации могут быть получены и при выборе различных целевых функций [106, 110]. В [110] отмечено, что параметры режима с минимумом потерь электроэнергии могут значительно отличаться от параметров режима, соответствующего максимальному экономическому эффекту. Как правило, при статистической обработке данных и подборе оптимальной линии регрессии в качестве целевых функций используется значение дисперсии или среднее значение модуля отклонения искомой кривой от экспериментальных данных. Дисперсия используется при больших интервалах изменений экспериментальных данных [68, 70], в то время как среднее значение модуля применимо, когда большие интервалы изменений экспериментальных данных обусловлены выбросами, которые должны быть подвергнуты фильтрации.

По причине возможных больших интервалов изменений мощности в пассивном эксперименте целесообразно в качестве целевой функции использовать значение дисперсии от экспериментальных данных [18, 61, 81, 64].

1.9 Выводы по главе 1

1. Установлено, что наиболее существенной и необходимой для учёта является зависимость величины мощности электрической нагрузки от напряжения, которая учитывается с помощью моделей СХН.
2. Наиболее полной моделью является полиномиальная, так как с её помощью можно отразить состав комплексного узла нагрузки, а наиболее простой для идентификации является линейная модель СХН.
3. Несмотря на точный учёт каждой электроустановки в узле нагрузки, аналитический способ идентификации модели СХН по напряжению, не обладает требуемой точностью при выполнении расчётов УР на расчётных моделях реальных ЭЭС, так как не позволяет учесть текущий состав нагрузки. Отмечена важность экспериментальных способов определения СХН по напряжению – активного и пассивного экспериментов.
4. Из приведённых достоинств и недостатков активного и пассивного экспериментов, следует, что пассивный эксперимент является наиболее перспективным способом определения модели СХН, однако предполагает более сложную статистическую обработку измерений, в отличие от активного эксперимента.
5. Отмечены границы применимости активных и пассивных экспериментов при получении моделей СХН. Показано, что в случае резко-переменного характера электрической нагрузки, необходимо разделять данные для выявления стационарных состояний нагрузки, когда колебания мощности нагрузки минимальны.
6. Представлен математический аппарат, используемый при обработке данных пассивного эксперимента. Анализ показал, что единого подхода к обработке

данных пассивного эксперимента нет, а каждый из способов обработки данных пассивного эксперимента не является универсальным и требует доработки.

ГЛАВА 2 КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ ПО НАПРЯЖЕНИЮ

2.1 Постановка задачи кластеризации

При использовании массивов измерений параметров электрического режима, полученных при проведении пассивного эксперимента, для определения модели СХН по напряжению возникают трудности, связанные с несколькими факторами:

1. Не все измерения в массиве отражают зависимость мощности нагрузки от напряжения. Например, в случае обработки измерений, полученных от шин тяговых подстанций, изменение нагрузки обусловлено не только изменением напряжения в узле нагрузки, но и расписанием движения поездов [64, 79, 80].
2. При проведении пассивного эксперимента на продолжительном интервале времени можно зафиксировать периоды, когда мощность нагрузки близка к нулю или равна нулю, а также периоды устойчивого максимума нагрузки. Если применять для измерений, полученных в пассивном эксперименте, такие же методы обработки, как при проведении активного эксперимента – линейную или полиномиальную регрессию в зависимости от величины интервала изменения напряжения, то за счёт малого интервала изменения напряжения будет ухудшаться обусловленность системы уравнений для определения коэффициентов СХН по напряжению (глава 1). Кроме того, при различных уровнях потребления мощности, как правило, меняется состав подключенных к узлу нагрузки электроприёмников, а значит полученная средняя СХН, характеризующая все обработанные измерения, не будет отражать реальное поведение исследуемой нагрузки большую часть времени [59, 69, 111, 112].

Таким образом, для корректной обработки измерений пассивного эксперимента с целью идентификации модели СХН, отражающей реальное поведение исследуемой нагрузки, требуется предварительно решить несколько задач:

1. Выполнить фильтрацию измерений для исключения тех измерений, которые не связаны с изменениями напряжения в узле нагрузки (нерелевантных);
2. Выделить наблюдаемые в полученных массивах измерений разные состояния нагрузки и оценить их значимость относительно всех измерений в массивах;
3. Повысить обусловленность задачи определения коэффициентов СХН по напряжению за счёт определения линейной модели СХН отдельно для каждого состояния нагрузки, благодаря этому, дисперсия измерений мощности будет снижена [35, 59].

Решение поставленных задач может быть выполнено методами кластеризации [35, 63, 73, 79]. В главе 1 описаны часто используемые в задачах электроэнергетики алгоритмы кластерного анализа: *k*-средних и *EM*-алгоритм. Принципиальной разницей между ними является то, что при кластеризации алгоритмом *k*-средних измерения разделяются на кластеры однозначно, то есть одно измерение может принадлежать только одному кластеру [73, 102]. *EM*-алгоритм разделяет измерения на смесь нормальных распределений, к каждой из которых любое измерение принадлежит с определённой вероятностью [35, 93, 113]. При анализе состояний нагрузки с учётом влияния погрешности измерительных приборов, разновременности поступления значений параметров напряжения, активной и реактивной мощностей от узла нагрузки, нет достоверной информации, какому состоянию нагрузки соответствует каждое отдельное измерение. Поэтому предпочтительным является *EM*-алгоритм.

Помимо этого, в пользу применения *EM*-алгоритма говорят следующие обстоятельства:

1. При большом числе измерений в массиве и наличии влияющих факторов, измерения будут подчиняться закону распределения, близкому к нормальному закону [35, 70, 114];

2. Распределение измерений параметров электрического режима в узле нагрузки зависит от типа электрической нагрузки [62, 63, 79], но, как отмечено в [35], *EM*-алгоритм подходит для кластеризации измерений, подчиняющихся любому закону распределения [115];

3. В результате работы *EM*-алгоритма становятся известными параметры распределения каждого кластера без дополнительных вычислений.

Для применения *EM*-алгоритма, как и для других алгоритмов кластеризации [72, 74, 75, 116], в качестве исходных данных требуется знать число кластеров в массивах измерений, что служит основным ограничением применения кластерного анализа при обработке массивов измерений пассивного эксперимента, так как отсутствует априорная информация о количестве состояний нагрузки [35, 101, 117].

Алгоритмы кластеризации, где количество кластеров не является исходным параметром, например, *DBSCAN* и *HDBSCAN* [94-98] к задаче идентификации модели СХН по напряжению не подходят, так как при их применении на реальных измерениях разделения на кластеры не происходит, а выделяются только выбросы и аномальные измерения в отдельный кластер, а основные измерения представляются одним кластером. Регулировать корректность работы этих алгоритмов можно путём подбора гиперпараметров [96], что сопряжено с большими временными затратами по сравнению с применением *EM*-алгоритма.

2.2 Определение числа кластеров

Одним из способов определения числа кластеров в массивах измерений является алгоритм Сьюгер-Джеймса [101, 117, 118]. Он заключается в оценке зависимости минимальной внутренней дисперсии – искажения D_k от количества кластеров k. Очевидно, что эта зависимость убывает с ростом количества кластеров. В [101] доказано, что функция трансформированных искажений

$f(k) = D_k^{-\lambda}$, где $\lambda -$коэффициент, называемый степенью трансформации, при определённом значении количества кластеров k имеет резкий скачок, а функция скачков трансформированных искажений (2.1)

$$J(k) = D_k^{-\lambda} - D_{k-1}^{-\lambda} \tag{2.1}$$

имеет максимум при этом значении k. Значение k, при котором наблюдается максимум функции $J(k)$, соответствует реальному количеству кластеров в массивах измерений. Искомое значение k также зависит от выбора значения степени трансформации λ. В этой же работе указано, что значение λ следует принимать равным $m/2$, где m – размерность обрабатываемых массивов измерений.

В [103, 117-119] степень трансформации представлена в виде функции, обратно пропорциональной k: $\lambda=1/k$. Однако в таком случае свойство линейности функционала трансформированных искажений до и после точки скачка теряется, что не позволяет применять метод ломанных для нахождения числа кластеров [120].

Процесс определения количества кластеров по алгоритму Сьюгер-Джеймса состоит из следующих этапов:

1. Применяют алгоритм k-средних (любой другой алгоритм кластеризации или разделения измерений на группы, принимающий в качестве входного параметра число кластеров) для k кластеров и вычисляют соответствующее ему искажение D_k как минимальное значение суммы внутрикластерных дисперсий;
2. Выбирают или вычисляют степень трансформации $\lambda>0$ по функциональной зависимости;
3. Рассчитывают скачки $J(k)$ трансформированных искажений по (2.1).
4. За итоговое количество кластеров выбирают то, которое соответствует наибольшему скачку трансформированных искажений (2.2) – точка максимума скачков $J(k)$:

$$k^* = \arg\max_k \left(J(k) \right). \tag{2.2}$$

Одним из ключевых достоинств алгоритма Сьюгер-Джеймса является его универсальность:

1. Может применяться для массивов измерений, подчиняющихся как нормальному распределению, так и к негауссовому [118];
2. Имеется возможность установить структуру измерений [101], так как функция трансформированных искажений $f(k) = D_k^{-\lambda}$ в зависимости от обрабатываемого множества может иметь несколько скачков разной величины, и, соответственно, несколько максимумов, что позволяет выбирать наиболее оптимальное разбиение исследуемых множеств в зависимости от задач обработки [101, 117].

Несмотря на достоинства, алгоритм Сьюгер-Джеймса обладает рядом недостатков. Существенным препятствием является его некорректная работа при плотных массивах измерений, которые имеют визуально различимые подмножества. В этом случае алгоритм определяет завышенное количество кластеров, а при замене степени трансформации λ на функцию $\lambda(k) = 1/k$ количество кластеров получается заниженным. Этот недостаток свидетельствует о том, что работоспособность алгоритма Сьюгер-Джеймса в значительной степени зависит от структуры обрабатываемых массивов измерений [121], поэтому актуальной является задача расширения области его применения без потери точности.

Рассмотрим функцию скачков преобразованных искажений (2.1) и возьмём от неё частную производную (2.3) по переменной λ:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \lambda} = -D_k^{-\lambda} \ln(D_k) + D_{k-1}^{-\lambda} \ln(D_{k-1}) = -D_{k-1}^{-\lambda} \cdot \left(\frac{D_k^{-\lambda}}{D_{k-1}^{-\lambda}} \cdot \ln(D_k) - \ln(D_{k-1}) \right). \quad (2.3)$$

Максимум функции скачков трансформированных искажений (2.1) достигается при значении λ (2.4), обеспечивающим равенство $\frac{\partial J(k)}{\partial \lambda} = 0$:

$$\lambda = \frac{\ln(\ln(D_k)) - \ln(\ln(D_{k-1}))}{\ln(D_k) - \ln(D_{k-1})}. \quad (2.4)$$

График зависимости λ от числа кластеров k для множества нормально распределённых измерений (нормированных безразмерных случайных величин)

n=5000, явно визуально разделённого на три подмножества (рисунок 2.1), приведён на рисунке 2.2.

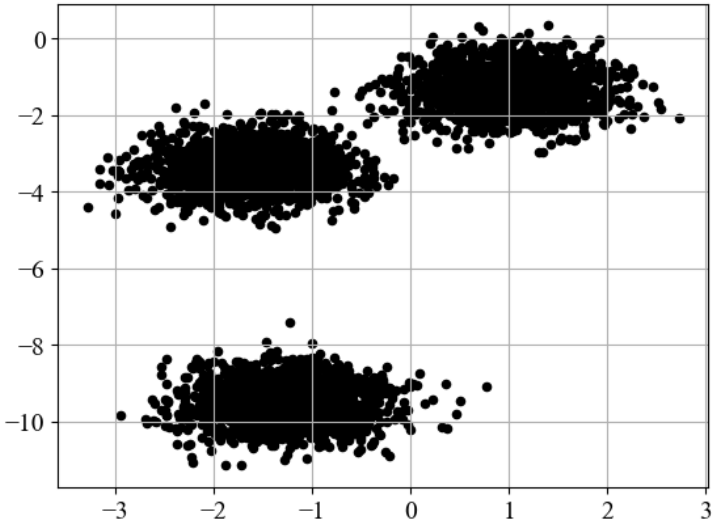


Рисунок 2.1 – Нормально распределённое множество измерений n=5000, k=3

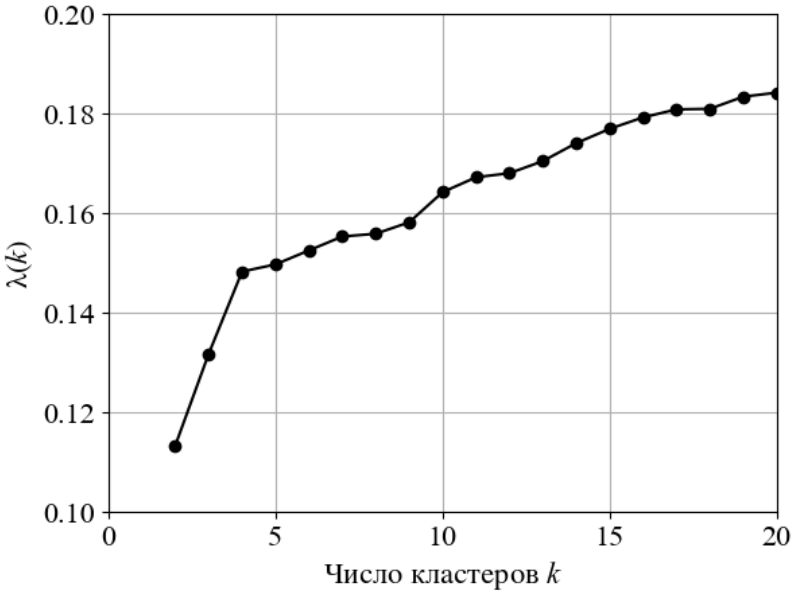


Рисунок 2.2 – График зависимости $\lambda(k)$

Из рисунка 2.2 следует, что функция степени трансформации, обеспечивающая максимальные скачки функции трансформированных искажений в алгоритме Сьюгер-Джеймса, возрастает с ростом числа кластеров. При определённом числе кластеров (k=4 на рисунке 2.2), наблюдается перегиб кривой степени трансформации $\lambda(k)$, что свидетельствует о снижении зависимости степени трансформации от числа кластеров. Поэтому можно определять количество кластеров k как число $k_{мет}$, соответствующее точке наибольшего перегиба графика, уменьшенное на 1. Для графика, приведённого на рисунке 2,

реальное число кластеров будет 3, что соответствует визуально наблюдаемым множествам на рисунке 2.1.

Для нахождения точек максимального перегиба необходимо вычислить значения второй производной степени трансформации λ. Число кластеров является дискретной величиной, поэтому вычислить вторую производную от λ можно согласно выражению (2.5) [106]:

$$\lambda''(k) = \lambda(k-1) - 2\lambda(k) + \lambda(k+1). \tag{2.5}$$

Наибольший перегиб функции $\lambda(k)$ будет в точке, в которой значение второй производной $\lambda''(k)$ принимает наименьшее значение.

График функции $\lambda''(k)$ представлен на рисунке 2.3.

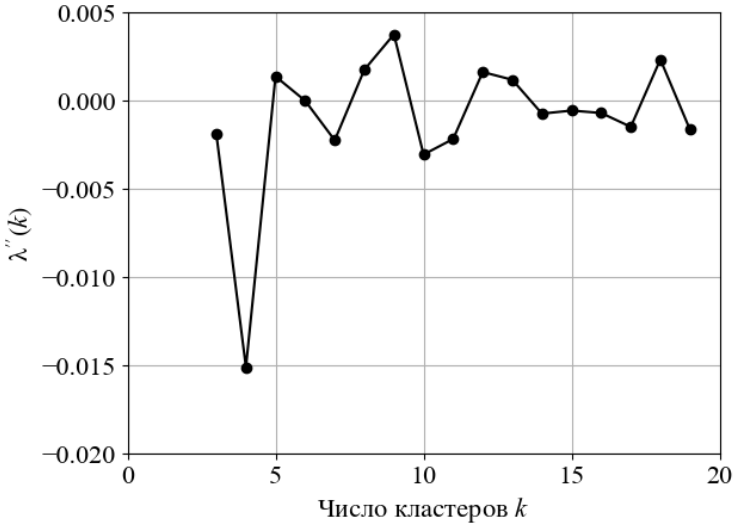


Рисунок 2.3 – График зависимости $\lambda''(k)$

Таким образом, алгоритм определения числа кластеров, основанный на максимизации степени трансформации λ, заключается в выполнении следующих этапов:

1. Итеративно выполняют кластерный анализ при различном числе кластеров и вычисляют сумму внутрикластерных дисперсий D_k на каждой итерации. В качестве алгоритма кластерного анализа используют *EM*-алгоритм;
2. Вычисляют степень трансформации $\lambda(k)$ по (2.4) для всех k>1;
3. Рассчитывают $\lambda''(k)$ по (2.5) для всех k>2;

4. Выбирают $k^* = \arg\min_k \left(\lambda''(k)\right) - 1$ в качестве искомого числа кластеров.

Алгоритм протестирован на сгенерированных массивах нормально распределённых измерений (нормированных безразмерных случайных величин) объёмом n=5000 с различным числом подмножеств (центров рассеивания) и дисперсией при $\lambda = 1$ и $\lambda = 1/k$.

Результаты тестирования представлены на рисунках 2.4–2.12.

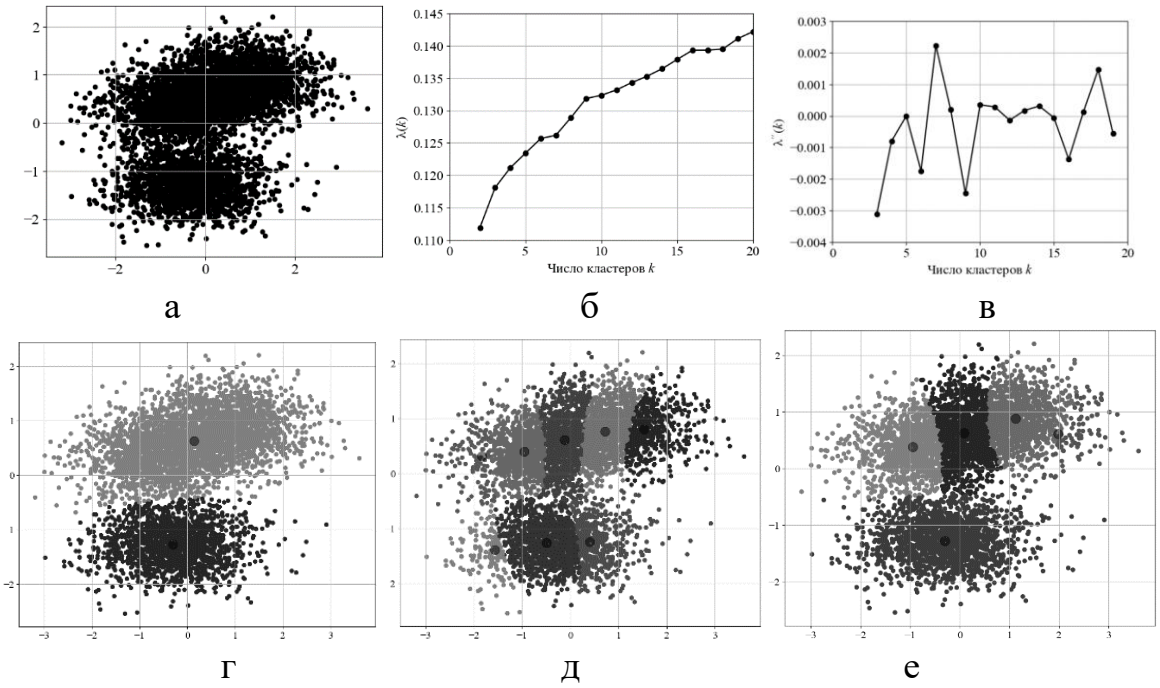


Рисунок 2.4 – Результаты тестирования для n=5000, k=3, D=1,5: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

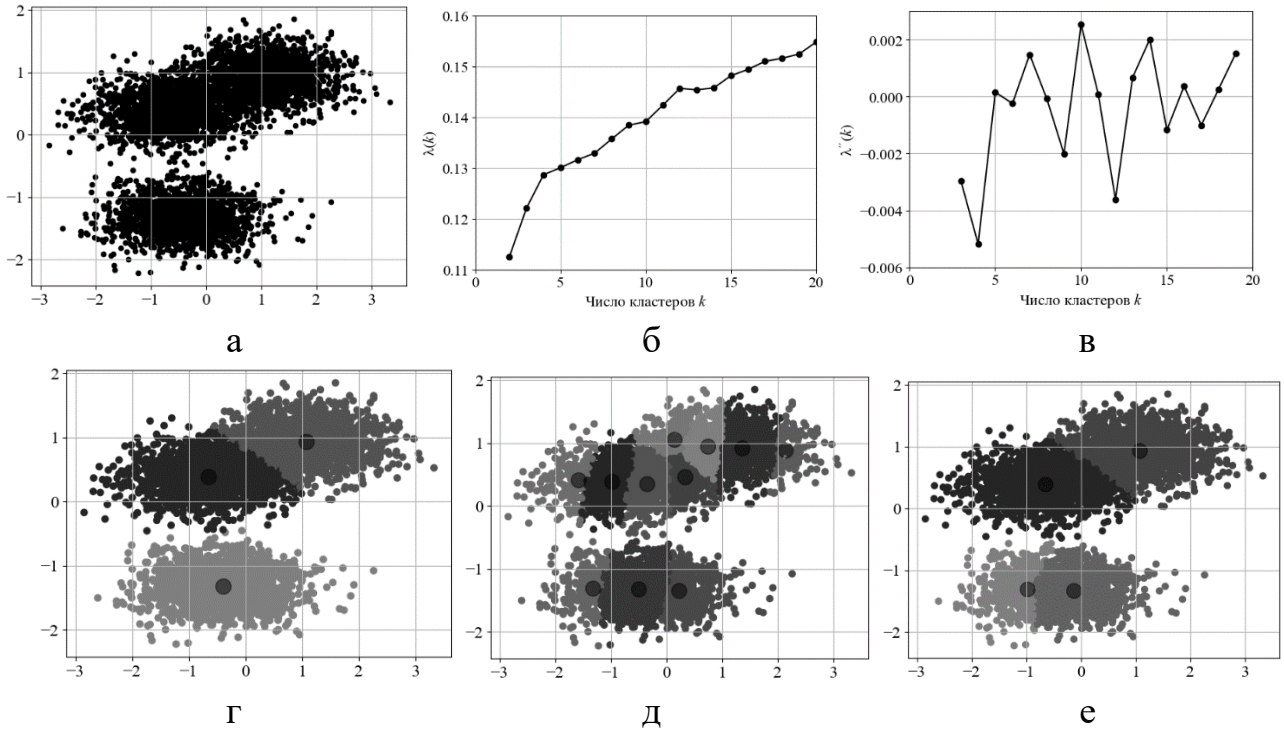


Рисунок 2.5 – Результаты тестирования для *n*=5000, *k*=3, *D*=1,0: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

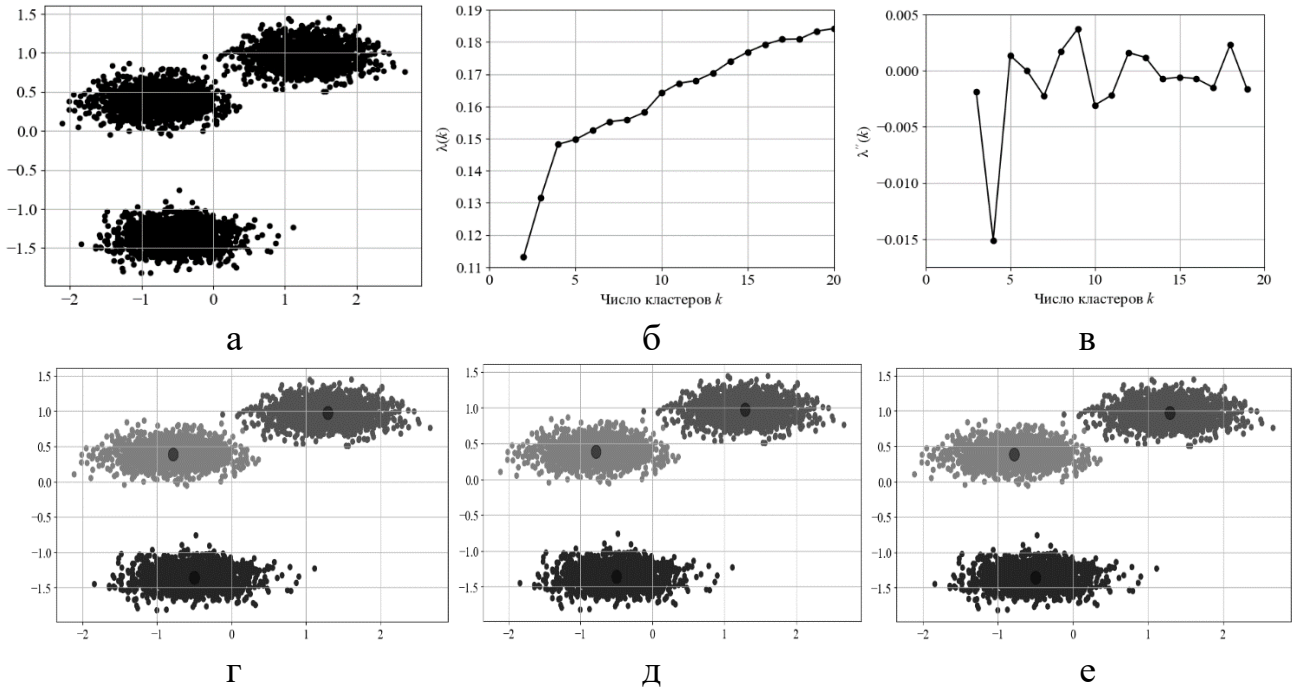


Рисунок 2.6 – Результаты тестирования для *n*=5000, *k*=3, *D*=0,5: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

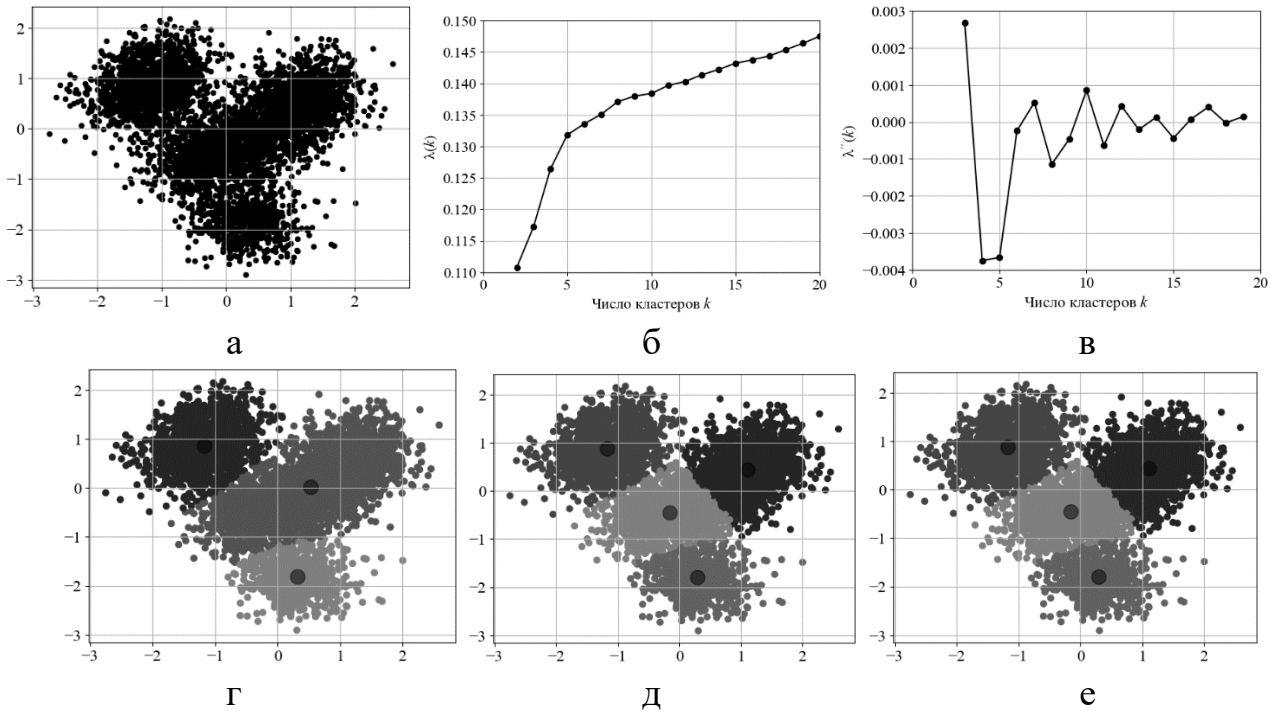


Рисунок 2.7 – Результаты тестирования для n=5000, k=7, D=1,5: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

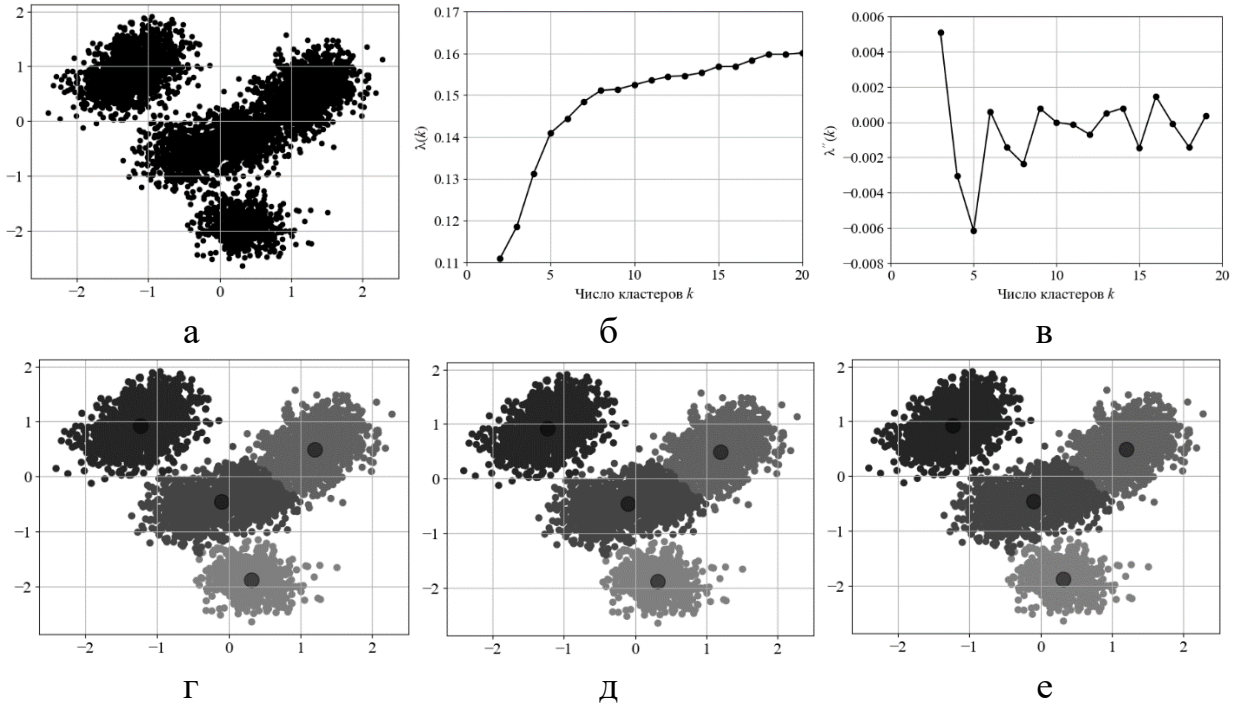


Рисунок 2.8 – Результаты тестирования для n=5000, k=7, D=1,0: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

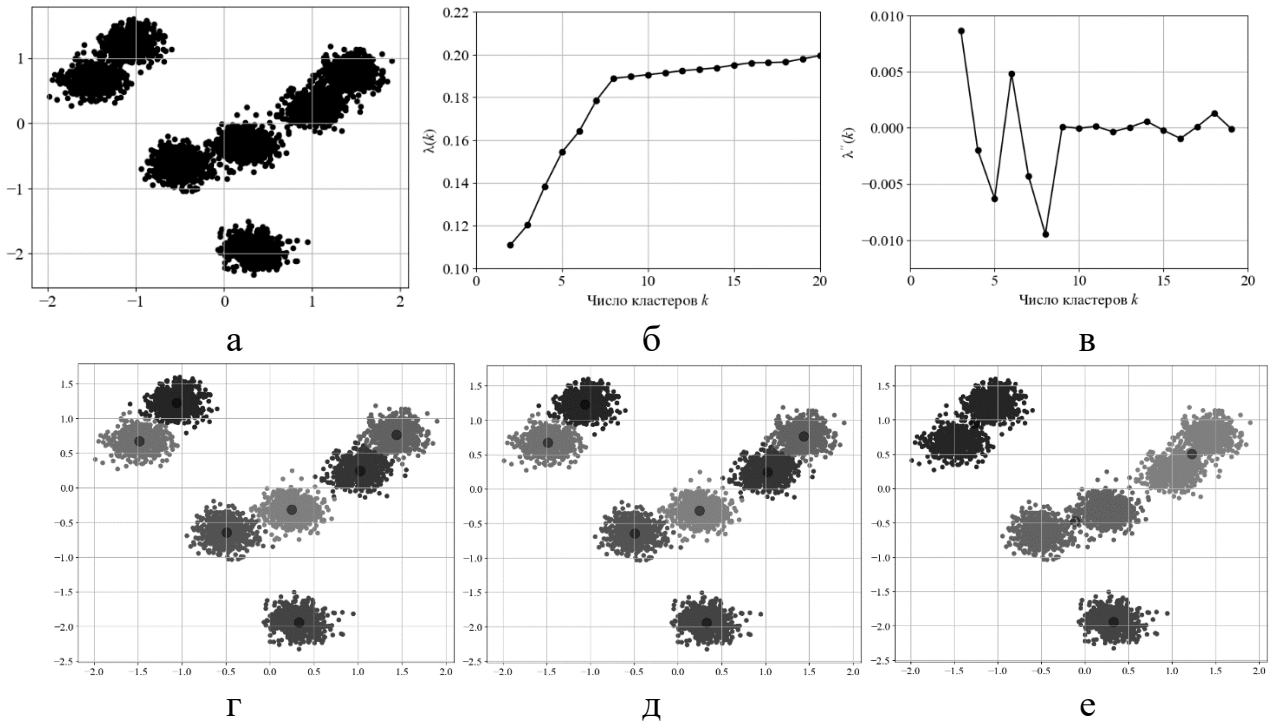


Рисунок 2.9 – Результаты тестирования для n=5000, k=7, D=0,5: а) исходные измерения; б) график зависимости $\lambda(k)$; в) график зависимости $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

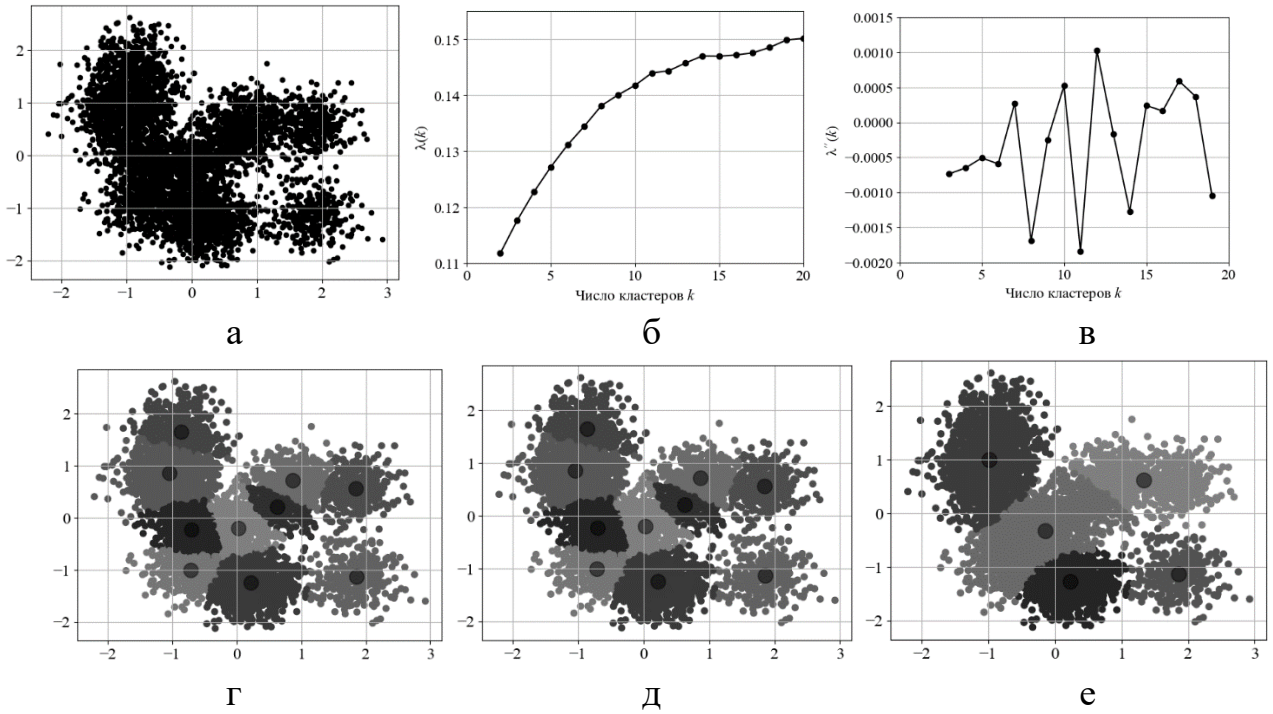


Рисунок 2.10 – Результаты тестирования для n=5000, k=15, D=1,5: а) исходные измерения; графики зависимости б) $\lambda(k)$; в) $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{\text{мет}}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

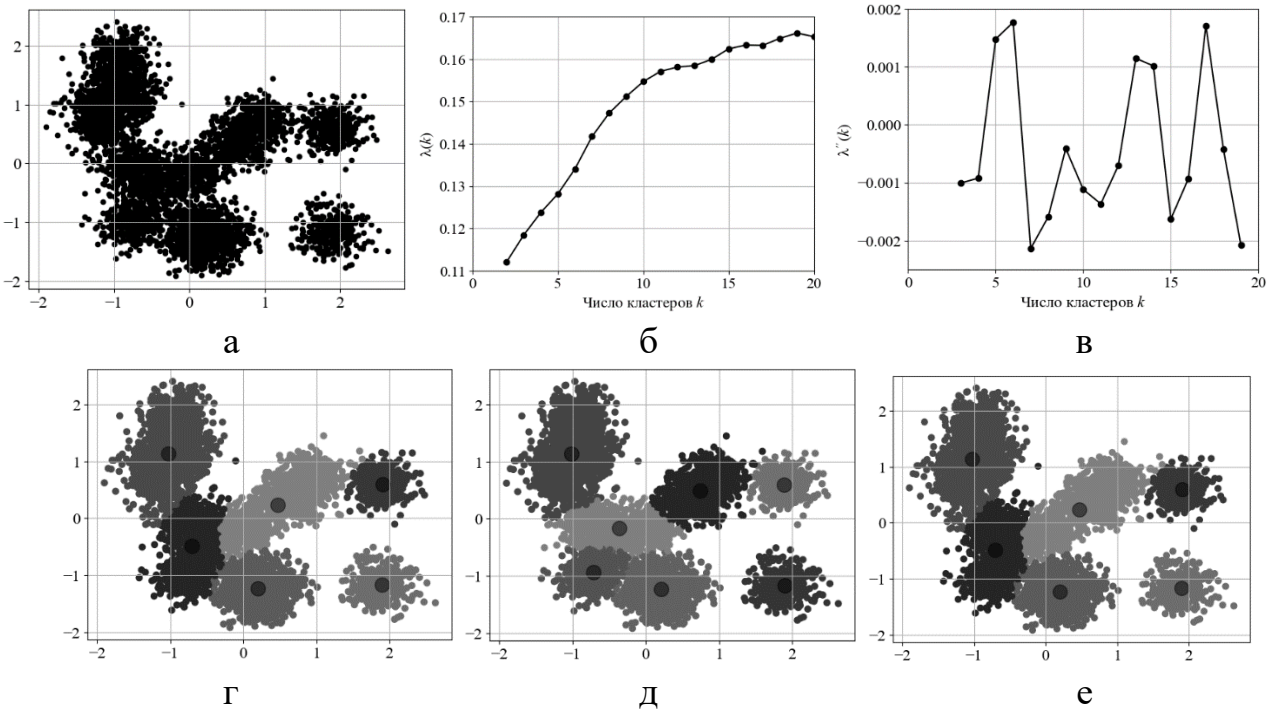


Рисунок 2.11 – Результаты тестирования для n=5000, k=15, D=1,0:

а) исходные измерения; графики зависимостей б) $\lambda(k)$, в) $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{мет}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

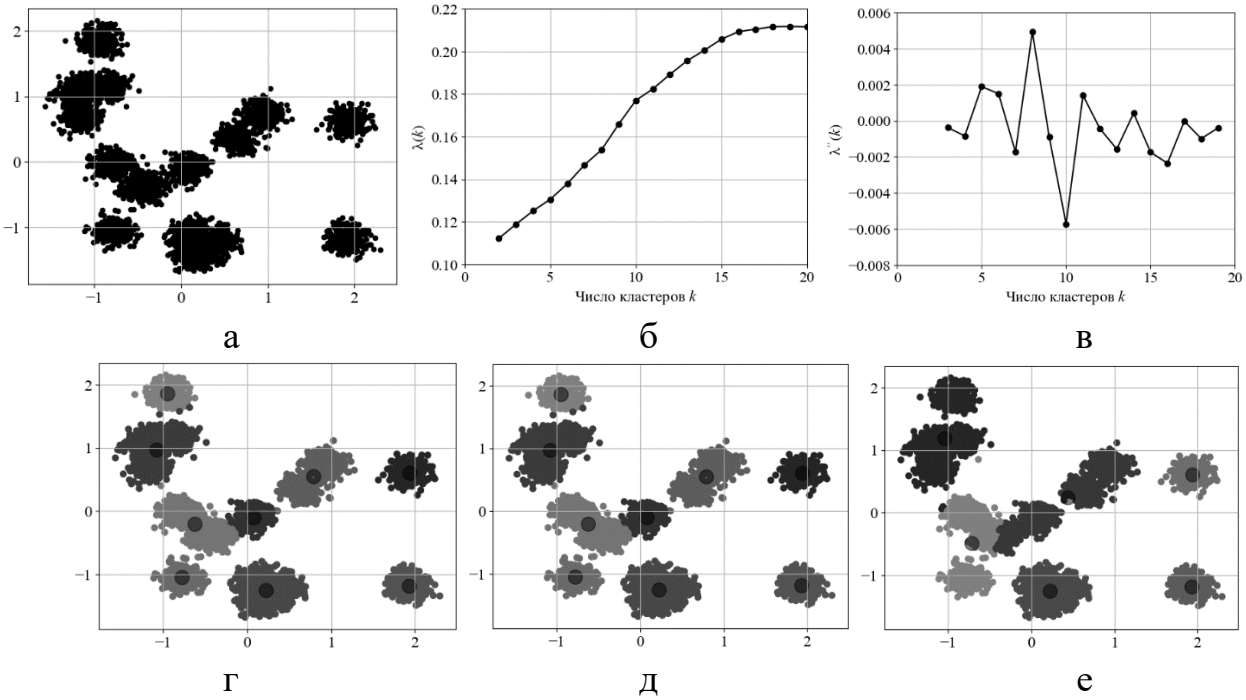
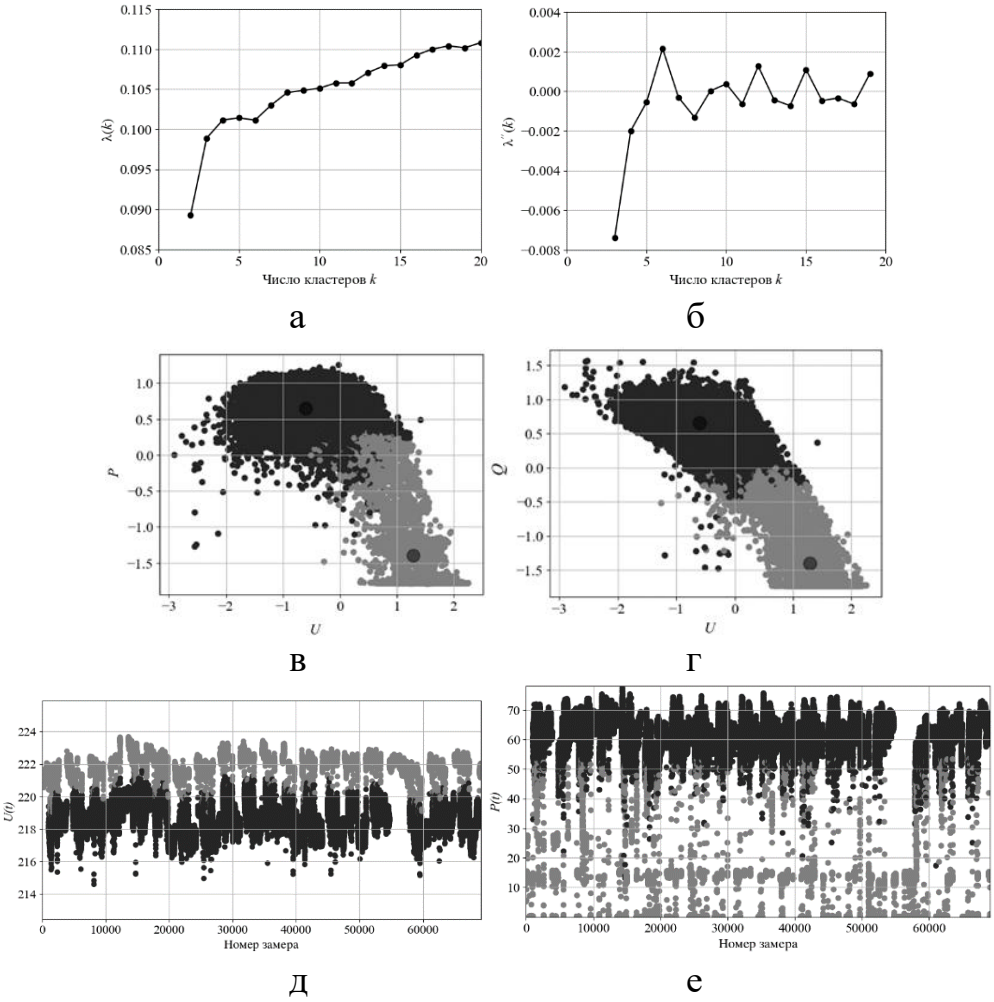
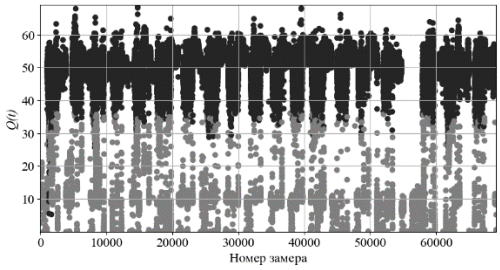


Рисунок 2.12 – Результаты тестирования для n=5000, k=15, D=0,5: а) исходные измерения, графики зависимостей б) $\lambda(k)$, в) $\lambda''(k)$; результаты применения *EM*-алгоритма при г) $k = k_{мет}$, д) $k = k_{\lambda=1}$, е) $k = k_{\lambda=1/k}$

По результатам, представленным на рисунках 2.4–2.12, следует, что алгоритм корректно определяет количество визуально наблюдаемых подмножеств в тестовых измерениях.

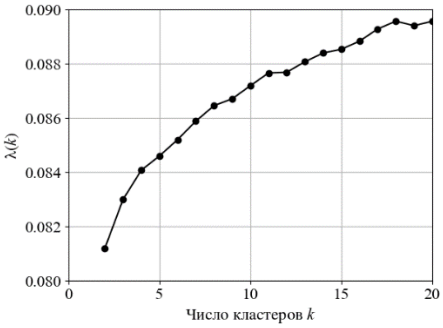
На рисунках 2.13–2.16 представлены результаты тестирования алгоритма на измерениях параметров электрического режима в узлах нагрузки крупных промышленных потребителей. В качестве значений времени на графиках временных зависимостей использованы номера замеров режимных параметров. Результаты показывают, что алгоритм позволяет выделить кластеры, соответствующие наблюдаемым состояниям исследуемой нагрузки и происходящим технологическим процессам. Например, на рисунке 2.13 выделено два состояния нагрузки, которые соответствуют минимуму и максимуму нагрузки. На рисунке 2.15 выделено одиннадцать состояний нагрузки, соответствующих подключенным электроустановкам, а также условиям внешнего электроснабжения узла нагрузки.



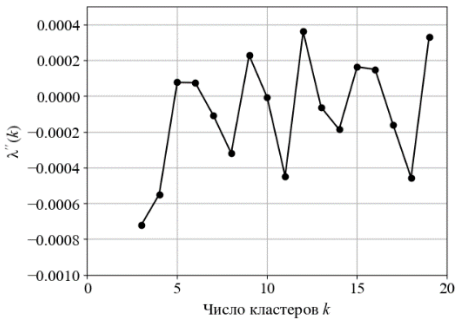


ж

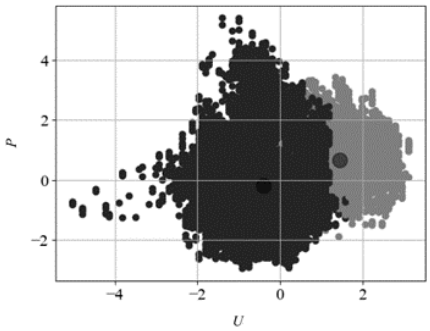
Рисунок 2.13 – а) график зависимости $\lambda(k)$; б) график зависимости $\lambda''(k)$; в), г) результаты применения *EM*-алгоритма на стандартизированных измерениях при $k = k_{мет}$; в) в координатах *P*(*U*); г) в координатах *Q*(*U*); д), е), ж) графики зависимости от времени с нанесением результатов применения *EM*-алгоритма; д) *U*(*t*), е) *P*(*t*), ж) *Q*(*t*)



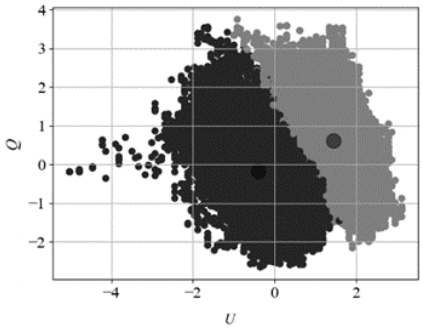
а



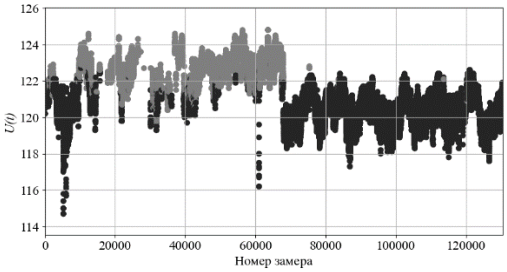
б



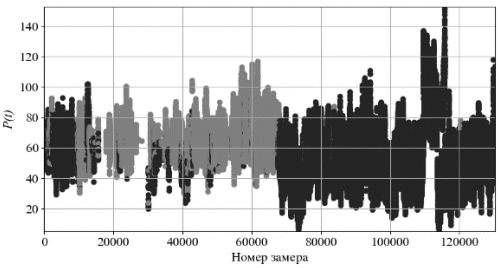
в



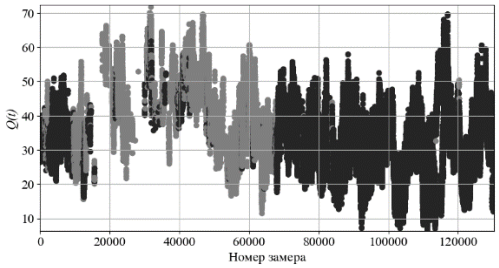
г



д

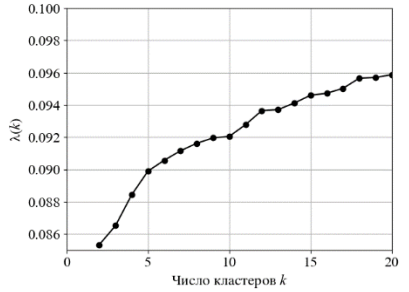


е

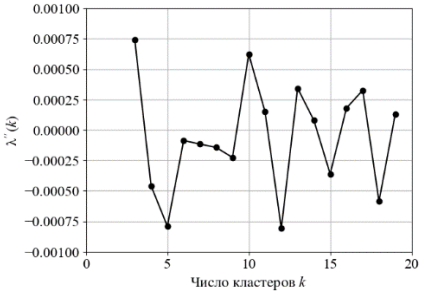


ж

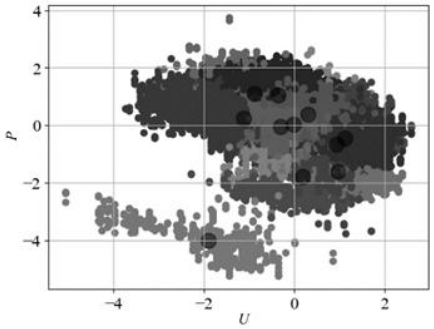
Рисунок 2.14 – а) график зависимости $\lambda(k)$; б) график зависимости $\lambda''(k)$; в), г) результаты применения *EM*-алгоритма на стандартизированных измерениях при $k = k_{мет}$; в) в координатах $P(U)$; г) в координатах $Q(U)$; д), е), ж) графики зависимости от времени с нанесением результатов применения *EM*-алгоритма д) $U(t)$, е) $P(t)$, ж) $Q(t)$



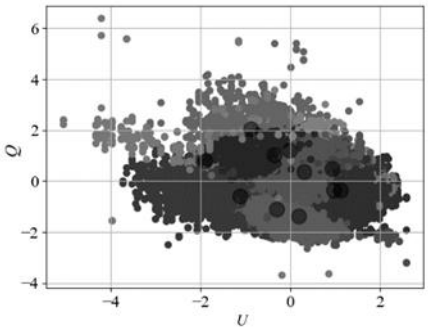
а



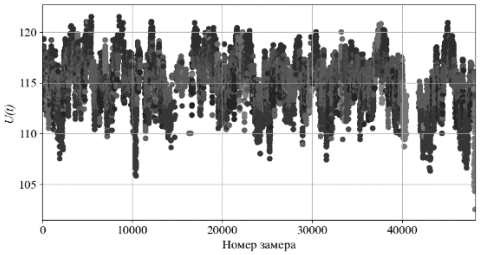
б



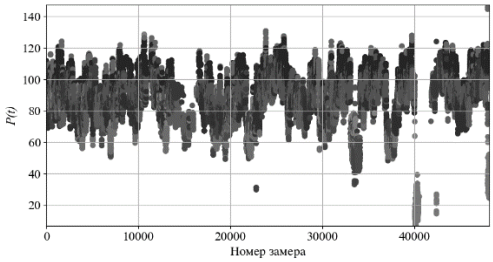
в



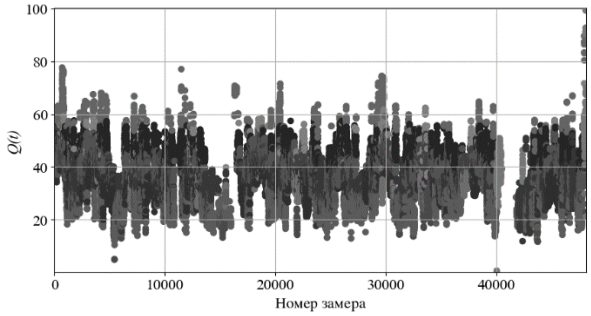
г



д

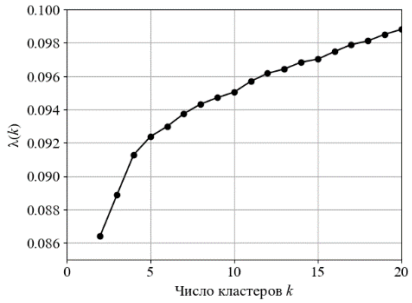


е

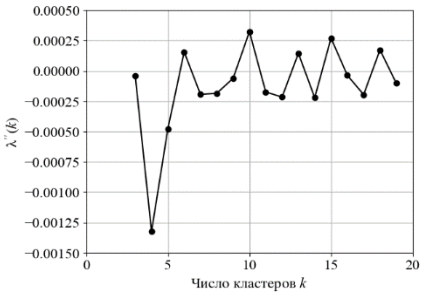


ж

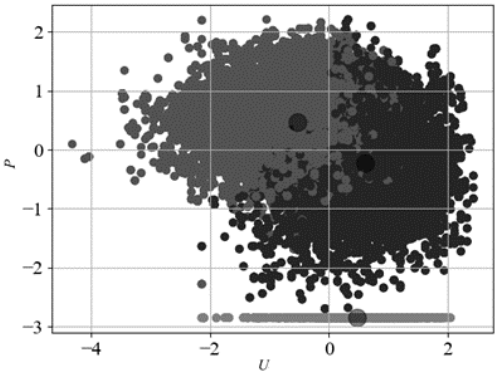
Рисунок 2.15 – а) график зависимости $\lambda(k)$, б) график зависимости $\lambda''(k)$, в), г) результаты применения *EM*-алгоритма на стандартизированных данных при $k = k_{мет}$ в) в координатах *P*(*U*), г) в координатах *Q*(*U*), д), е), ж) графики зависимости от времени с нанесением результатов применения *EM*-алгоритма д) *U*(*t*), е) *P*(*t*), ж) *Q*(*t*)



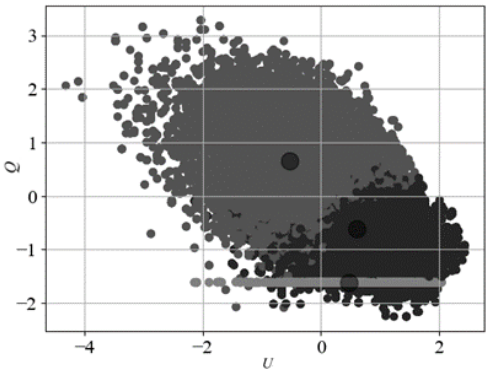
а



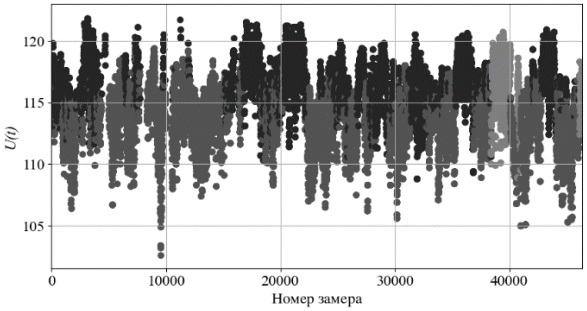
б



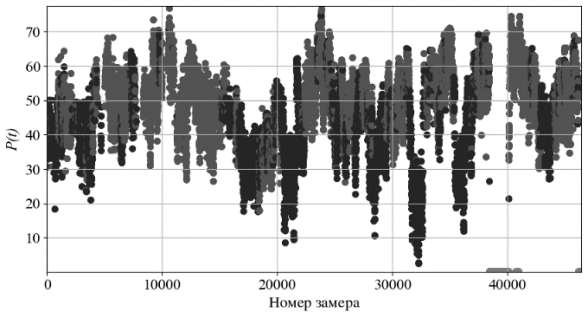
в



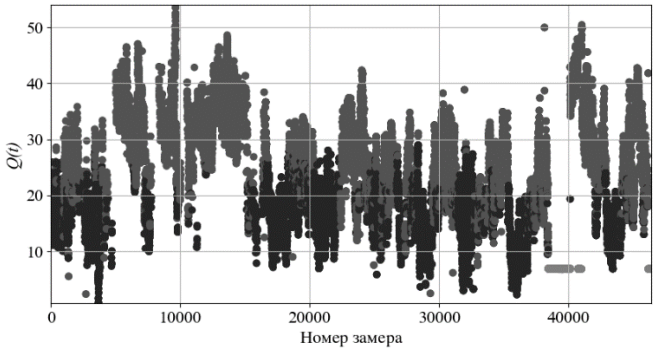
г



д



е



ж

Рисунок 2.16 – а) график зависимости $\lambda(k)$, б) график зависимости $\lambda''(k)$, в), г) результаты применения *EM*-алгоритма на стандартизированных данных при $k = k_{мет}$ в) в координатах *P*(*U*), г) в координатах *Q*(*U*), д), е), ж) графики зависимости от времени с нанесением результатов применения *EM*-алгоритма д) *U*(*t*), е) *P*(*t*), ж) *Q*(*t*)

Предложенный алгоритм позволил корректно определить число подмножеств как в сгенерированных, нормально распределённых массивах измерений, так и в реальных массивах. При этом выделенные подмножества в реальных массивах измерений соответствуют технологическим процессам, протекающим в узлах нагрузки, и характеризуются различными параметрами электрического режима.

Кроме того, из анализа графиков зависимостей $\lambda''(k)$ следует, что предложенный алгоритм, как и алгоритм Сьюгер-Джеймса позволяет определить структуру измерений и получить различное число подмножеств в зависимости от целей обработки измерений.

Разработанный алгоритм использует глобальное правило остановки [122], то есть при его применении нельзя выяснить необходимость разделения исследуемого множества измерений на подмножества. Однако в задаче идентификации СХН по напряжению на основе измерений параметров электрического режима разделение измерений следует выполнять всегда с целью уменьшения общей дисперсии мощности, наблюдаемой в пассивном эксперименте.

2.3 Идентификация линейных моделей СХН с помощью кластеризации

Регулирующий эффект нагрузки по активной или реактивной мощности $Z_{1i}^{(\text{лин})}$ для i-го выделенного кластера, соответствующего определённому состоянию нагрузки, определяется путём кластеризации измерений напряжения, активной и реактивной мощностей. Кластеризация измерений выполняется *EM*-алгоритмом для выделения гауссиан из смеси нормальных распределений [35, 93, 113] после определения числа кластеров с помощью алгоритма максимизации степени трансформации (п. 2.2.2).

В условиях реальных режимов работы энергосистем изменения напряжения, активной и реактивной мощностей в узлах нагрузки происходят одновременно, поэтому для выделения состояний нагрузки используется трёхмерная кластеризация измерений – по координатам напряжения U, активной P и реактивной Q мощностей. Параметрами трёхмерного нормального распределения и соответствующего ему эллипсоида рассеивания являются [35, 62, 63, 70, 123]:

1. Центры рассеивания: средние значения напряжения U_{mk}, активной P_{mk} и реактивной Q_{mk} мощностей;
2. Оценка ковариационных матриц **K** размерности 3x3, элементами которых являются дисперсии напряжения D_U, активной D_P и реактивной D_Q мощностей, а также корреляционные моменты между напряжением и активной мощностью K_{UP}, между напряжением и реактивной мощностью K_{UQ}, между активной и реактивной мощностями K_{PQ} (2.6):

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} D_U & K_{UP} & K_{UQ} \\ K_{UP} & D_P & K_{PQ} \\ K_{UQ} & K_{PQ} & D_Q \end{pmatrix}; \qquad (2.6)$$

3. Веса кластеров w_k, сумма которых всегда равна 1.

Коэффициенты наклона линий регрессии $A_1^{<k>}$ и $B_1^{<k>}$, соответствующие коэффициентам наклона линейных СХН по напряжению для активной и реактивной мощностей соответственно, а также коэффициенты $A_0^{<k>}$ и $B_0^{<k>}$ в именованных единицах для k-го кластера без учёта влияния реакции сети определяются по формулам (2.7):

$$A_1^{<k>} = \frac{K_{UP}^{<k>}}{D_U^{<k>}},\ A_0^{<k>} = MP_k - A_1^{<k>} \cdot MU_k,\ B_1^{<k>} = \frac{K_{UQ}^{<k>}}{D_U^{<k>}},\ B_0^{<k>} = MQ_k - B_1^{<k>} \cdot MU_k. \quad (2.7)$$

Коэффициенты $A_0^{<k>}, A_1^{<k>}, B_0^{<k>}, B_1^{<k>}$ в относительных единицах рассчитываются по формулам (2.8):

$$a_1^{<k>} = A_1^{<k>} \frac{U_{\text{БАЗ}}}{P_{\text{БАЗ}}},\ a_0^{<k>} = \frac{A_0^{<k>}}{P_{\text{БАЗ}}},\ b_1^{<k>} = B_1^{<k>} \frac{U_{\text{БАЗ}}}{Q_{\text{БАЗ}}},\ b_0^{<k>} = \frac{B_0^{<k>}}{Q_{\text{БАЗ}}}, \quad (2.8)$$

где $P_{\text{БАЗ}}$ и $Q_{\text{БАЗ}}$ – базовые значения активной и реактивной мощностей, соответствующие активной и реактивной мощностям нагрузки при $U = U_{\text{БАЗ}}$. В качестве $U_{\text{БАЗ}}$, как правило, выбирается номинальное напряжение узла нагрузки.

После вычисления параметров кластеров выбираются наиболее значимые m кластеров. Значимость кластера характеризуется весом w и плотностью точек, сконцентрированных около средних значений кластера. Плотность точек характеризуется определителем ковариационной матрицы $|\mathbf{K}|$. Чем меньше значение $|\mathbf{K}|$, тем больше сконцентрированы точки кластера вокруг центра рассеивания [70, 124]. Критерии отбора наиболее значимых кластеров выражаются через формулы (2.9):

$$w_k \geq w_{max} - \sigma_w,\ |\mathbf{K}_k| \geq |\mathbf{K}_{min}| + \sigma_{|\mathbf{K}|}, \quad (2.9)$$

где w_{max}, σ_w – значения максимального веса и среднеквадратичного отклонения весов найденных кластеров соответственно; $|\mathbf{K}_{min}|$, $\sigma_{|\mathbf{K}|}$ – значения минимального определителя ковариационной матрицы и среднеквадратичного отклонения определителей ковариационных матриц найденных кластеров соответственно.

Итоговые значения коэффициентов линейной модели СХН a_0, a_1, b_0, b_1 вычисляются по формуле (2.10) как средневзвешенные значения соответствующих коэффициентов для выбранных согласно выражениям (2.9) m кластеров:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}, \tag{2.10}$$

где x – коэффициент a_0, a_1, b_0, или b_1.

Пример работы трёхмерной кластеризации измерений, представленных на рисунке 2.16, *EM*-алгоритмом при определении числа кластеров алгоритмом максимизации степени трансформации приведен на рисунке 2.17.

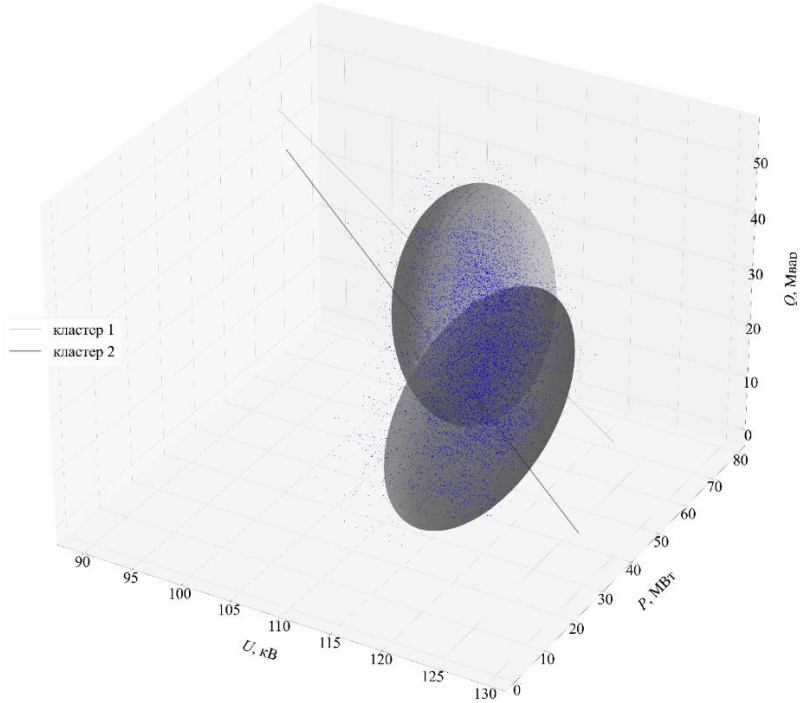


Рисунок 2.17 – Результаты кластеризации *EM*-алгоритмом

2.4 Выводы по главе 2

1. Кластерный анализ в задаче идентификации линейной модели СХН используют для фильтрации данных, выделения состояний нагрузки, наблюдаемых в измерениях, и для повышения обусловленности определения коэффициентов линейной модели СХН.
2. В качестве основного алгоритма кластеризации измерений следует использовать *EM*-алгоритм, так как он позволяет учесть влияние разновременности поступления измерений параметров режима, а также получить параметры распределения каждого кластера, используемые при вычислении коэффициентов линейной модели СХН.
3. Из-за разделения исходного минимального диапазона изменения напряжения, наблюдаемого в пассивном эксперименте, кластеризация позволяет определить линейные модели СХН, которые отражают реальное поведение нагрузки при малых изменениях напряжения.
4. Для корректной работы *EM*-алгоритма необходимо предварительное определение числа кластеров в измерениях. Известный алгоритм Сьюгер-Джеймса для определения числа кластеров имеет ряд ограничений, которые не позволяют использовать его для обработки любых измерений.
5. Разработан и протестирован алгоритм определения числа кластеров, основанный на максимизации степени трансформации λ. Необходимость разработки алгоритма обусловлена ограничениями алгоритма Сьюгер-Джеймса и его некорректной работой при плотных массивах измерений с визуально различимыми кластерами. Работоспособность алгоритма подтверждена как на тестовых, так и на реальных массивах измерений параметров электрического режима.

6. Параметры электрического режима измеряются одновременно, поэтому для определения линейных моделей СХН необходимо применять трёхмерную кластеризацию в координатах U, P, Q. При этом каждый выделенный кластер будет соответствовать определённому состоянию нагрузки, характеризуемому математическим ожиданием напряжения U_{mk}, активной P_{mk} и реактивной Q_{mk} мощностей k-го кластера.

7. Результаты применения *EM*-алгоритма к массивам измерений, выраженные в виде параметров распределения выделенных кластеров, могут быть использованы для вычисления коэффициентов линейной модели СХН. Для исключения влияния погрешностей измерений режимных параметров необходимо проводить фильтрацию отобранных кластеров, осуществляемую на основании значений определителя ковариационной матрицы, характеризующего плотность измерений, и веса кластера, который позволяет оценить число точек, принадлежащих кластеру, в случае *EM*-алгоритма, – принадлежащих гауссиане с наибольшей вероятностью.

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ «РЕАКЦИИ СЕТИ» ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ

3.1 Влияние «реакции сети» для простейшего случая

Для иллюстрации влияния «реакции сети» на параметры электрического режима в узле нагрузки рассмотрим простейшую схему электроснабжения узла нагрузки (рисунок 3.1). Сопротивление и нагрузка приняты чисто индуктивными.

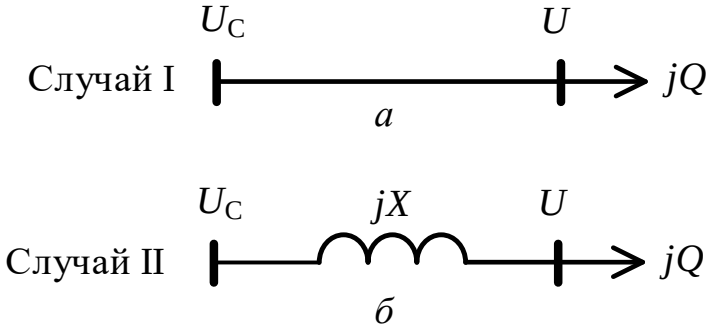


Рисунок 3.1 – Простейшая схема электроснабжения,
а – реакция сети не проявляется; *б* – реакция сети проявляется

Нагрузка запитана от шин бесконечной мощности (ШБМ) с напряжением U_C, которое не зависит от величины реактивной мощности Q. В случае I (рисунок 3.1, *а*) реакция сети не проявляется, потому что сопротивление между узлом нагрузки и ШБМ отсутствует (jX=0), что ведёт к отсутствию падения напряжения, и поэтому напряжение в узле нагрузки совпадает с напряжением на ШБМ: $U_C = U$.

В случае II реакция сети обусловлена наличием сопротивления jX между узлом нагрузки и ШБМ (рисунок 3.1, *б*). Напряжение в узле нагрузки U и величина потребляемой реактивной мощности Q связаны отношением (3.1) [2, 21, 62]:

$$Q(U) = \frac{U\left(U_C - U\right)}{X}. \qquad (3.1)$$

Зависимость $Q(U)$ графически представляет собой параболу с вершиной в точке ($U_C/2$, $U_C^2/4X$) с ветвями, направленными вниз. Ветви параболы пересекают ось абсцисс в точках 0 и U_C (рисунок 3.2).

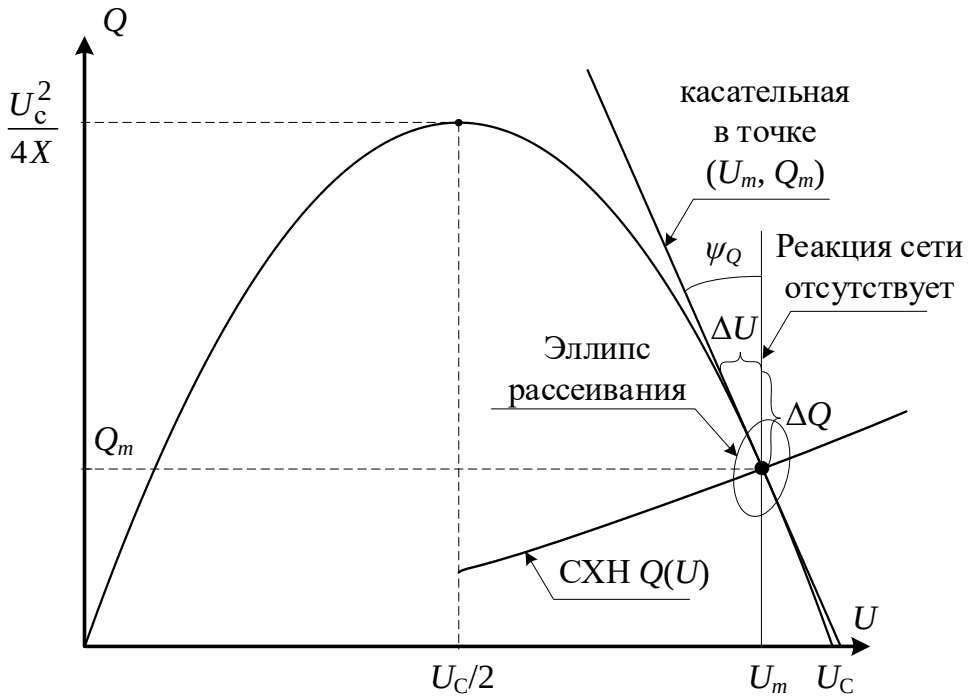


Рисунок 3.2 – Реакция сети

При Q=0→U=U_C (случай U=0 не рассматривается), падение напряжения на сопротивлении jX согласно (3.1) отсутствует. С увеличением величины Q от 0 до $U_C^2/4X$, напряжение U будет уменьшаться до $U_C/2$. Увеличить мощность больше значения $U_C^2/4X$ невозможно, потому что данное значение мощности соответствует пределу по передаче реактивной мощности $Q(U)$.

По рисунку 3.2 видно, что в пределах малых изменений напряжения ΔU и мощности ΔQ квадратичную зависимость $Q(U)$ можно заменить линейной зависимостью. Через рабочую точку (U_m; Q_m) проведена касательная, соответствующая реакции сети при малых отклонениях мощности ΔQ, которые вызывают изменение напряжения ΔU. При этом полученный график реакции сети будет иметь отрицательный наклон ψ_Q, который можно определить с помощью (3.2):

$$\mathrm{tg}\psi_Q = k_Q = \frac{\partial U}{\partial Q}\Big|_{Q=Q_m} = \frac{X}{\sqrt{U_C^2 - 4Q_m X}} = \frac{X}{U_C - 2U_m}, \qquad (3.2)$$

где k_Q – коэффициент, определяющий тангенс угла наклона касательной, соответствующей реакции сети $\mathrm{tg}\psi_Q$, к оси ординат (далее – коэффициент реакции сети);

U_m; Q_m – напряжение узла нагрузки и реактивная мощность нагрузки в рабочей точке характеристики на рисунке 3.2. Рабочая точка характеристики соответствует математическим ожиданиям координат точек, описываемых эллипсом рассеивания.

Особого внимания заслуживает то обстоятельство, что рассматриваемый на рисунке 3.2 угол $\psi_Q < 0$, поэтому $k_Q < 0$. Это следует из того, что при увеличении Q в узле нагрузки, увеличивается падение напряжения на сопротивлении jX, из-за чего уменьшается напряжение U в узле нагрузки.

В случае подключения нагрузки непосредственно к ШБМ без промежуточного сопротивления, при X=0, получим U=U_C при любых значениях Q. В этом случае вершина параболы устремляется в бесконечность, касательная в точке (U_m; Q_m) пройдет вертикально, соответственно k=0.

Через рабочую точку (U_m; Q_m) на рисунке 3.2 также проходит линия, соответствующая СХН по напряжению.

В главе 1 отмечено, что по измерениям, полученным при проведении пассивного эксперимента, точно можно определить только линейные модели СХН, так как диапазон изменения напряжения в пассивном эксперименте минимальный, и не позволяет получить точные полиномиальные модели СХН.

Далее, в качестве линейных моделей СХН рассматриваются соотношения (3.3) и (3.4) с коэффициентами в именованных единицах:

$$P(U) = A_1 U + A_0; \tag{3.3}$$

$$Q(U) = B_1 U + B_0, \tag{3.4}$$

где $A_0 = a_0 P_{\text{баз}}$, $B_0 = b_0 Q_{\text{баз}}$ – коэффициенты, характеризующие долю участия постоянной активной и реактивной мощностей в модели СХН в именованных единицах;

$A_1 = a_1 \frac{P_{баз}}{U_{баз}}$, $B_1 = b_1 \frac{Q_{баз}}{U_{баз}}$ – коэффициенты, характеризующие коэффициенты крутизны линейной СХН для активной и реактивной мощностей в именованных единицах.

В выражениях (3.3) и (3.4) величины U, P, Q, A_0 и B_0 являются случайными. В общем случае, изменения указанных величин подчиняются нормальному закону распределения [62, 70]. Величины A_0 и B_0 характеризуют случайные колебания активной и реактивной мощностей нагрузки, которые не зависят от напряжения U, и отражают изменения нагрузки, вызванные сторонними факторами, например, расписанием движения железнодорожного транспорта в случае рассмотрения узлов тяговой нагрузки.

3.2 Расчёт влияния «реакции сети» в общем случае

Вычисление коэффициента «реакции сети» для реальных схем электроснабжения по описанному способу, потребует предварительных вычислений, связанных с расчётом эквивалентного сопротивления, возможного питания нагрузки от нескольких узлов, наличия в схеме трансформаторных связей. Кроме того, в схемах реальных ЭЭС появится необходимость учёта смешанного характера нагрузки и комплексных сопротивлений сетевых элементов. На рисунке 3.3 приведена схема электроснабжения узла нагрузки.

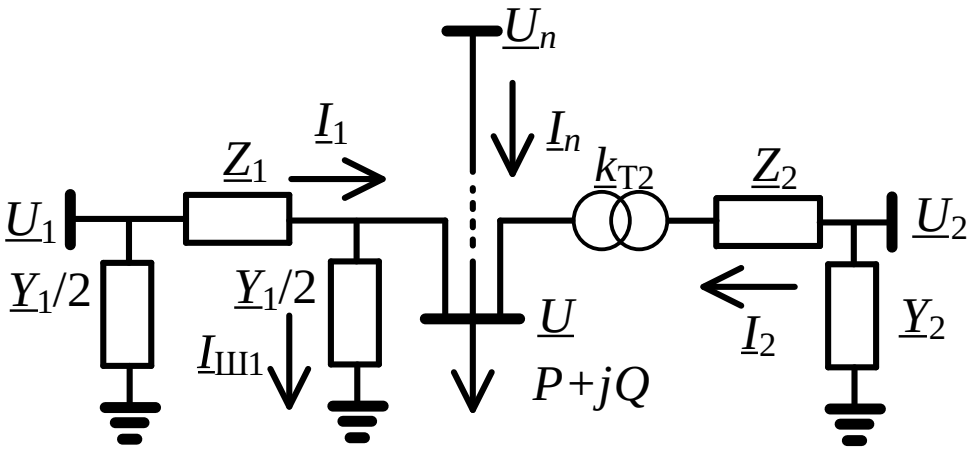


Рисунок 3.3 – Схема электроснабжения узла нагрузки

Исследуемая нагрузка с комплексным напряжением $\underline{U}$ запитана от шин с комплексными напряжениями $\underline{U}_1, \underline{U}_2, ..., \underline{U}_n$, где n – число шин, питающих узел нагрузки. Связи узла нагрузки с питающими узлами представлены комплексными схемами замещения, учитывающими наличие проводимостей на землю: П-образная схема замещения ЛЭП и Г-образная схема замещения трансформаторов [21, 125, 126]. Из-за реакции сети при изменении комплексной мощности нагрузки $\underline{S}=P+jQ$, изменятся падения напряжения на n связях узла нагрузки с питающими узлами, что приведёт к изменению комплексного напряжения $\underline{U}$ в узле нагрузки.

В случае схемы, представленной на рисунке 3.3, напряжение в узле нагрузки $\underline{U}$ и величина потребляемой мощности $\underline{S}$ связаны отношением (3.5) [126]:

$$\underline{S}(\underline{U}) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot\left(\underline{U}_i - k_{\mathrm{T}i}^{U}\underline{U}\right)^{*}\cdot\underline{U}}{\underline{Z}_i^{*}} - \underline{Y}_i^{*}\cdot\underline{U}^{*}\cdot\underline{U}\right) = \\ = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot\underline{U}_i^{*}\cdot\underline{U} - k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U^{2}}{R_i - jX_i} - \left(G_i + jB_i\right)\cdot U^{2}\right), \quad (3.5)$$

где знак * – комплексное сопряжение;

$k_{\mathrm{T}i}^{U}$ – коэффициент трансформации i-й связи по напряжению при переходе со стороны начала i-й связи на сторону узла нагрузки (для ЛЭП $k_{\mathrm{T}i}^{U}=1$);

$k_{\mathrm{T}i}^{I}$ – коэффициент трансформации i-й связи по току при переходе со стороны начала i-й связи на сторону узла нагрузки (для ЛЭП $k_{\mathrm{T}i}^{I}=1$);

$\underline{Z}_i = R_i + jX_i$ – комплексное сопротивление i-й связи с питающим узлом, приведённое к номинальному напряжению узла нагрузки;

$\underline{Y}_i = G_i - jB_i$ – комплексная проводимость на землю i-й связи с питающим узлом, примыкающая к узлу нагрузки и приведённая к номинальному напряжению узла нагрузки.

Из-за наличия комплексных чисел в выражении (3.5) вычисление напрямую производных $\left.\frac{\partial U}{\partial P}\right|_{P=P_m}$ и $\left.\frac{\partial U}{\partial Q}\right|_{Q=Q_m}$, соответствующих коэффициентам «реакции сети» k_P и k_Q, представляет собой трудоёмкую операцию, которую трудно выполнить с помощью современных программных комплексов для расчёта установившихся режимов. Для упрощения задачи можно перейти к вычислению производных активной $\left.\frac{\partial P}{\partial U}\right|_{U=U_m}$ и реактивной $\left.\frac{\partial Q}{\partial U}\right|_{U=U_m}$ мощностей по напряжению, упростив выражение (3.5) и выделив действительную и мнимую части.

Учитывая, что $\underline{U} = U \cdot e^{j\delta}$ и $\underline{U}_i = U_i \cdot e^{j\delta_i}$, где δ, δ_i – углы при напряжениях узла нагрузки $\underline{U}$ и узла начала i-й связи $\underline{U}_i$ относительно базисно-балансирующего узла, соотношение (3.5) можно преобразовать в выражение (3.6):

$$\underline{S}(U) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I} \cdot U_i \cdot e^{-j\delta_i} \cdot U \cdot e^{j\delta} - k_{\mathrm{T}i}^{I} k_{\mathrm{T}i}^{U} U^2}{R_i - jX_i} - \left(G_i + jB_i\right) \cdot U^2\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I} \cdot U_i \cdot U \cdot \left(R_i \cdot \cos\left(\delta_i - \delta\right) - X_i \cdot \sin\left(\delta_i - \delta\right)\right) - R_i \cdot k_{\mathrm{T}i}^{I} k_{\mathrm{T}i}^{U} U^2}{R_i^2 + X_i^2} - G_i \cdot U^2\right) + \quad (3.6)$$

$$+ j\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I} \cdot U_i \cdot U \cdot \left(X_i \cdot \cos\left(\delta_i - \delta\right) + R_i \cdot \sin\left(\delta_i - \delta\right)\right) - X_i \cdot k_{\mathrm{T}i}^{I} k_{\mathrm{T}i}^{U} U^2}{R_i^2 + X_i^2} - B_i \cdot U^2\right).$$

Из выражения (3.6) следуют выражения (3.7) и (3.8) для зависимостей $P(U)$ и $Q(U)$ соответственно:

$$P(U)=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U\cdot\left(R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta\right)-X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta\right)\right)-R_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U^2}{R_i^2+X_i^2}-,$$
$$-\sum_{i=1}^{n}G_i\cdot U^2, \tag{3.8}$$

$$Q(U)=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U\cdot\left(X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta\right)+R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta\right)\right)-X_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U^2}{R_i^2+X_i^2}-$$
$$-\sum_{i=1}^{n}B_i\cdot U^2. \tag{3.9}$$

Тогда значения производных $\frac{\partial P}{\partial\delta}\Big|_{\delta=\delta_m}$, $\frac{\partial Q}{\partial\delta}\Big|_{\delta=\delta_m}$, $\frac{\partial P}{\partial U}\Big|_{U=U_m}$ и $\frac{\partial Q}{\partial U}\Big|_{U=U_m}$ на основании (3.8) и (3.9) в рабочих точках, соответствующих математическим ожиданиям модуля напряжения U_m и угла δ_m, будут соответствовать выражениям (3.10) – (3.13):

$$\left.\frac{\partial P}{\partial\delta}\right|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)+X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}; \tag{3.10}$$

$$\left.\frac{\partial P}{\partial U}\right|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)-X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2R_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-$$
$$-2\sum_{i=1}^{n}G_i\cdot U_m; \tag{3.11}$$

$$\left.\frac{\partial Q}{\partial\delta}\right|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)-R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}; \tag{3.12}$$

$$\left.\frac{\partial Q}{\partial U}\right|_{U=U_m}=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)+R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2X_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-$$
$$-2\sum_{i=1}^{n}B_i\cdot U_m. \tag{3.13}$$

Матрица Якоби **J** для узла нагрузки при $U=U_m$ и угла $\delta=\delta_m$ примет вид (3.14):

$$\mathbf{J}\Big|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial P}{\partial \delta}\Big|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}} & \dfrac{\partial P}{\partial U}\Big|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}} \\ \dfrac{\partial Q}{\partial \delta}\Big|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}} & \dfrac{\partial Q}{\partial U}\Big|_{\substack{\delta=\delta_m,\\ U=U_m}} \end{pmatrix}. \qquad (3.14)$$

Учитывая, что $k_P = \dfrac{\partial U}{\partial P}\Big|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}}$ и $k_Q = \dfrac{\partial U}{\partial Q}\Big|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}}$, то на основании выражений (3.10)–(3.14), для нахождения коэффициентов реакции сети k_P и k_Q необходимо вычислить элементы обратной матрицы Якоби $\mathbf{J}^{-1}$. Обратная матрица Якоби $\mathbf{J}^{-1}$ имеет вид (3.15):

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{\mathbf{J}_{\mathrm{A}}^{T}}{|\mathbf{J}|} = \frac{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial Q}{\partial U} & -\dfrac{\partial P}{\partial U} \\ -\dfrac{\partial Q}{\partial \delta} & \dfrac{\partial P}{\partial \delta} \end{pmatrix}}{\dfrac{\partial P}{\partial \delta}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial U} - \dfrac{\partial P}{\partial U}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial \delta}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \delta}{\partial P} & \dfrac{\partial \delta}{\partial Q} \\ \dfrac{\partial U}{\partial P} & \dfrac{\partial U}{\partial Q} \end{pmatrix}. \qquad (3.15)$$

Таким образом, коэффициенты «реакции сети» $k_P = \dfrac{\partial U}{\partial P}\Big|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}}$ и $k_Q = \dfrac{\partial U}{\partial Q}\Big|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}}$ могут быть вычислены по выражениям (3.16) и (3.17) соответственно:

$$k_P = \left.\frac{\partial U}{\partial P}\right|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}} = \left.\frac{-\dfrac{\partial Q}{\partial \delta}}{\dfrac{\partial P}{\partial \delta}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial U} - \dfrac{\partial P}{\partial U}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial \delta}}\right|_{\substack{U=U_m,\\ \delta=\delta_m}} =$$

$$= \frac{-\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)-R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)+X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}\right)\cdot}$$

$$\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)+R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2X_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-2\sum_{i=1}^{n}B_i\cdot U_m\right)-$$

$$-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)-X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2R_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-2\sum_{i=1}^{n}G_i\cdot U_m\right)\cdot$$

$$\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)-R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}\right) \qquad (3.16)$$

$$k_Q = \left.\frac{\partial U}{\partial Q}\right|_{\substack{P=P_m,\\ Q=Q_m}} = \left.\frac{\dfrac{\partial P}{\partial \delta}}{\dfrac{\partial P}{\partial \delta}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial U} - \dfrac{\partial P}{\partial U}\cdot\dfrac{\partial Q}{\partial \delta}}\right|_{\substack{U=U_m,\\ \delta=\delta_m}} =$$

$$= \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)+X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)+X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}\right)\cdot}$$

$$\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(X_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)+R_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2X_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-2\sum_{i=1}^{n}B_i\cdot U_m\right)-$$

$$-\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot\left(R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)-X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)-2R_i\cdot k_{\mathrm{T}i}^{I}k_{\mathrm{T}i}^{U}U_m}{R_i^2+X_i^2}-2\sum_{i=1}^{n}G_i\cdot U_m\right)\cdot$$

$$\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{k_{\mathrm{T}i}^{I}\cdot U_i\cdot U_m\cdot\left(X_i\cdot\sin\left(\delta_i-\delta_m\right)-R_i\cdot\cos\left(\delta_i-\delta_m\right)\right)}{R_i^2+X_i^2}\right)$$

(3.17)

На практике коэффициенты k_P и k_Q удобно вычислять путём определения отношений приращений напряжения в узле нагрузки, возникающих при малых приращениях мощности в узле нагрузки, чем использовать (3.16) и (3.17). Тем не

менее, (3.16) и (3.17) позволяют проанализировать зависимости коэффициентов «реакции сети» от схемных и режимных параметров.

3.3 Влияние сетевых и режимных параметров на «реакцию сети»

Для дальнейшего рассмотрения зависимости коэффициентов «реакции сети» от сетевых и режимных параметров примем, что число связей, осуществляющих питание узла нагрузки n=1, и коэффициент трансформации связи, питающей узел нагрузки $k_{\mathrm{T}i}=1$. После всех преобразований выражения для k_P и k_Q примут вид (3.18) и (3.19):

$$k_P=\frac{R_i\cdot\cos(\delta_i-\delta_m)-X_i\cdot\sin(\delta_i-\delta_m)}{k_{\mathrm{T}i}^I\cdot U_i-2U_m(1+B_iX_i+G_iR_i)\cos(\delta_i-\delta_m)-2U_m(B_iR_i-G_iX_i)\sin(\delta_i-\delta_m)}=$$
$$=\frac{R_i\cdot\cos(\delta_i-\delta_m)-X_i\cdot\sin(\delta_i-\delta_m)}{U_i-2U_m(1+B_iX_i+G_iR_i)\cos(\delta_i-\delta_m)-2U_m(B_iR_i-G_iX_i)\sin(\delta_i-\delta_m)}; \quad (3.18)$$

$$k_Q=\frac{R_i\cdot\sin(\delta_i-\delta_m)+X_i\cdot\cos(\delta_i-\delta_m)}{k_{\mathrm{T}i}^I\cdot U_i-2U_m(1+B_iX_i+G_iR_i)\cos(\delta_i-\delta_m)-2U_m(B_iR_i-G_iX_i)\sin(\delta_i-\delta_m)}=$$
$$=\frac{R_i\cdot\sin(\delta_i-\delta_m)+X_i\cdot\cos(\delta_i-\delta_m)}{U_i-2U_m(1+B_iX_i+G_iR_i)\cos(\delta_i-\delta_m)-2U_m(B_iR_i-G_iX_i)\sin(\delta_i-\delta_m)}. \quad (3.19)$$

Из выражений (3.18) и (3.19) следует, что коэффициенты зависят от следующих параметров сетевых элементов:

1. $k_{\mathrm{T}i}$ – коэффициент трансформации i-й связи;
2. R_i, X_i – активное и реактивное сопротивления i-й связи с питающим узлом, приведённые к стороне высокого напряжения;
3. G_i, B_i – активная и реактивная проводимости на землю i-й связи с питающим узлом, примыкающие к узлу нагрузки.

Коэффициенты k_P и k_Q зависят также от режимных параметров:

1. U_i – модуль напряжения i-го питающего узла;
2. U_m – модуль рабочего напряжения узла нагрузки;

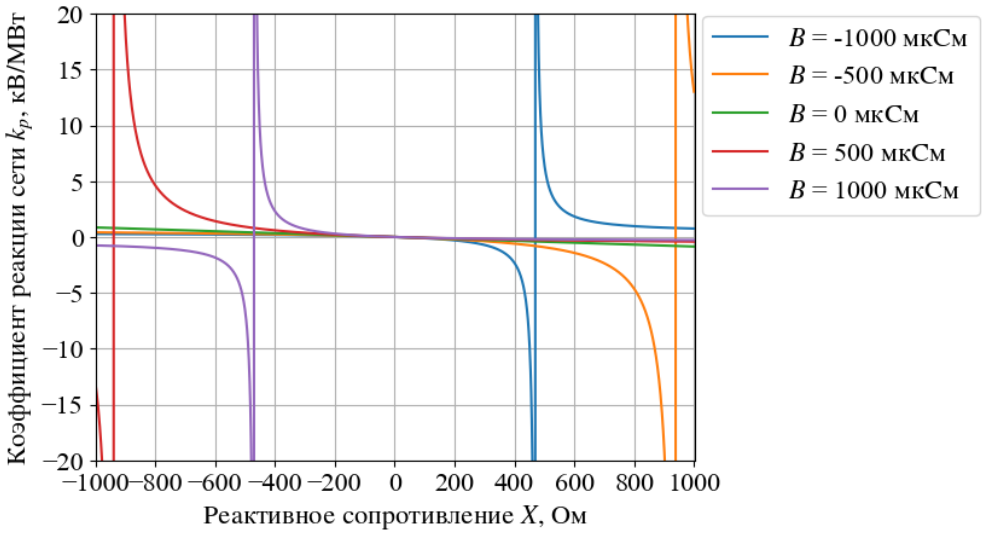
3. $\delta_i - \delta_m -$ разность электрических углов напряжения *i*-го питающего узла и рабочего напряжения узла нагрузки.

3.3.1 Влияние сетевых параметров

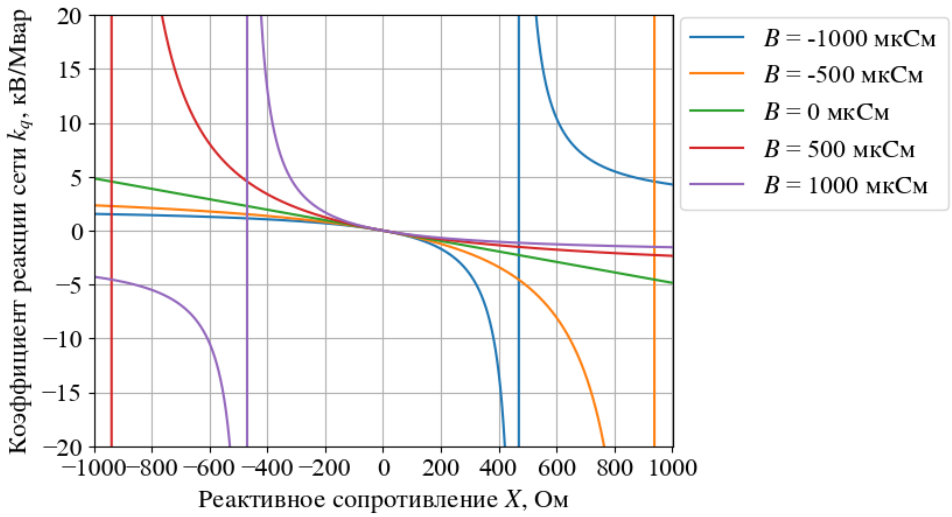
При проведении анализа влияния сетевых параметров на величину коэффициентов k_P и k_Q в качестве переменной по оси абсцисс отложим реактивное сопротивление сетевого элемента *X*. Оценка влияния активного сопротивления *R* и поперечных проводимостей *G* и *B* будет производиться для зависимостей $k_P(X)$ и $k_Q(X)$ при различных значениях параметров.

Режимные параметры следующие: модуль напряжения питающего узла $U = 230$ кВ; модуль рабочего напряжения узла нагрузки U_m=220 кВ; разность электрических углов комплексного напряжения питающего узла и комплексного рабочего напряжения узла нагрузки $\delta_i - \delta_m = -10^\circ$.

На рисунках 3.4, *а*, *б* представлены графики зависимостей $k_P(X)$ и $k_Q(X)$ при малом активном сопротивлении *R*=0, активной проводимости *G*=0 и различных значениях поперечных реактивных проводимостей *B*.



а



б

Рисунок 3.4 – Графики зависимостей: *а* – $k_P(X)$, *б* – $k_Q(X)$

Из графиков следует:

1. При B<0 (ёмкостная проводимость) точки разрыва для коэффициентов k_P и k_Q смещаются в область положительных значений реактивного сопротивления X.

2. При B>0 (индуктивная проводимость) точки разрыва для коэффициентов k_P и k_Q смещаются в область отрицательных значений реактивного сопротивления X. Так как большинство сетевых элементов, выполняющих питание узлов нагрузки, обладают положительным реактивным сопротивлением [127], то далее область значений реактивного сопротивления X<0 исключается из рассмотрения.

3. При отсутствии реактивной проводимости (B=0) значения коэффициентов k_P и k_Q убывают с ростом величины реактивного сопротивления X.

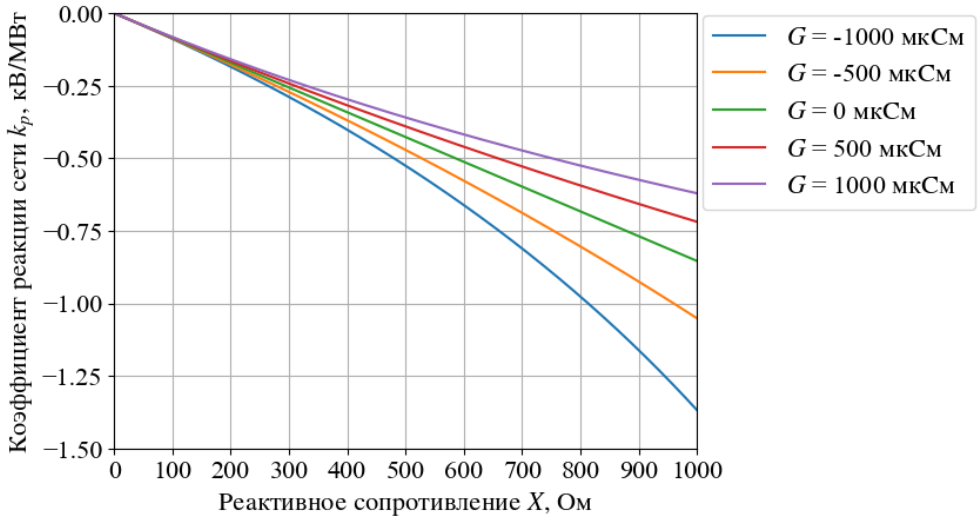
4. При рассмотрении значений реактивного сопротивления X>0 до точек разрыва функций $k_P(X)$ и $k_Q(X)$ (точки, в которых значения k_P и k_Q обращаются в бесконечность) при большем значении реактивной проводимости B наблюдаются меньшие значения коэффициентов k_P и k_Q.

5. Чем больше значение модуля реактивной проводимости $|B|$, тем ближе точки разрыва коэффициентов k_P и k_Q к оси ординат. Физически это означает, что с ростом величины реактивной проводимости величина напряжения в узле нагрузки будет значительно меняться при незначительном изменении мощности нагрузки и

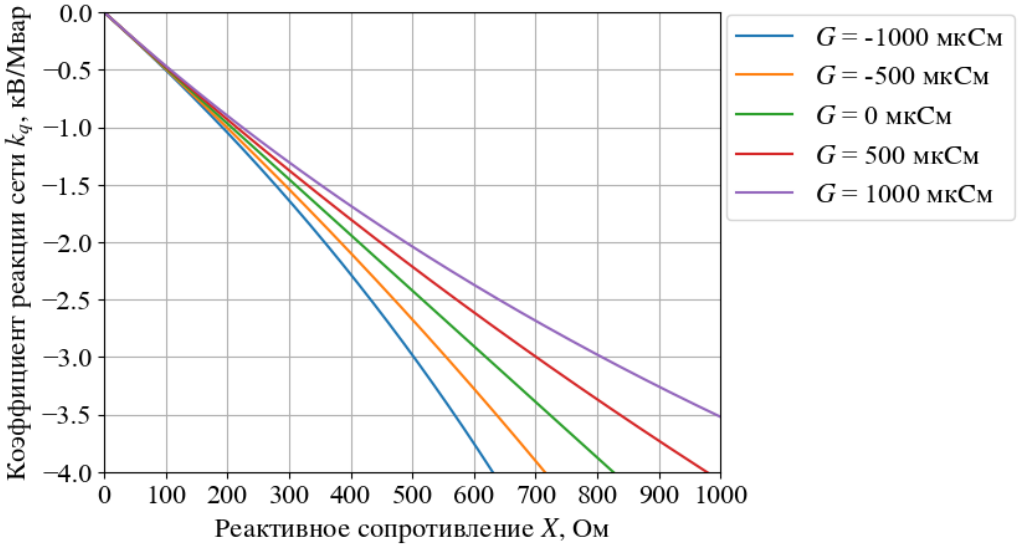
отсутствии сопротивления, что соответствует протеканию зарядной мощности и токов намагничивания сетевых элементов, питающих узел нагрузки.

6. При изменении реактивного сопротивления X, коэффициент k_Q изменяется на величину большую, чем коэффициент k_P. Это обусловлено большим влиянием реактивной проводимости на протекание перетоков реактивной мощности [128].

На рисунках 3.5, *а*, *б* представлены графики зависимостей $k_P(X)$ и $k_Q(X)$ при малом активном сопротивлении R=0 и реактивной проводимости B=0 и различных значениях поперечных активных проводимостей G.



а

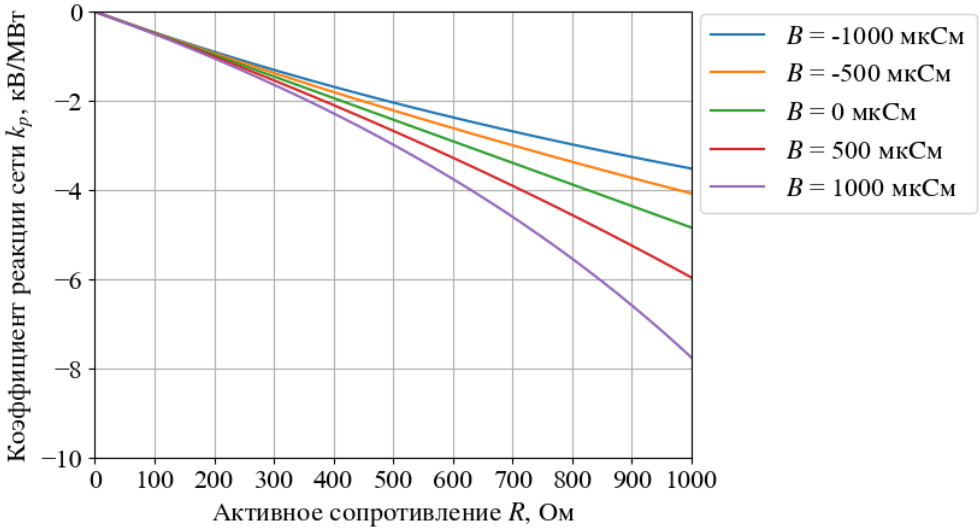


б

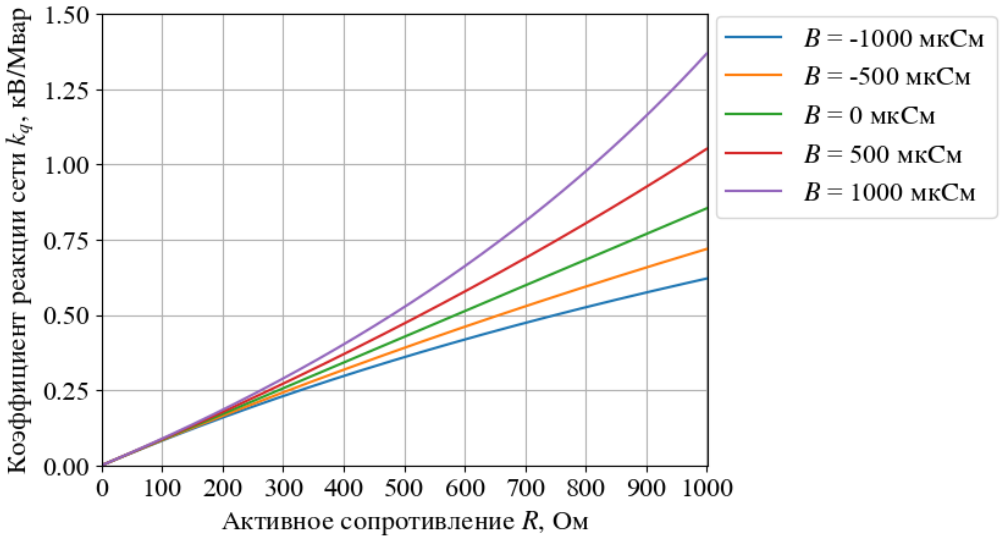
Рисунок 3.5 – Графики зависимостей: *а* – $k_P(X)$, *б* – $k_Q(X)$

При любом значении активной проводимости G значения k_P и k_Q убывают с ростом увеличения реактивного сопротивления X. При этом большее значение активной проводимости соответствует меньшим по модулю значениям коэффициентов k_P и k_Q. Как и в случае с реактивной проводимостью, значения k_Q больше по модулю соответствующих значений k_P.

На рисунках 3.6, *а*, *б* представлены графики зависимостей $k_P(R)$ и $k_Q(R)$ при малом реактивном сопротивлении X=0 и активной проводимости G=0 и различных значениях поперечных реактивных проводимостей B.



а

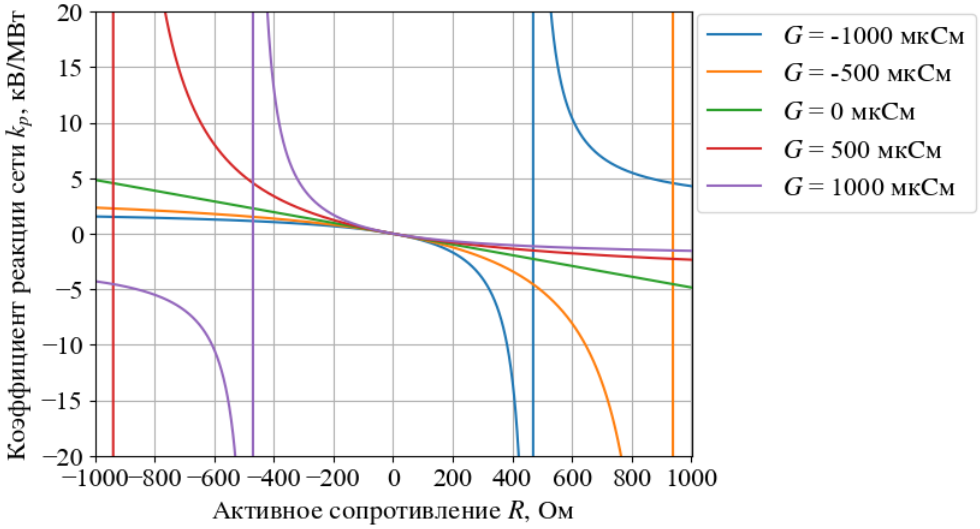


б

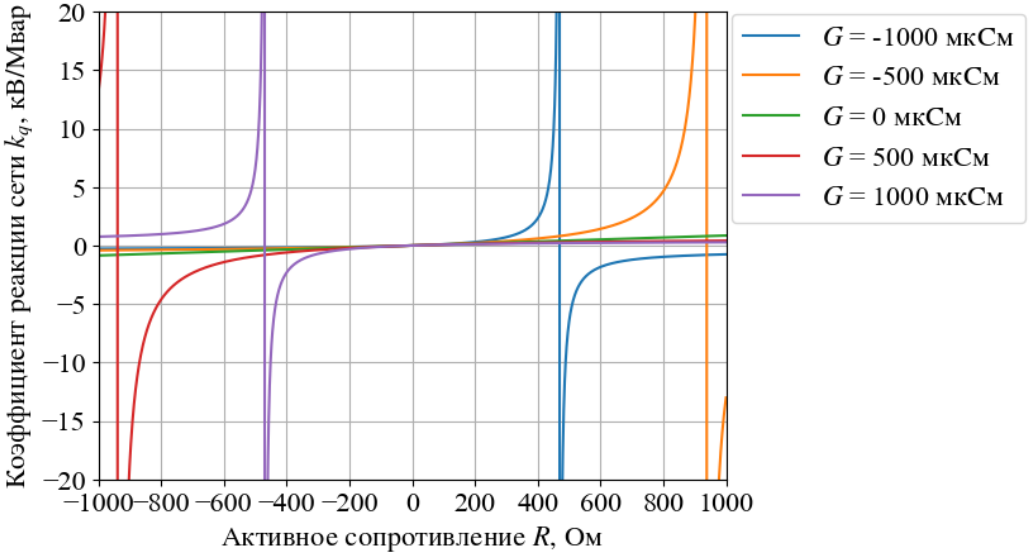
Рисунок 3.6 – Графики зависимостей: *а* – $k_P(R)$, *б* – $k_Q(R)$

С ростом активного сопротивления R возрастает значение k_Q, в то же время коэффициент k_P убывает. Рост реактивной проводимости B приводит к увеличению по модулю коэффициентов k_P и k_Q. Положительное значение коэффициента k_Q при заданных режимных параметрах соответствует увеличению напряжения в узле нагрузки при увеличении реактивной мощности нагрузки.

На рисунках 3.7, *а*, *б* представлены графики зависимостей $k_P(R)$ и $k_Q(R)$ при малом реактивном сопротивлении X=0 и реактивной проводимости B=0 и различных значениях поперечных активных проводимостей G.



а



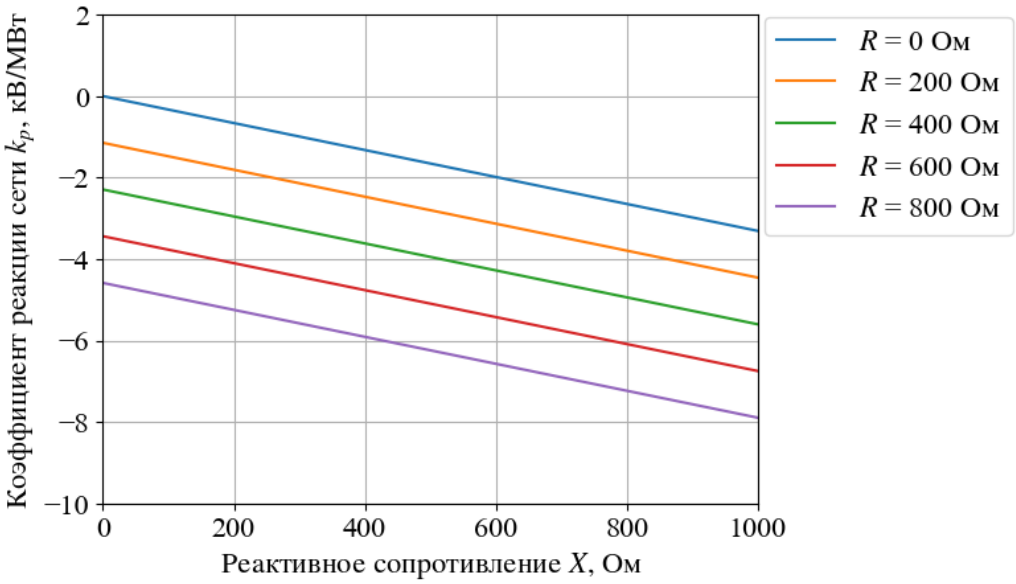
б

Рисунок 3.7 – Графики зависимостей: *а* – $k_P(R)$; *б* – $k_Q(R)$

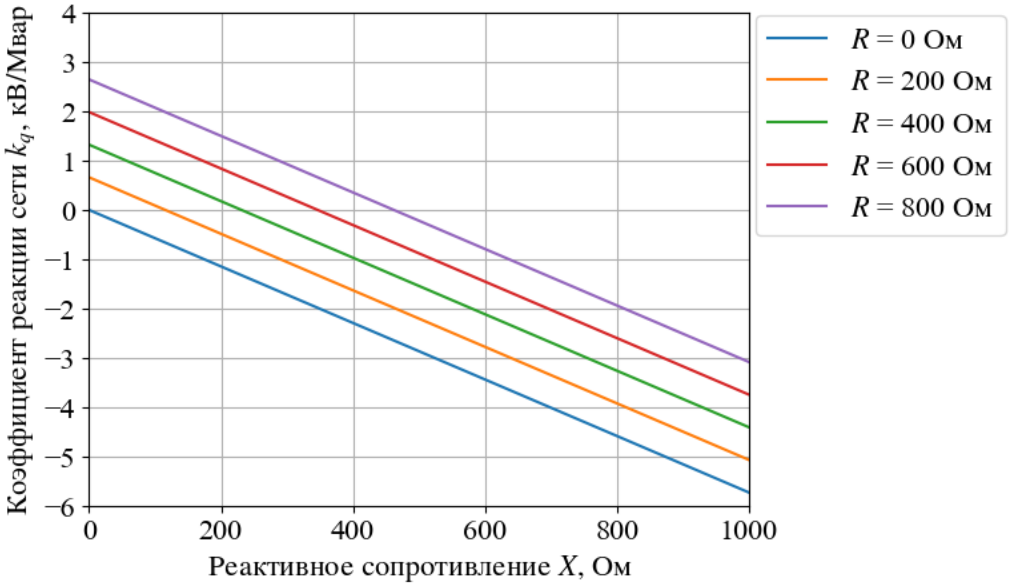
С ростом активного сопротивления R коэффициент k_P убывает. Стоит отметить, что поведение графиков на рисунках 3.7 соответствует поведению графиков на рисунках 3.4. Однако из графика 3.7, *б* видно, что рост активного сопротивления R приводит к увеличению коэффициента k_Q при заданных режимных параметрах.

Из графиков, представленных на рисунках 3.4–3.7, можно сделать вывод, что основным способом снижения коэффициента «реакции сети» является уменьшение полного сопротивления связи, осуществляющей питание узла нагрузки. При этом компенсация реактивной мощности (увеличение/уменьшение проводимости в узле нагрузки) не оказывает однозначного влияния на величину коэффициентов.

На рисунках 3.8, *а*, *б* приведены графики зависимостей $k_P(X)$ и $k_Q(X)$ при различных значениях активного сопротивления R и G=0, B=0 и режимных параметрах, используемых при построении графиков на рисунках 3.4–3.7.



а



б

Рисунок 3.8 – Графики зависимостей: *а* – $k_P(X)$; *б* – $k_Q(X)$

С увеличением активного сопротивления, увеличивается по модулю значение коэффициента k_P, а коэффициент k_Q возрастает (без учёта знака k_Q). Таким образом, уменьшение активного и реактивного сопротивлений сетевого элемента, осуществляющего питание узла нагрузки, позволяет снизить значения коэффициентов реакции сети.

3.3.2 Влияние режимных параметров

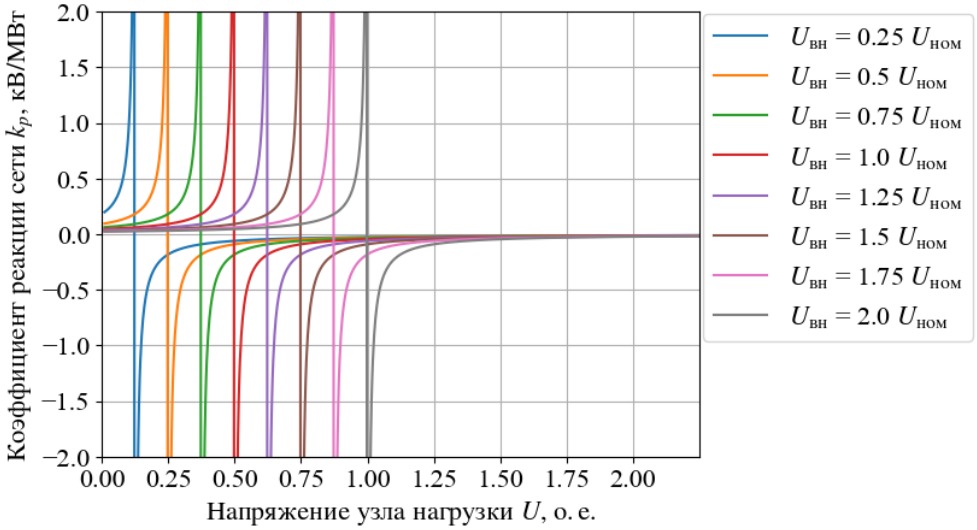
По графикам 3.4–3.7 видно, что зависимости коэффициентов «реакции сети» от сетевых параметров также зависят и от параметров текущего режима электрической сети. Для анализа влияния режимных параметров на величину коэффициентов k_P и k_Q рассмотрим два типа зависимости:

1. $k_P(U)$ и $k_Q(U)$ при различных значениях модуля напряжения $U_{вн}$ питающего узла и $\delta_{вн} - \delta = 0$;

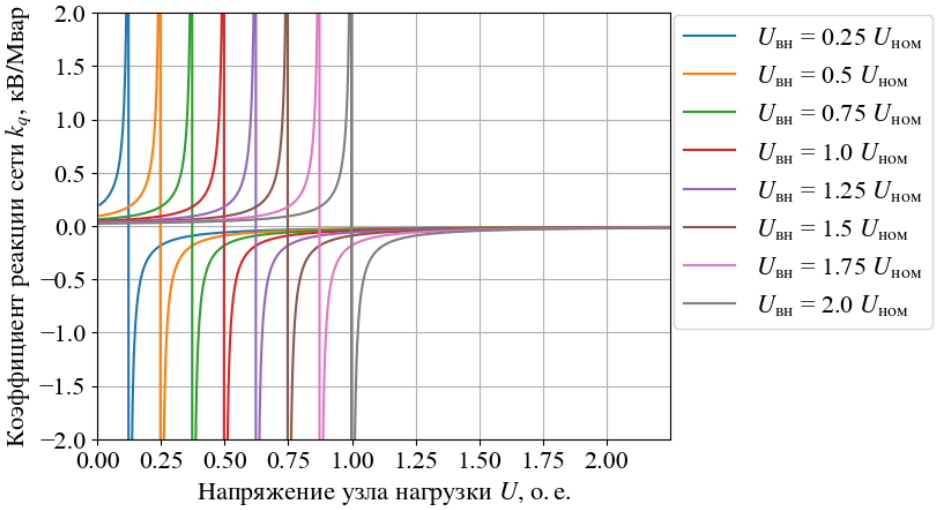
2. $k_P(\delta_{вн} - \delta)$ и $k_Q(\delta_{вн} - \delta)$ при различных значениях модуля рабочего напряжения U узла нагрузки и $U_{вн} = 1$ о.е., приведённого к номинальному напряжению $U_{ном}$ = 220 кВ.

Схемные параметры приняты следующими: активное сопротивление R=10 Ом; реактивное сопротивление X=10 Ом; поперечная активная проводимость G=100 мкСм; поперечная активная проводимость B=600 мкСм.

Графики зависимостей $k_P(U)$ и $k_Q(U)$ при различных значениях U и $\delta_{вн} - \delta = 0$ приведены на рисунках 3.9, *а*, *б*.



а



б

Рисунок 3.9 – Графики зависимостей $k_P(U)$ и $k_Q(U)$ при различных значениях $U_{вн}$ и $\delta_{вн} - \delta = 0$

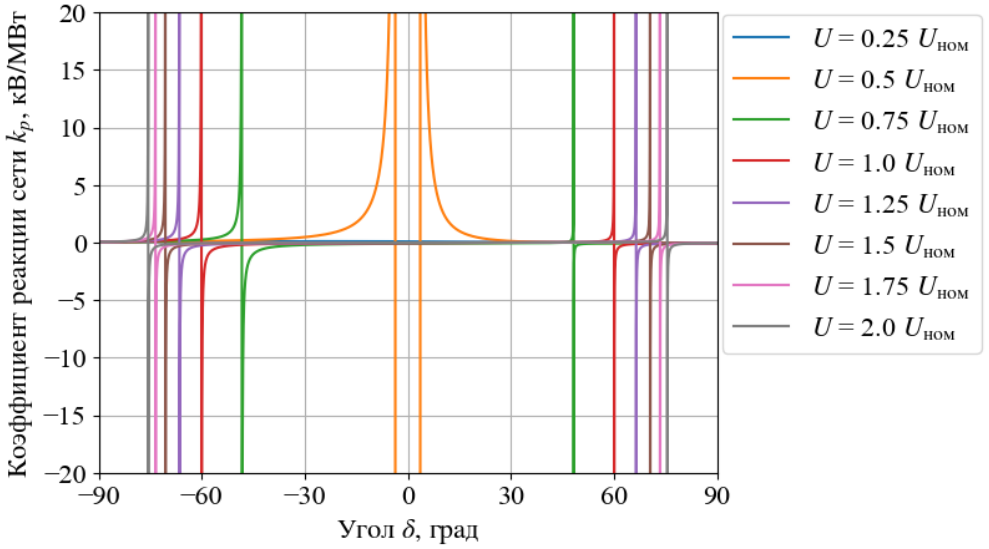
Из графиков следует, что при некотором граничном значении напряжения узла нагрузки $U_{гр}$≈0,5 $U_{вн}$ наблюдается точка разрыва функций $k_P(U)$ и $k_Q(U)$. Данное значение напряжения узла нагрузки соответствует границе по статической апериодической устойчивости связи, осуществляющей питание узла нагрузки. Значения коэффициентов k_P и k_Q, полученные для значений напряжения в узле нагрузки меньше, чем $U_{гр}$, не будут отражать реального поведения нагрузки в узле, так как установившийся режим в данной области напряжений существовать не будет [129]. При рассмотрении областей $U>U_{гр}$ видно, что с увеличением рабочего напряжения в узле нагрузки, k_P и k_Q уменьшаются по абсолютной величине, причём зависимость k_P и k_Q от модуля напряжения питающего узла U проявляется сильнее при малых значениях рабочего напряжения, близких к $U_{гр}$. При таких значениях рабочего напряжения с увеличением модуля напряжения U, модули k_P и k_Q также увеличиваются. Увеличение $U_{вн}$ при сохранении напряжения U в узле нагрузки приводит к увеличению по модулю k_P и k_Q.

Таким образом, из графиков 3.9 следуют два способа уменьшения коэффициентов реакции сети:

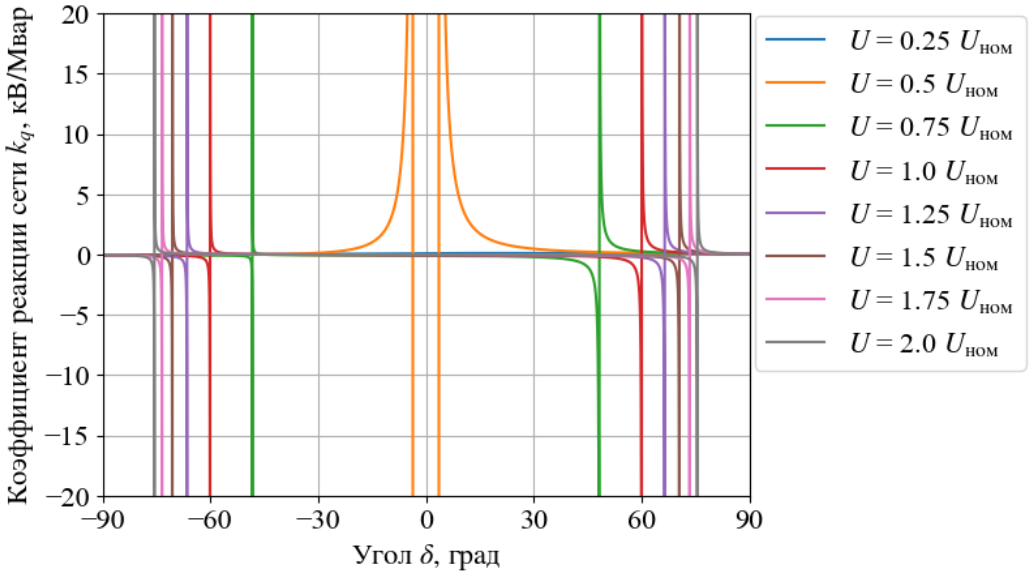
1. Увеличение модуля напряжения в узле нагрузки;
2. Уменьшение модуля напряжения в питающем узле.

Выполнение способов возможно с помощью подключения шунтирующих реакторов в питающем узле и батарей статических конденсаторов в узле нагрузки.

На рисунках 3.10, *а*, *б* приведены графики зависимостей $k_P(\delta_{вн} - \delta)$ и $k_Q(\delta_{вн} - \delta)$ при различных значениях модуля рабочего напряжения U узла нагрузки и $U_{вн} = 1$ о.е.



а



б

Рисунок 3.10 – Графики зависимостей $k_P(\delta_{вн} - \delta)$ и $k_Q(\delta_{вн} - \delta)$ при различных значениях U и $U_{вн} = 1$ о.е.

С увеличением модуля рабочего напряжения узла нагрузки U абсолютные значения коэффициентов k_P и k_Q вне точек разрыва уменьшаются, причём, при одних и тех же значениях разности $\delta_{вн} - \delta$ модуль k_Q уменьшается гораздо сильнее, чем k_P. Стоит отметить, что с ростом разности $\delta_{вн} - \delta$ модули коэффициентов k_P и k_Q уменьшаются. Точки разрыва соответствуют углам по связи между питающим и нагрузочным узлом, больше которых (меньше в случае $\delta_{вн} - \delta < 0$) передача

мощности невозможна. По этой причине рабочим диапазоном при $\delta_{вн} - \delta$ и при заданном значении рабочего напряжения в узле нагрузки U, является диапазон между точками разрыва. С увеличением напряжения в узле нагрузки, рабочий диапазон между точками разрыва увеличивается.

Стоит отметить, что при напряжениях в узле нагрузки U<0,5 $U_{вн}$ точки разрыва не возникают, а значит рабочий диапазон по разности $\delta_{вн} - \delta$ не ограничен.

Таким образом, для уменьшения величин k_P и k_Q требуется уменьшать разность углов по связи между питающим и нагрузочным узлами. Добиться этого можно уменьшением перетока активной мощности по связи, что может быть достигнуто за счёт подключения собственной генерации в узле нагрузки.

Стоит отметить, что, как и в случае зависимостей k_P и k_Q от сетевых параметров, их зависимость от режимных параметров подчиняется текущей конфигурации сети [2, 62].

3.4 Математическая модель влияния «реакции сети»

Математическая модель нагрузки, отражающая корреляционную зависимость между напряжением, активной и реактивной мощностями нагрузки и учитывающая влияние реакции сети, представляет собой систему уравнений, которая связывает точки на плоскостях (U, Q) и (U, P), соответствующие нормальному распределению при отсутствии реакции сети, с точками, которые соответствуют параметрам режима при наличии реакции сети. Пояснение данной связи на примере системы случайных величин (U, P, Q), спроецированной для наглядности на плоскость (U, Q), с одномодальным распределением, приведено на рисунке 3.11. Коэффициенты k_P и k_Q для системы случайных величин (U, P, Q) приняты постоянными, так как внешние условия электроснабжения в рассматриваемом случае не изменяются.

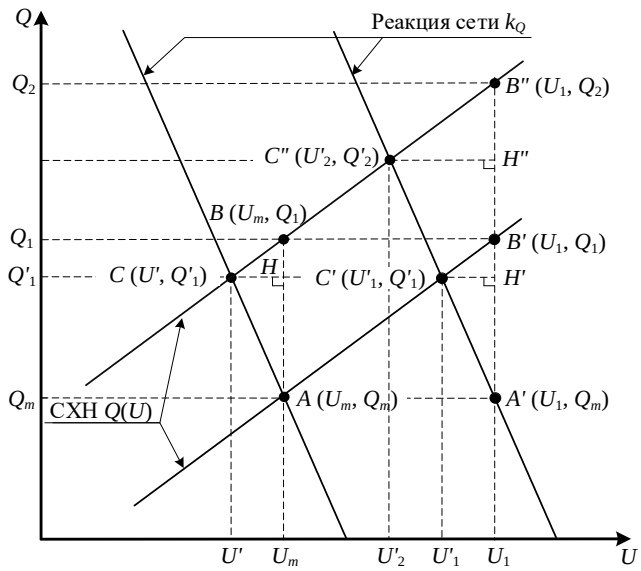


Рисунок 3.11 – Пояснение к математической модели для системы (U, P, Q) в плоскости (U, Q)

Рабочая точка A имеет координаты, соответствующие математическим ожиданиям напряжения U_m, активной P_m и реактивной Q_m мощности нагрузки. Через проекцию точки A на плоскости (U, Q) проходят две линии: линейная СХН $Q(U)$ с постоянным значением B_1 и случайным значением B_0 и линия, соответствующая «реакции сети» по реактивной мощности; через проекцию точки A на плоскости (U, P) также проходят две линии, соответствующие СХН $P(U)$ с постоянным значением A_1 и случайным значением A_0, и «реакции сети» по активной мощности. Случайные изменения величин U, P и Q происходят в диапазоне, при котором эффект «реакции сети» можно заменить линейной зависимостью с угловыми коэффициентами наклона k_P и k_Q [2, 61, 62].

Когда одновременно происходят случайные изменения мощности нагрузки и напряжения, тогда поведение нагрузки будет соответствовать системе точек A–A'–B''–C'': случайное изменение напряжения до U_1 (точка $A'(U_1, P_m, Q_m)$) под действием СХН и случайного изменения мощности нагрузки до P_1 и Q_1 приведёт к увеличению реактивной и активной мощностей нагрузки до P_2 и Q_2 соответственно (точка $B''(U_1, P_2, Q_2)$), а из-за «реакции сети» произойдёт уменьшение напряжения до U'_2, что приведёт к соответствующему уменьшению активной и реактивной мощностей нагрузки до значений P'_2 и Q'_2 (точка $C''(U'_2, P'_2, Q'_2)$).

Выполняя геометрические преобразования проекций на плоскости (U, Q) и (U, P), которые соответствуют треугольникам ABC, $A'B'C'$ и $A'B''C''$ с высотами H, H' и H'' соответственно, можно получить систему уравнений математической модели (3.20), которая отражает связь между точками системы (U, P, Q) и системы $(U',\ P',\ Q')$:

$$\begin{cases} U'_i = U_i + \dfrac{k_P\left(P_i - P_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1} + \dfrac{k_Q\left(Q_i - Q_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1}, \\ P'_i = P_i + \dfrac{k_P A_1\left(P_i - P_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1} + \dfrac{k_Q A_1\left(Q_i - Q_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1}, \\ Q'_i = Q_i + \dfrac{k_Q B_1\left(Q_i - Q_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1} + \dfrac{k_P B_1\left(P_i - P_m\right)}{1 - k_P A_1 - k_Q B_1}, \end{cases} \tag{3.20}$$

где i – индекс текущего замера параметров режима.

3.4.1 Учёт «реакции сети»

Влияние «реакции сети» приводит к увеличению погрешности в определении модели СХН, потому что линии регрессии перестают совпадать с линейными СХН, а эллипсоиды рассеивания искажаются [2].

С учётом влияния «реакции сети» значения напряжения, активной и реактивной мощностей нагрузки, входящих в j-й кластер, образуют систему случайных величин $(U'^{<j>}, P'^{<j>}, Q'^{<j>})$. Система $(U'^{<j>}, P'^{<j>}, Q'^{<j>})$ описывается математическим ожиданием $(U'^{\ <j>}_m, P'^{\ <j>}_m, Q'^{\ <j>}_m)$ и ковариационной матрицей $\mathbf{K}'^{<j>}$ (3.21):

$$\mathbf{K}'^{<j>} = \begin{pmatrix} D'^{<j>}_U & K'^{<j>}_{UP} & K'^{<j>}_{UQ_j} \\ K'^{<j>}_{UP} & D'^{<j>}_P & K'^{<j>}_{PQ_j} \\ K'^{<j>}_{UQ_j} & K'^{<j>}_{PQ_j} & D'^{<j>}_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma'^{<j>2}_U & r'^{<j>}_{UP}\sigma'^{\ <j>}_U\sigma'^{<j>}_P & r'^{<j>}_{UQ}\sigma'^{\ <j>}_U\sigma'^{<j>}_Q \\ r'^{<j>}_{UP}\sigma'^{\ <j>}_U\sigma'^{<j>}_P & \sigma'^{<j>2}_P & r'^{<j>}_{PQ}\sigma'^{\ <j>}_P\sigma'^{<j>}_Q \\ r'^{<j>}_{UQ}\sigma'^{\ <j>}_U\sigma'^{<j>}_Q & r'^{<j>}_{PQ}\sigma'^{\ <j>}_P\sigma'^{<j>}_Q & \sigma'^{<j>2}_Q \end{pmatrix}, \tag{3.21}$$

где σ'_{U_j}, D'_{U_j} – среднеквадратическое отклонение и дисперсия случайной величины U'_j в j-м кластере; σ'_{P_j}, D'_{P_j} – среднеквадратическое отклонение и дисперсия случайной величины P'_j в j-м кластере; σ'_{Q_j}, D'_{Q_j} – среднеквадратическое отклонение и дисперсия случайной величины Q'_j в j-м кластере; $r'^{<j>}_{UP}$ – коэффициент корреляции системы (U'_j, P'_j) j-го кластера с реакцией сети; $r'^{<j>}_{UQ}$ – коэффициент корреляции системы (U'_j, Q'_j) j-го кластера с реакцией сети; $r'^{<j>}_{PQ}$ – коэффициент корреляции системы (P'_j, Q'_j) j-го кластера с реакцией сети; K'_{UP_j} – корреляционный момент системы (U'_j, P'_j) j-го кластера с реакцией сети; K'_{UQ_j} – корреляционный момент системы (U'_j, Q'_j) j-го кластера с реакцией сети; K'_{PQ_j} – корреляционный момент системы (P'_j, Q'_j) j-го кластера с реакцией сети.

При этом $U'_{mj} = U_{mj}$, $P'_{mj} = P_{mj}$, $Q'_{mj} = Q_{mj}$ – математические ожидания не меняются, так как рассматривается одно состояние нагрузки, которому соответствуют данные, входящие в кластер j.

Для получения линейной модели СХН необходимо перейти к системе случайных величин (U_j, P_j, Q_j) без «реакции сети», что позволит идентифицировать линейную модель с помощью построения линии регрессии [2, 62].

Для исключения влияния «реакции сети» для каждого выделенного кластера следует применить алгебраические преобразования элементов ковариационной матрицы $\mathbf{K}'$. Полученные значения элементов ковариационной матрицы $\mathbf{K}$ будут отражать естественные зависимости активной и реактивной мощностей нагрузки от напряжения в узле нагрузки в случае, как если бы «реакция сети» отсутствовала.

Корреляционные моменты K_{UP_j} и K_{UQ_j} системы случайных величин (U_j, P_j, Q_j) определяются по формулам (3.22) и (3.23):

$$K_{UP_j} = \left(K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}\right)\left(2 - \frac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right), \quad (3.22)$$

$$K_{UQ_j} = \left(K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}\right)\left(2 - \frac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right). \quad (3.23)$$

Дисперсия D_{U_j} случайной величины U_j с учётом корреляционной зависимости между U_j и P_j, U_j и Q_j, а также P_j и Q_j вычисляется согласно (3.24) [62, 70]:

$$D_{U_j} = D'_{U_j} - k_P\left(2K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}\right) - k_Q\left(2K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}\right). \quad (3.24)$$

Для углов наклона $\mathrm{tg}\alpha_{P_j} = A_{1_j}$ и $\mathrm{tg}\alpha_{Q_j} = B_{1_j}$ к оси абсцисс линий регрессии P на U и Q на U будут справедливы выражения (3.25) и (3.26):

$$\mathrm{tg}\alpha_{P_j} = A_{1_j} = r_{UP_j}\frac{\sigma_{P_j}}{\sigma_{U_j}} = \frac{K_{UP_j}}{D_{U_j}} = \frac{K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}, \quad (3.25)$$

$$\mathrm{tg}\alpha_{Q_j} = B_{1_j} = r_{UQ_j}\frac{\sigma_{Q_j}}{\sigma_{U_j}} = \frac{K_{UQ_j}}{D_{U_j}} = \frac{K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}. \quad (3.26)$$

Выражения (3.25)–(3.26) позволяют определить коэффициенты линейной регрессии A_{1_j} и B_{1_j} для j-го кластера с исключением влияния «реакции сети», вносящем погрешность. Однако для анализа искажения кластера, вызванного «реакцией сети», необходимо определить скорректированные величины дисперсий активной D_{P_j} и реактивной D_{Q_j} мощностей, а также корреляционного момента между активной и реактивной мощностями K_{PQ_j}.

Дисперсии D_{P_j} и D_{Q_j} случайных величин P_j и Q_j могут быть вычислены с помощью преобразования второго и третьего выражений (3.20) согласно (3.27) и (3.28) [62, 70]:

$$D_{P_j} = D'_{P_j}(1 - k_P A_{1_j})^2 - 2\left(1 - k_P A_{1_j}\right)k_Q A_{1_j} K'_{PQ} + k_Q^2 A_{1_j}^2 D'_{Q_j}, \quad (3.27)$$

$$D_{Q_j} = D'_{Q_j}(1 - k_Q B_{1_j})^2 - 2\left(1 - k_Q B_{1_j}\right)k_P B_{1_j} K'_{PQ} + k_P^2 B_{1_j}^2 D'_{P_j}. \quad (3.28)$$

Аналогичным образом выводится выражение (3.29) для корреляционного момента K_{PQ_j}:

$$K_{PQ_j} = K'_{PQ_j} - A_{1_j}\left(1 - k_Q B_{1_j}\right)\left(k_P K'_{PQ} + k_Q D'_{Q_j}\right) - B_{1_j}\left(1 - k_P A_{1_j}\right)\left(k_Q K'_{PQ} + k_P D'_{P_j}\right). \quad (3.29)$$

Таким образом, система случайных величин (U_j, P_j, Q_j) j-го кластера описывается математическим ожиданием (U_{mj},P_{mj},Q_{mj}) и ковариационной матрицей $\mathbf{K}_j$ (3.30):

$$\mathbf{K}_j = \begin{pmatrix} \begin{array}{c} D'_{U_j} - k_P\left(2K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}\right) - \\ -k_Q\left(2K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}\right) \end{array} & \begin{array}{c} \left(K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}\right)\cdot \\ \cdot\left(2 - \dfrac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right) \end{array} & \begin{array}{c} \left(K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}\right)\cdot \\ \cdot\left(2 - \dfrac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right) \end{array} \\ \begin{array}{c} \left(K'_{UP_j} - k_P D'_{P_j} - k_Q K'_{PQ_j}\right)\cdot \\ \cdot\left(2 - \dfrac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right) \end{array} & \begin{array}{c} D'_{P_j}(1 - k_P A_{1_j})^2 - \\ -2\left(1 - k_P A_{1_j}\right)k_Q A_{1_j} K'_{PQ} + \\ +k_Q^2 A_{1_j}^2 D'_{Q_j} \end{array} & \begin{array}{c} K'_{PQ_j} - A_{1_j}\left(1 - k_Q B_{1_j}\right)\left(k_P K'_{PQ} + k_Q D'_{Q_j}\right) - \\ -B_{1_j}\left(1 - k_P A_{1_j}\right)\left(k_Q K'_{PQ} + k_P D'_{P_j}\right) \end{array} \\ \begin{array}{c} \left(K'_{UQ_j} - k_Q D'_{Q_j} - k_P K'_{PQ_j}\right)\cdot \\ \cdot\left(2 - \dfrac{D'_{U_j} - k_P^2 D'_{P_j} - 2k_P k_Q K'_{PQ_j} - k_Q^2 D'_{Q_j}}{D'_{U_j} - k_P K'_{UP_j} - k_Q K'_{UQ_j}}\right) \end{array} & \begin{array}{c} K'_{PQ_j} - A_{1_j}\left(1 - k_Q B_{1_j}\right)\left(k_P K'_{PQ} + k_Q D'_{Q_j}\right) - \\ -B_{1_j}\left(1 - k_P A_{1_j}\right)\left(k_Q K'_{PQ} + k_P D'_{P_j}\right) \end{array} & \begin{array}{c} D'_{Q_j}(1 - k_Q B_{1_j})^2 - \\ -2\left(1 - k_Q B_{1_j}\right)k_P B_{1_j} K'_{PQ} + \\ +k_P^2 B_{1_j}^2 D'_{P_j} \end{array} \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Средние значения A_{0_j} и B_{0_j} составляющих линий регрессии j-го кластера, соответствующие частям активной и реактивной мощностей нагрузки, не зависящих от напряжения, определяются по (3.31) и (3.32) [62]:

$$A_{0_j} = P_{mj} - A_{1_j} U_{mj}, \quad (3.31)$$

$$B_{0_j} = Q_{mj} - B_{1_j} U_{mj}. \quad (3.32)$$

Для перевода коэффициентов $A_{0_j}, A_{1_j}, B_{0_j}, B_{1_j}$ линейной модели СХН для j-го кластера в относительные единицы необходимо выполнить преобразования (3.33):

$$a_{0j} = \frac{A_{0j}}{P_{\text{БАЗ}j}},\ a_{1j} = \frac{A_{1j} \cdot U_{\text{БАЗ}j}}{P_{\text{БАЗ}j}}, b_{0j} = \frac{B_{0j}}{Q_{\text{БАЗ}j}},\ b_{1j} = \frac{B_{1j} \cdot U_{\text{БАЗ}j}}{Q_{\text{БАЗ}j}}, \quad (3.33)$$

где $U_{\text{БАЗ}j}$ – базисное напряжение;

$P_{\text{БАЗ}j}, Q_{\text{БАЗ}j}$ – базисные активная и реактивная мощности узла нагрузки при базисном напряжении $U_{\text{БАЗ}j}$.

Коэффициенты итоговой линейной модели СХН в относительных единицах для j-го кластера вычисляются по формулам (3.34) [35, 41]:

$$a_{0\text{ср}} = \frac{\sum_j a_{0j} w_j}{\sum_j w_j},\ a_{1\text{ср}} = \frac{\sum_j a_{1j} w_j}{\sum_j w_j}, b_{0\text{ср}} = \frac{\sum_j b_{0j} w_j}{\sum_j w_j},\ b_{1\text{ср}} = \frac{\sum_j b_{1j} w_j}{\sum_j w_j}, \tag{3.34}$$

где w_j – вес j-го кластера.

В случае сильного влияния «реакции сети» коэффициенты корреляции активной $r'^{<j>}_{UP}$ и реактивной $r'^{<j>}_{UQ}$ мощностей по напряжению выделенных кластеров, могут быть снижены, и значительная часть измерений не сможет использоваться для расчёта СХН. В данном случае для каждого выделенного кластера следует применить преобразование, позволяющее скорректировать коэффициент корреляции. Полученная величина коэффициента корреляции будет отражать естественную зависимость мощности от напряжения в узле нагрузки в случае, как если бы «реакция сети» отсутствовала.

Преобразование выполняется путём вычисления $r^{<j>}_{UP}$ и $r^{<j>}_{UQ}$ по формулам (3.35) и (3.36) с использованием преобразованных по формулам (3.22) и (3.23) величин корреляционных моментов K_{UP_j} и K_{UQ_j} и дисперсий $D_{U_j}, D_{P_j}, D_{Q_j}$, вычисленных по формулам (3.24), (3.27) и (3.28) соответственно:

$$r_{UP_j} = \frac{K_{UP_j}}{\sqrt{D_{U_j} D_{P_j}}}; \tag{3.35}$$

$$r_{UQ_j} = \frac{K_{UQ_j}}{\sqrt{D_{U_j} D_{Q_j}}}. \tag{3.36}$$

Процесс отбора значимых кластеров описан в главе 2, п. 2.3.

Таким образом, алгоритм идентификации моделей СХН при помощи *EM*-алгоритма кластеризации с учётом «реакции сети», по измерениям параметров режима (*U*, *P*, *Q*) в узле нагрузки следующий:

1. Определить число кластеров с помощью модифицированного алгоритма Сьюгер-Джеймса (глава 2);

2. Выделить кластеры, соответствующие основным состояниям нагрузки, с помощью *EM*-алгоритма. В результате применения *EM*-алгоритма для каждого из

кластеров будут получены: центры рассеивания (U_{mj}, P_{mj}, Q_{mj}); точечные оценки ковариационных матриц $\mathbf{K}_j$ размерности 3x3; вероятностные веса w_j;

3. Вычислить значения коэффициентов k_P и k_Q «реакции сети» с использованием расчётной модели ЭЭС путём вычисления элементов обратной матрицы Якоби или путём расчёта электрических режимов с малыми приращениями мощностей нагрузки;

4. Преобразовать параметры распределения выделенных кластеров для учёта реакции сети по формулам (3.22) – (3.30);

5. Выполнить отбор значимых кластеров по формулам (2.9);

6. Вычислить итоговые коэффициенты линейной модели СХН по напряжению с использованием формул (3.31) – (3.34).

В результате будут получены состояния нагрузки, определенные по п. 2 алгоритма, соответствующие им значения мощности и коэффициенты линейных СХН по напряжению.

3.5 Выводы по главе 3

1. Степень влияния «реакции сети» на параметры электрического режима в узле нагрузки зависит от сетевых и режимных параметров. Характеристикой влияния «реакции сети» являются коэффициенты по активной k_P и реактивной k_Q мощностям.

2. Отсутствие влияния «реакции сети» соответствует тому, что при изменении мощности нагрузки в узле, напряжение в этом узле не изменяется.

3. С ростом величины сопротивления связей, по которым выполняется электроснабжение узла нагрузки, абсолютная величина коэффициентов «реакции сети» увеличивается.

4. Увеличение проводимости связей, по которым осуществляется электроснабжение узла нагрузки, приводит к уменьшению абсолютной величины «реакции сети».

5. Уменьшение влияния «реакции сети» достигается за счёт уменьшения абсолютной величины коэффициентов k_P и k_Q. Достижение такого эффекта возможно при: компенсации реактивного сопротивления связей, по которым выполняется электроснабжение узла нагрузки; включении шунтирующих реакторов и отключении конденсаторных батарей в узле нагрузки; увеличении модуля напряжения в узле нагрузки; уменьшении модуля напряжения в питающем узле.

6. Влияние «реакции сети» приводит к искажению эллипсов рассеивания, получаемых при кластеризации *EM*-алгоритмом измерений параметров режима в узле нагрузки. Учёт «реакции сети» выполняется путём алгебраических преобразований параметров распределения выделенных кластеров.

7. Сформирована математическая модель учёта влияния «реакции сети» на параметры режима в узле нагрузки. Из математической модели следует, что величина активной мощности влияет на искажение величины реактивной мощности в узле нагрузки, и наоборот. При этом искажение напряжения в узле нагрузки происходит за счёт изменения и активной, и реактивной мощностей.

8. Представлен алгоритм учёта влияния «реакции сети» при определении коэффициентов линейной модели СХН с использованием модифицированного алгоритма Сьюгер-Джеймса, *EM*-алгоритма, преобразования параметров распределения выделенных кластеров, отбора значимых кластеров и вычисления итоговых линейных коэффициентов СХН по напряжению в относительных единицах.

ГЛАВА 4 ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ РАСЧЁТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАГРУЗКИ

4.1 О необходимости применения полиномиальных моделей

Линейная модель СХН обеспечивает достаточно точное моделирование электрической нагрузки на узком, – порядка 5% от $U_{ном}$ интервале изменения напряжения. Она не позволяет учесть изменение знака регулирующего эффекта нагрузки при снижении напряжения [2, 21, 81]. Одним из способов учёта изменения знака регулирующего эффекта является задание кусочно-линейной СХН, когда для различных диапазонов напряжения задают различные коэффициенты (рисунок 4.1). Однако в этом случае возникает необходимость использования измерений для всех интересующих диапазонов изменения напряжения, что в условиях проведения пассивного эксперимента не представляется возможным [18, 61, 81].

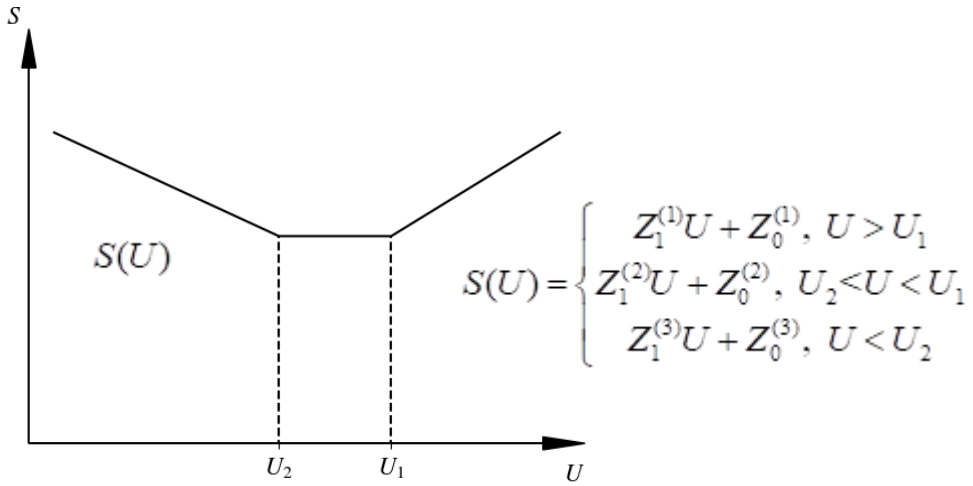


Рисунок 4.1 – Кусочно-линейная СХН по напряжению

Поэтому при рассмотрении электрических режимов, когда напряжение в узлах нагрузки значительно отклоняется от $U_{ном}$, необходимо использовать полиномиальную модель СХН, которая обеспечит корректное моделирование и получение более точных результатов, например, при определении величин максимально допустимых перетоков активной мощности в КС сечениях.

Модель представляется полиномом второй степени в функции от напряжения, что позволяет отразить зависимость мощности нагрузки от трёх составляющих – постоянного сопротивления, постоянного тока и постоянной мощности [5, 18, 24, 41], а также появляется возможность учета изменения знака регулирующего эффекта нагрузки при некотором значении напряжения $U_{кр}$, так как у полинома второй степени всегда имеется экстремум, который соответствует точке изменения знака регулирующего эффекта нагрузки. Кроме того, полиномы второй степени используются для задания СХН в ПК для расчёта электрических режимов [67, 129].

Не всегда получение полиномиальных моделей СХН может дать значительное повышение точности при моделировании нагрузки. Например, при наличии в узле нагрузки устройства регулирования, обеспечивающего постоянное значение действующего тока [2, 21, 130], достаточно использовать линейную модель СХН.

Общим критерием возможности использования вместо полиномиальной модели СХН линейной может выступать коэффициент детерминации R^2, определяемый по выражению (4.1):

$$R^2 = 1 - \frac{D}{D_{S\ изм}}, \tag{4.1}$$

где $D_{S\ изм}$ – дисперсия измерений мощности; D – условная дисперсия мощности, вычисляемая по формуле (4.2):

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} (S_i - \hat{S}_i)^2}{n}, \tag{4.2}$$

где n – число измерений; S_i – измеренные значения активной P_i или реактивной Q_i мощности нагрузки; $\hat{S}_i$ – расчётные значения P_i или Q_i, полученные путём подстановки в выражение линейной или полиномиальной модели СХН измерений напряжения в узле нагрузки U_i.

Если значение R^2 для линейной модели окажется больше, чем для полиномиальной, то линейная модель более точно описывает поведение нагрузки, поэтому для моделирования узла нагрузки достаточно будет использовать её.

Применение в качестве критерия коэффициента R^2 допустимо только в том случае, когда влияние «реакции сети» на измерения мощности и напряжения в узле нагрузки минимально, то есть, когда линейная СХН незначительно отклоняется от линии регрессии, что говорит о малом значении дисперсии от измерений. В случае сильного влияния «реакции сети» при выборе наиболее подходящей модели нагрузки может потребоваться экспертная оценка значений коэффициентов линейной и полиномиальной моделей. Например, если значение коэффициента z_2 полиномиальной модели (глава 1) в относительных единицах при второй степени напряжения меньше абсолютной величины коэффициентов z_1 и z_0, то в этом случае можно использовать линейную модель СХН.

Получение полиномиальной модели СХН по измерениям, полученным при проведении активного эксперимента, как правило, не вызывает затруднений, при условии широкого диапазона изменения напряжения в узле нагрузки. Для этого достаточно выполнить полиномиальную регрессию массивов измерений [51-55]. В этом случае исследуются состояния нагрузки, характеризующиеся одинаковым составом подключенных к узлу нагрузки потребителей и различающиеся только значениями мощности нагрузки при различных значениях напряжениях в узле нагрузки. По этой причине колебания мощности нагрузки минимальны или отсутствуют, а значит и влияние «реакции сети» сводится к минимуму.

В случае обработки измерений пассивного эксперимента, определение коэффициентов полиномиальной модели СХН с помощью регрессии приведёт к значительной погрешности. Погрешность связана с двумя факторами:

1. Малый диапазон изменения напряжения в узле нагрузки при проведении пассивного эксперимента приводит к тому, что выражение (4.3), составленное по методу наименьших квадратов в матричной форме, для вычисления коэффициентов полиномиальной модели СХН обладает плохой обусловленностью [18, 41, 82]:

$$\mathbf{Z} = \left(\mathbf{U}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{U}\right)^{-1} \cdot \mathbf{U}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{S}, \tag{4.3}$$

где **Z** – вектор-столбец искомых коэффициентов полиномиальной модели СХН; **U** – вектор-столбец измерений напряжения в узле нагрузки; **S** – вектор-столбец измерений активной или реактивной мощности нагрузки.

В главе 1 отмечено, что плохая обусловленность системы уравнений для вычисления коэффициентов СХН по напряжению увеличивает их чувствительность к малым изменениям напряжения, а значит, значения коэффициентов будут завышенными [18, 41].

Можно выделить такие состояния нагрузки, в которых изменение напряжения значительно шире изменения мощности (глава 2, параграф 2.1), но такой подход приведет к необходимости экспертной оценки результатов кластеризации измерений, что затруднит автоматизацию определения коэффициентов СХН.

2. Влияние «реакции сети» при проведении пассивного эксперимента приводит к тому, что линия регрессии перестаёт соответствовать СХН в пассивном эксперименте, что требует более сложной статистической обработки измерений. Устранение этого негативного влияния связано с несколькими трудностями: учёт «реакции сети» возможен только в предположении линейности изменения напряжения и мощности, что справедливо при малом изменении напряжения, наблюдаемом в пассивном эксперименте [2, 61, 62]; при учёте реакции сети выполняется линейное преобразование параметров распределения, из которых вычисляются коэффициенты линейной модели СХН. Применение аналогичного преобразования для коэффициентов полиномиальной модели требует вычисления

коэффициентов «реакции сети» в каждой точке полинома, что невозможно до определения модели.

4.2 Постановка задачи оптимизации

Приведенные в п. 4.1 факторы 1 и 2, можно устранить с помощью оптимизационного метода множителей Лагранжа с ограничениями типа равенств [91, 92]. В качестве целевой функции используется дисперсия (4.4) искомой полиномиальной СХН от экспериментальных точек, значение которой необходимо минимизировать:

$$\sigma(Z_2, Z_1, Z_0) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(S_i - \left(Z_2 U_i^{\,2} + Z_1 U_i + Z_0\right)\right)^2}{n} \to \min, \qquad (4.4)$$

где n – число измерений напряжения U_i, активной P_i и реактивной Q_i мощностей.

При вычислении дисперсии используются соответствующие друг другу измерения напряжения и мощности (одинаковые индексы i), поэтому перед выполнением оптимизации необходимо убедиться в том, что число измерений напряжения совпадает с числом измерений мощности. При несовпадении необходимо произвести процедуру приведения измерений к общей оси времени (глава 1).

В целевую функцию (4.4) можно добавить слагаемые, связанные с дисперсией от значений активной или реактивной мощностей, которые отражают критичные для исследуемого узла нагрузки точки [105, 107, 110, 131]. Это позволяет минимизировать отклонение искомой полиномиальной СХН от указанных точек, и способствует точному моделированию электрической нагрузки.

В качестве ограничений на оптимизацию используются ограничения типа равенств. Первое ограничение (4.5) – равенство производной полиномиальной СХН в точке, соответствующей математическому ожиданию U_m, значению

регулирующего эффекта нагрузки k_S в именованных единицах, полученного при применении алгоритма, описанного в главе 3:

$$g_1(Z_2, Z_1, Z_0) = \left(Z_2U^2 + Z_1U + Z_0\right)'\Big|_{U=U_m} = 2Z_2U_m + Z_1 = k_S\,. \qquad (4.5)$$

Второе ограничение (4.6) – равенство нулю производной полиномиальной СХН по напряжению в точке с напряжением $U_{кр}$, при котором выполняется изменение знака регулирующего эффекта нагрузки по напряжению (рисунок 4.2):

$$g_2(Z_2, Z_1, Z_0) = \left(Z_2U^2 + Z_1U + Z_0\right)'\Big|_{U=U_{кр}} = 2Z_2U_{кр} + Z_1 = 0\,. \qquad (4.6)$$

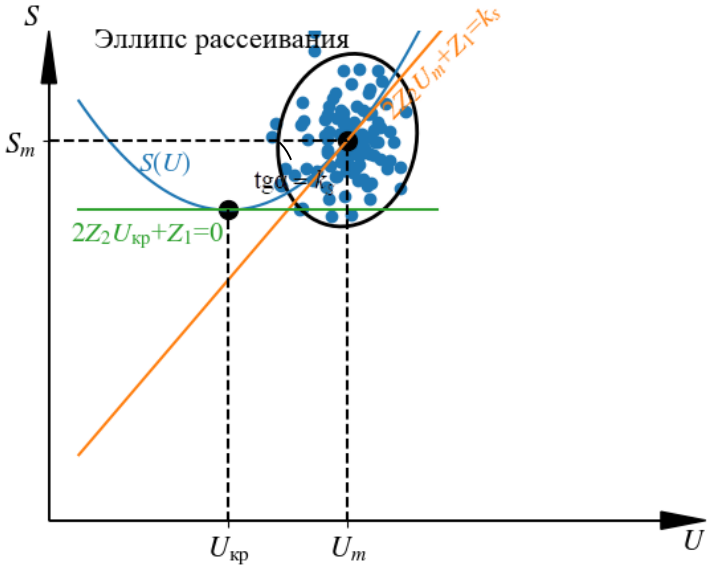


Рисунок 4.2 – Иллюстрация ограничений на полиномиальную СХН

Ограничения можно применять и по отношению к кластерам, выделенным алгоритмом, описанным в главе 3. Тогда вместо точки математического ожидания следует использовать центр эллипса рассеивания, но учесть, что для обработки измерений подойдут только наиболее значимые кластеры, так как в них сведено к минимуму влияние погрешностей, и они отражают поведение нагрузки большую часть времени.

Анализируя график на рисунке 4.2, можно заметить, что в узком диапазоне изменения напряжения относительно точки математического ожидания, линейная и полиномиальная СХН по напряжению практически совпадают. Для того чтобы обеспечить минимальное отклонение искомой полиномиальной СХН от известной

линейной в целевую функцию (4.4) добавляют слагаемое, соответствующее дисперсии полиномиальной модели от линейной. Тогда выражение для целевой функции примет вид (4.7):

$$\sigma(Z_2, Z_1, Z_0) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(S_i - \left(Z_2 U_i^{\,2} + Z_1 U_i + Z_0\right)\right)^2}{n} + \\ + \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(Z_1^{(\text{лин})} U_i + Z_0^{(\text{лин})}\right) - \left(Z_2 U_i^{\,2} + Z_1 U_i + Z_0\right)\right)^2}{n} \to \min. \tag{4.7}$$

Применение выражения (4.7) в качестве целевой функции оправдано в тех ситуациях, когда влияние «реакции сети» сильное, а линейная СХН значительно отклоняется от измерений эксперимента. Если при этом в качестве целевой функции применять выражение (4.4), то в результате могут получиться завышенные по абсолютной величине значения коэффициентов СХН, что приведет к некорректному моделированию поведения нагрузки при расчётах электрических режимов со значительными отклонениями напряжения в узлах нагрузки от номинального значения.

4.3 Оптимизационный расчёт

4.3.1 Преобразование ограничений и целевой функции

Анализируя ограничения $g_1(Z_2, Z_1, Z_0)$ и $g_2(Z_2, Z_1, Z_0)$ в (4.5) и (4.6), и, рассматривая их как систему уравнений, можно установить, что коэффициенты Z_2 и Z_1 полиномиальной модели СХН вычисляются напрямую при решении (4.6) относительно Z_1, и подстановке полученного выражения в (4.5). Таким образом, для коэффициентов Z_1 и Z_2 получают выражения (4.8):

$$Z_1 = \frac{-U_{\text{кр}} \cdot k_S}{\left(U_m - U_{\text{кр}}\right)};\ Z_2 = \frac{k_S}{2 \cdot \left(U_m - U_{\text{кр}}\right)}. \qquad (4.8)$$

При определении коэффициентов линейной модели СХН согласно алгоритму, описанному в главе 3, значение регулирующего эффекта нагрузки k_S будет получено в относительных единицах $k_S^{(\text{отн.})}$. Связь между регулирующим эффектом нагрузки в относительных и именованных единицах имеет вид (4.9):

$$k_S = k_S^{(\text{им.})} = \frac{k_S^{(\text{отн.})} \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{U_{\text{БАЗ}}}, \qquad (4.9)$$

где $S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}$ – базисное значение активной или реактивной мощности линейной СХН по напряжению, $U_{\text{БАЗ}} = U_{\text{ном}}$ – базисное напряжение.

Значение напряжения $U_{\text{кр}}$, при котором происходит изменение знака регулирующего эффекта нагрузки, удобно представлять в виде доли $u_{\text{кр}}$ от номинального напряжения $U_{\text{ном}}$ узла нагрузки $U_{\text{кр}}=u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}$. Тогда выражения (4.8) для коэффициентов Z_1 и Z_2 примут вид (4.10):

$$Z_1 = \frac{-u_{\text{кр}} \cdot k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{\left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)};\ Z_2 = \frac{k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{2 \cdot U_{\text{ном}} \cdot \left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)}. \qquad (4.10)$$

Из (4.7) следует, что коэффициенты Z_1 и Z_2 зависят от значения $u_{\text{кр}}$, которое неизвестно заранее для подавляющего большинства нагрузок [26, 31, 32, 67]. Определив $u_{\text{кр}}$, можно вычислить коэффициенты Z_1 и Z_2 полиномиальной модели СХН и объединить ограничения $g_1(Z_2, Z_1, Z_0)$ и $g_2(Z_2, Z_1, Z_0)$ в ограничение $g(u_{\text{кр}}, Z_0)$ (4.11):

$$g(u_{\text{кр}}, Z_0) = \frac{k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})} \cdot U_m^2}{2 \cdot U_{\text{ном}} \cdot \left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} + \frac{-u_{\text{кр}} \cdot k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})} \cdot U_m}{\left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} + Z_0 = S_m. \qquad (4.11)$$

Равенство (4.11) отражает соответствие мощности нагрузки, рассчитанной по искомой полиномиальной модели СХН при математическом ожидании напряжения U_m, значению математического ожидания мощности нагрузки S_m, то есть ограничение $g(u_{\text{кр}}, Z_0)$ обеспечивает прохождение полиномиальной СХН

через точку математического ожидания измерений. При этом будут соблюдаться ограничения (4.5) и (4.6).

В случае задания линейно независимых ограничений на искомые переменные в оптимизационном расчёте нет необходимости, так как из линейно независимых ограничений можно однозначно определить значения искомых переменных [91, 92, 107, 108, 110].

Итоговое выражение для целевой функции примет вид (4.12):

$$\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0) = \\ = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(S_i - \left(\frac{k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{2 \cdot U_{\text{ном}} \cdot \left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i^{\,2} + \frac{-u_{\text{кр}} \cdot k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{\left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i + Z_0\right)\right)^2}{n} \to \\ \to \min, \tag{4.12}$$

а при учёте в целевой функции дисперсии от линейной СХН целевая функция примет вид (4.13):

$$\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0) = \\ = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(S_i - \left(\frac{k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{2 \cdot U_{\text{ном}} \cdot \left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i^{\,2} + \frac{-u_{\text{кр}} \cdot k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{\left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i + Z_0\right)\right)^2}{n} + \\ + \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{c}\left(Z_1^{(\text{лин})} U_i + Z_0^{(\text{лин})}\right) - \\ -\left(\frac{k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{2 \cdot U_{\text{ном}} \cdot \left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i^{\,2} + \frac{-u_{\text{кр}} \cdot k_S \cdot S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}}{\left(U_m - u_{\text{кр}} \cdot U_{\text{ном}}\right)} U_i + Z_0\right)\end{array}\right)^2}{n} \to \\ \to \min. \tag{4.13}$$

Выражение (4.12) представляет собой немонотонную функцию, причём на луче $\left(-\infty; u_{\text{кр}}\right]$ эта функция убывает, достигая минимума при некотором значении $u_{\text{кр}}$, на интервале $\left(u_{\text{кр}}; \frac{U_m}{U_{\text{ном}}}\right)$ функция возрастает, на открытом луче $\left(\frac{U_m}{U_{\text{ном}}}; +\infty\right)$ функция вновь убывает. Подобное поведение функции наблюдается при любых

значениях $Z_0 \in \mathbb{R}$. Точка $u_{\text{кр}} = \dfrac{U_m}{U_{\text{ном}}}$ является точкой разрыва второго рода, и при $u_{\text{кр}}$ значение целевой функции $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$ не определено (обращается в бесконечность).

График, иллюстрирующий функцию $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$, приведён на рисунке 4.3.

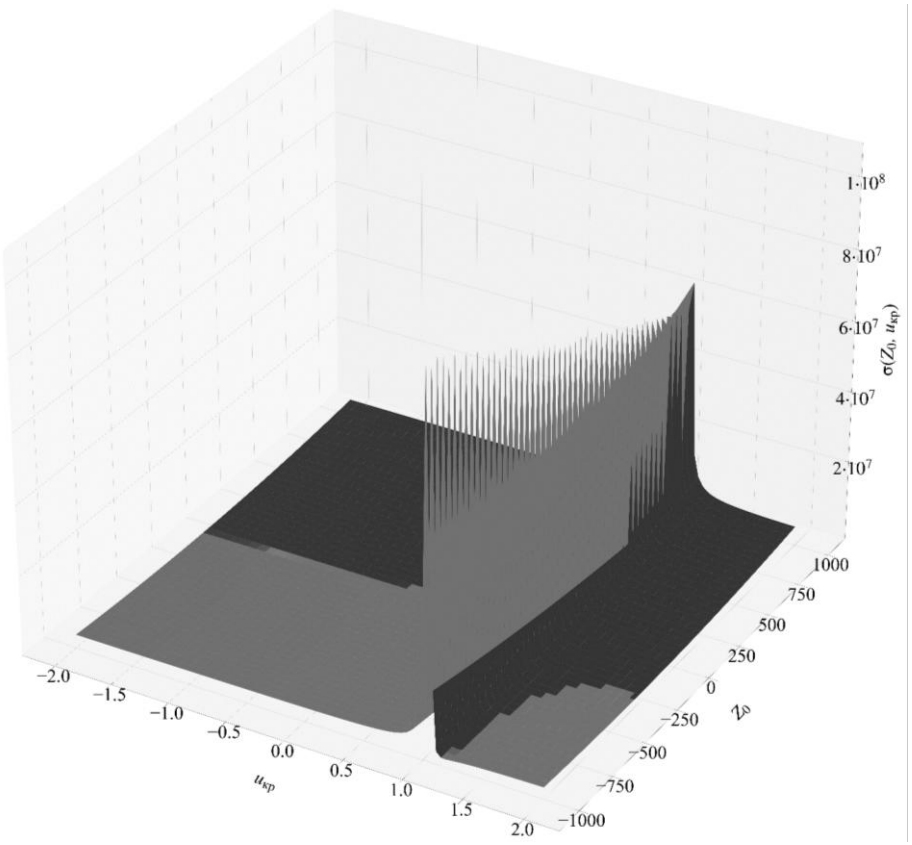


Рисунок 4.3 – График функции $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$

Таким образом, для заданной целевой функции существует минимальное значение при некоторых $u_{\text{кр}}$ и Z_0, что позволяет выполнить оптимизационный расчёт с целью поиска её минимума.

Выражения для целевой функции $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$ и ограничения $g(u_{\text{кр}}, Z_0)$ справедливы только при определении коэффициентов полиномиальной модели СХН. Однако принцип справедлив для любой непрерывной кривой СХН, дифференцируемой более одного раза, если в качестве целевой функции задаётся дисперсия кривой СХН по напряжению от экспериментальных измерений и/или от линейной СХН, а в качестве ограничения выступают уравнения соответствия активной или реактивной мощности нагрузки, рассчитанной по СХН при напряжении, равном математическому ожиданию экспериментальных измерений,

или абсциссе центра эллипса рассеивания отобранного кластера U_m, значению мощности в точке математического ожидания экспериментальных измерений или центра эллипса рассеивания кластера. Такими кривыми являются полином n-ой степени ($n \geq 2$), экспоненциальная функция, показательная функция и другие функции, многократно дифференцируемые [19, 24, 34]. При этом необходимо учитывать тип кривой, который применяется в ПК для расчёта электрических режимов при моделировании нагрузки.

4.3.2 Оптимизация методом множителей Лагранжа

Для выполнения оптимизационного расчёта $u_{кр}$ и Z_0 с учётом ограничения $g(u_{кр}, Z_0)$ необходимо воспользоваться методом оптимизации с ограничениями типа равенств. Наиболее подходящим для этой задачи является метод множителей Лагранжа [68, 91, 92]. Метод позволяет накладывать различные ограничения типа равенств или неравенств на значения искомых переменных, что позволяет учесть их в полиномиальной модели СХН.

Для реализации необходимо:

1. Составить функцию Лагранжа (4.14) L:

$$L(u_{кр}, Z_0, \lambda) = \sigma(u_{кр}, Z_0) + \lambda g(u_{кр}, Z_0), \qquad (4.14)$$

где λ – множитель Лагранжа.

2. Составить систему уравнений $f(u_{кр}, Z_0, \lambda)$ (4.15) из частных производных функции Лагранжа L по переменным $u_{кр}$, Z_0 и λ, приравненных нулю:

$$f(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda) = \begin{cases} \dfrac{\partial L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial u_{\text{кр}}} = 0, \\ \dfrac{\partial L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial Z_0} = 0, \\ \dfrac{\partial L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial \lambda} = 0. \end{cases} \tag{4.15}$$

Приравнивание частных производных функции Лагранжа нулю необходимо для определения таких значений $u_{\text{кр}}$, Z_0 и λ, при которых функция Лагранжа примет минимальное значение.

3. Применить итерационный метод Ньютона для решения системы уравнений (4.15). Итерационный метод Ньютона обладает квадратичной сходимостью и прост в реализации, что позволяет использовать его для задачи определения коэффициентов полиномиальной модели СХН [23, 67, 81]. Формула итерационного расчёта по методу Ньютона имеет вид (4.16):

$$\mathbf{X}_j = \mathbf{X}_{j-1} - \mathbf{W}^{-1}\left(\mathbf{X}_{j-1}\right) f(\mathbf{X}_{j-1}), \tag{4.16}$$

где $\mathbf{X}_j = \begin{pmatrix} u_{\text{кр}} \\ Z_0 \\ \lambda \end{pmatrix}$ – вектор-столбец независимых переменных; j – номер текущей итерации; $\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{j-1}\right)$ – матрица частных производных функции $f(\mathbf{X}_{j-1})$, заданной в матричном виде, или матрица Гессе (4.17) оптимизационной функции Лагранжа $L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)$:

$$\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{j-1}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial u_{\text{кр}}^2} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial u_{\text{кр}} \partial Z_0} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial u_{\text{кр}} \partial \lambda} \\ \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial Z_0 \partial u_{\text{кр}}} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial Z_0^2} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial Z_0 \partial \lambda} \\ \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial \lambda \partial u_{\text{кр}}} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial \lambda \partial Z_0} & \dfrac{\partial^2 L(u_{\text{кр}}, Z_0, \lambda)}{\partial \lambda^2} \end{pmatrix}. \tag{4.17}$$

В качестве начальных приближений следует выбирать такие значения переменных $u_{кр}$, Z_0 и λ, при которых функция Лагранжа L не обращается в бесконечность, и соблюдается ограничение $g(u_{кр}, Z_0)$. Этим условиям удовлетворяет вектор-столбец начальных приближений $\mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ S_{БАЗ}^{(лин)} \\ 1 \end{pmatrix}$.

Итерационный расчёт выполняется до тех пор, пока не будет выполнено соотношение (4.18):

$$\left\| \mathbf{X}_j - \mathbf{X}_{j-1} \right\| \le \varepsilon, \qquad (4.18)$$

где ε – максимально допустимая погрешность, либо число итераций j не превысит предварительно заданного максимального числа m итераций для исключения бесконечного расчёта. При этом значения $u_{кр}$, Z_0 и λ, полученные при превышении предельного числа m итераций, необходимо проверить на условие минимального значения целевой функции. Если полученное решение не обеспечивает минимум целевой функции, то начальные приближения необходимо скорректировать.

Множитель Лагранжа λ в дальнейших расчётах коэффициентов полиномиальной модели СХН не используется, он необходим только для реализации оптимизационного расчёта. Тем не менее, анализ полученного множителя Лагранжа может показать, насколько сильно влияет ограничение на расчёт переменных $u_{кр}$ и Z_0. Как правило, аномально большие значения множителя Лагранжа свидетельствуют о том, что искомые переменные определены в меньшей степени минимумом целевой функции и в большей степени – соблюдением заданных ограничений [91, 92].

Метод Ньютона чувствителен к начальному приближению. Для того чтобы гарантированно найти вектор-столбец значений переменных, обеспечивающий минимальное значение целевой функции, предлагается метод сетки [109]. Для его использования необходимо задать шаги и интервалы для изменения переменных. После выполнения первого оптимизационного расчёта производится корректировка одного из начальных приближений на заданный для него шаг, и

оптимизационный расчёт выполняется снова. После прохождения всего интервала для одной переменной выполняется изменение на шаг следующей переменной, и прохождение интервала для первой переменной выполняется вновь. Вложенность полученного цикла прохождения сетки определяется числом искомых переменных. В рассматриваемой задаче, цикл имеет двойную вложенность, так как вычисляется значение трёх переменных.

Вектор-столбец переменных считается определенным тогда, когда отклонение рассчитанных значений от начальных приближений минимально, то есть выполняется соотношение (4.19):

$$\left\| \mathbf{X}_{cde} - \mathbf{X}_0 \right\| \to \min, \qquad (4.19)$$

где c, d, e – номера шагов сетки по переменным $u_{\text{кр}}$, Z_0 и λ соответственно.

При использовании метода сетки необходимо убедиться, что на каждом шаге сетки в качестве начальных приближений не будут использованы значения, при которых целевая функция $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$ или ограничения $g(u_{\text{кр}}, Z_0)$ будут обращаться в бесконечность. Этого следует избегать, так как при расчёте обратной матрицы Гессе может произойти её вырождение, и итерационный метод Ньютона разойдётся.

Использование метода сетки предполагает многократный оптимизационный расчёт при различных начальных приближениях, поэтому необходимо ограничить величину шага и интервал изменения искомых переменных. Для множителя Лагранжа λ достаточно задать одно ненулевое значение, например, 1. Для коэффициента Z_0 интервал допустимых значений задают отрезком $[0;2\,S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}]$ с шагом h=0,1$\,S_{\text{БАЗ}}^{(\text{лин})}$. Для величины $u_{\text{кр}}$ интервал просмотра ограничивают отрезком [0;2], а шаг изменения задают 0,001.

Вместо совместного применения методов Ньютона и сетки есть возможность применить метод сетки напрямую, однако такой подход обладает существенными недостатками:

1. Для точного поиска экстремума функции необходимо задавать маленький шаг, что замедлит время расчёта;

2. Метод сетки не позволяет гарантировано найти глобальный минимум или точку с наименьшим значением локального минимума. Вероятность нахождения глобального минимума можно повысить путём уменьшения величины шага, что приведёт к замедлению расчётов.

4.3 Перевод коэффициентов полиномиальной модели в относительные единицы

После выполнения итерационного расчёта (4.16) найденное значение $u_{кр}$ используется для вычисления коэффициентов Z_1 и Z_2 по соотношениям (4.10). Однако для использования полиномиальной модели СХН по напряжению в ПК для расчёта электрических режимов необходимо перевести коэффициенты из именованных единиц в относительные (глава 2).

Коэффициенты z_2, z_1, z_0 полиномиальной модели СХН в относительных единицах находят по (4.20):

$$z_2 = Z_2 \frac{U_{БАЗ}^2}{S_{БАЗ}},\ z_1 = Z_1 \frac{U_{БАЗ}}{S_{БАЗ}},\ z_0 = \frac{Z_0}{S_{БАЗ}}, \qquad (4.20)$$

где $S_{БАЗ}$ – базисное значение активной или реактивной мощности, соответствующие активной или реактивной мощности нагрузки при $U=U_{БАЗ}$, и определяемые по формуле (4.21):

$$S_{БАЗ} = Z_2 U_{БАЗ}^2 + Z_1 U_{БАЗ} + Z_0. \qquad (4.21)$$

За счёт того, что $S_{БАЗ}$ вычисляется для каждого коэффициента Z_2, Z_1, Z_0 отдельно, коэффициенты z_2, z_1, z_0 всегда удовлетворяют соотношению (4.22):

$$z_2+z_1+z_0 = 1. \qquad (4.22)$$

По этой причине в оптимизационном расчёте необходимости в учёте данного ограничения нет.

В качестве искомых переменных можно сразу задать коэффициенты z_2, z_1, z_0 в относительных единицах, но пришлось бы выполнять поиск оптимального значения $S_{БАЗ}$. В этом случае матрица Гессе (4.17) будет обладать размерностью не менее 5x5, что увеличит время расчёта [23, 67].

При расчёте коэффициентов полиномиальной модели СХН для всех значимых кластеров, перевод в относительные единицы по (4.20) и (4.21) необходимо выполнять для каждого значимого i-го кластера. Затем итоговые значения коэффициентов вычисляют как средневзвешенные, согласно формулам (4.23):

$$z_2 = \frac{\sum_{i=l} z_{2i} \cdot w_i}{\sum_{i=l} w_i},\ z_1 = \frac{\sum_{i=l} z_{1i} \cdot w_i}{\sum_{i=l} w_i}, \tag{4.23}$$

где l – множество выбранных кластеров, w_i – вес i-го кластера.

Для соблюдения равенства (4.22) коэффициент z_0 вычисляется отдельно по (4.24):

$$z_0 = 1 - z_2 - z_1. \tag{4.24}$$

В результате расчётов, из линейной модели получают полиномиальную модель СХН, которая обеспечивает минимальное отклонение от экспериментальных измерений и учёт влияния «реакции сети».

Приведённая методика получения полиномиальной модели СХН не позволит получить кусочно-заданную СХН, как у типовых [2, 129], так как для этого необходимо использовать измерения, полученные при широком диапазоне изменения напряжения, которого нет в пассивном эксперименте. Тем не менее, если имеются измерения, полученные для различных интервалов напряжения в разное время, можно отдельно для каждого интервала определить вначале линейные модели СХН, которые учитывают «реакцию сети», затем выполнить оптимизационный расчёт для определения полиномиальной модели и объединить результаты так, чтобы кусочно-заданная кривая была непрерывна [129].

4.4 Выводы по главе 4

1. Полиномиальные модели СХН по напряжению допустимо заменять линейными моделями в случае слабого влияния «реакции сети» и при значении коэффициента детерминации большем, чем при использовании полиномиальной модели. В случае сильного влияния «реакции сети», приводящей к значительному отклонению линейной СХН от линии регрессии, необходимо проводить экспертную оценку значений коэффициентов линейной и полиномиальной моделей СХН.
2. Применение полиномиальной регрессии для получения полиномиальной модели СХН недопустимо, так как наблюдается плохая обусловленность системы уравнений (4.3), решаемой методом наименьших квадратов, и невозможно учесть влияние «реакции сети».
3. Учесть влияние «реакции сети», а также ограничения на коэффициенты полиномиальной модели СХН можно с помощью оптимизационного расчёта с ограничениями типа равенств или неравенств. В качестве метода оптимизации применим метод множителей Лагранжа.
4. В зависимости от исходных данных, целевая функция для нахождения коэффициентов полиномиальной модели СХН может корректироваться для обеспечения минимального отклонения полученной СХН от заранее известных рабочих точек исследуемой нагрузки или от линейной СХН при значительном влиянии «реакции сети».
5. Для корректного учёта ограничений на коэффициенты полиномиальной модели СХН необходимо обеспечить их зависимость только от искомых переменных. С этой целью выполнено преобразование линейно зависимых ограничений $g_1(Z_2, Z_1, Z_0)$ и $g_2(Z_2, Z_1, Z_0)$, учитывающих влияние «реакции сети» и смену знака регулирующего эффекта нагрузки при напряжении $U_{кр}=u_{кр}\cdot U_{ном}$, в

общее ограничение $g(u_{кр}, Z_0)$, учитывающее прохождение полиномиальной СХН через точку математического ожидания, а также ограничения $g_1(Z_2, Z_1, Z_0)$ и $g_2(Z_2, Z_1, Z_0)$. В результате переменными выступают не значения коэффициентов полиномиальной модели СХН Z_2, Z_1 и Z_0 в именованных единицах, а только Z_0 и значение $u_{кр}$, что сокращает размерность задачи оптимизации.

6. В целевой функции вместо уравнения полинома может быть использовано любое уравнение многократно дифференцируемой функции. Функция должна обладать минимумом на области определения и не иметь разрывов, что необходимо для моделирования смены знака регулирующего эффекта нагрузки при напряжении $u_{кр}$.

7. Оптимизационный расчёт для поиска коэффициентов полиномиальной модели СХН может быть выполнен как для всех измерений сразу, так и для каждого выделенного значимого кластера. Итоговые коэффициенты определяются как средневзвешенные значения коэффициентов полиномиальных моделей отобранных кластеров.

8. Применение оптимизационного расчёта с целью поиска минимального значения дисперсии рассчитываемых по полиномиальной модели СХН значений мощности от её измеренных значений допустимо, так как целевая функция имеет минимальное значение внутри области определения.

9. Итерационный метод Ньютона обладает высокой чувствительностью к начальному приближению. Для исключения влияния начального приближения на итоговые коэффициенты предложен метод сетки, который позволяет найти искомые значения переменных, обеспечивающих минимум целевой функции на основе анализа их отклонения от начального приближения. Для ограничения времени расчёта задаются интервалы и шаги изменения искомых переменных. В предложенном оптимизационном расчёте коэффициентов полиномиальной модели СХН, метод Ньютона и метод сетки применяются совместно для ускорения расчётов и поиска глобального минимума или наименьшего из локальных минимумов.

10. При использовании метода сетки необходимо следить за тем, чтобы в качестве начальных приближений не были использованы такие значения, при которых целевая функция $\sigma(u_{\text{кр}}, Z_0)$ или ограничение $g(u_{\text{кр}}, Z_0)$ будет обращаться в бесконечность, что может привести к вырождению матрицы Гессе.

ГЛАВА 5 АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

В разделе рассмотрено применение методики идентификации СХН по напряжению для нагрузочных узлов с преимущественно тяговой нагрузкой: ПС 110кВ Мариинск и Каштан тяговая; с промышленной нагрузкой: ПС 110 кВ Новая Еруда и ПС 220 кВ Опорная-9.

Исходными данными являются:

1. Массивы измерений напряжения U, активной мощности P и реактивной мощности Q, полученные при проведении пассивного эксперимента;
2. Расчётная модель ЭЭС, в которой смоделированы исследуемые узлы нагрузки и сетевые элементы, по которым выполняется электроснабжение узла нагрузки.

Дискретность по уровню и интервал регистрации измерений определены настройками фильтрации оперативно-информационного комплекса (ОИК) и системы телемеханики, установленной на объектах. Дело в том, что в ОИК часто применяют апертуру. Апертурой или зоной нечувствительности, называется величина, определяющая минимальное изменение значения параметра, которое следует фиксировать в архивах телеметрической информации. Апертура настраивается с целью снижения номинальных расходов системных и транспортных ресурсов на хранение и передачу незначительных изменений параметра. Для увеличения точности определения СХН на время проведения экспериментов апертуру в ОИК отключают.

Согласно [2] дискретность по уровню не превышала по напряжению 0,2–0,5%, по мощности 0,5–1%. Систематические погрешности измерительных приборов и класс точности измерительных трансформаторов тока и напряжения не

оказывают существенного влияния на точность СХН, определяемой в относительных единицах.

5.1 Предварительная обработка измерений

На рисунках 5.1–5.12 представлены графики зависимости режимных параметров в узлах нагрузок от времени. Массивы измерений получены с помощью выгрузки из ОИК.

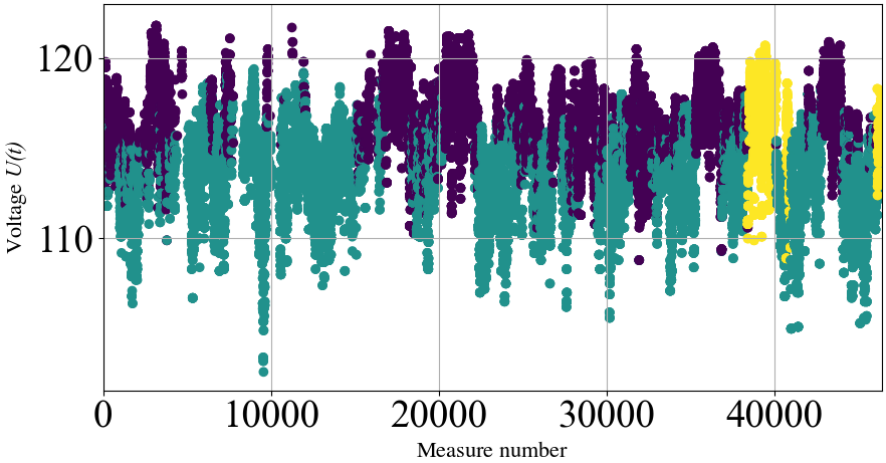


Рисунок 5.1 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

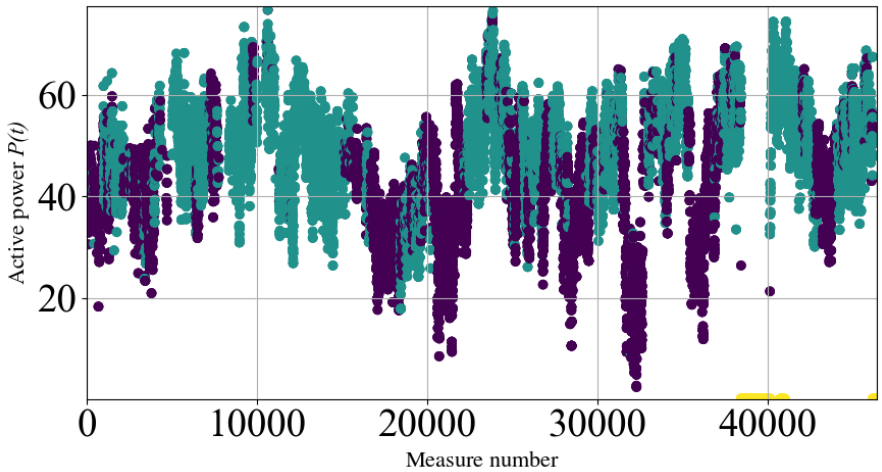


Рисунок 5.2 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

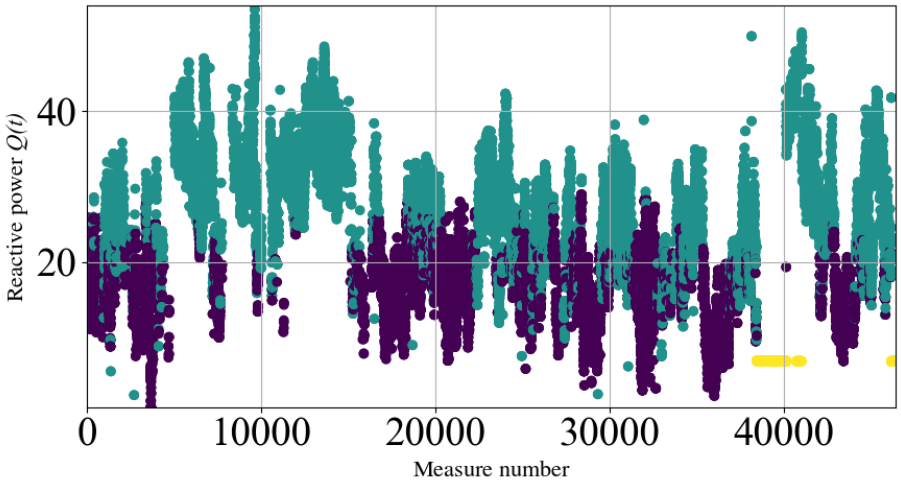


Рисунок 5.3 – График зависимости $Q(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

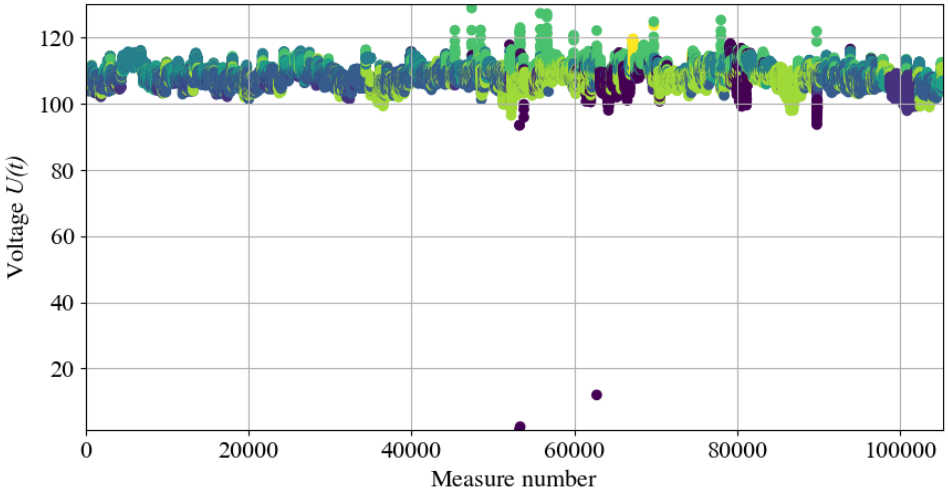


Рисунок 5.4 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

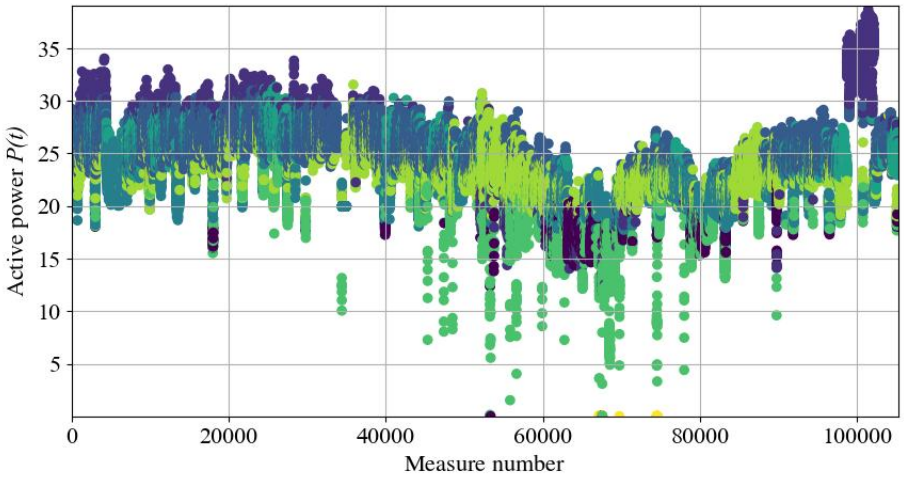


Рисунок 5.5 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

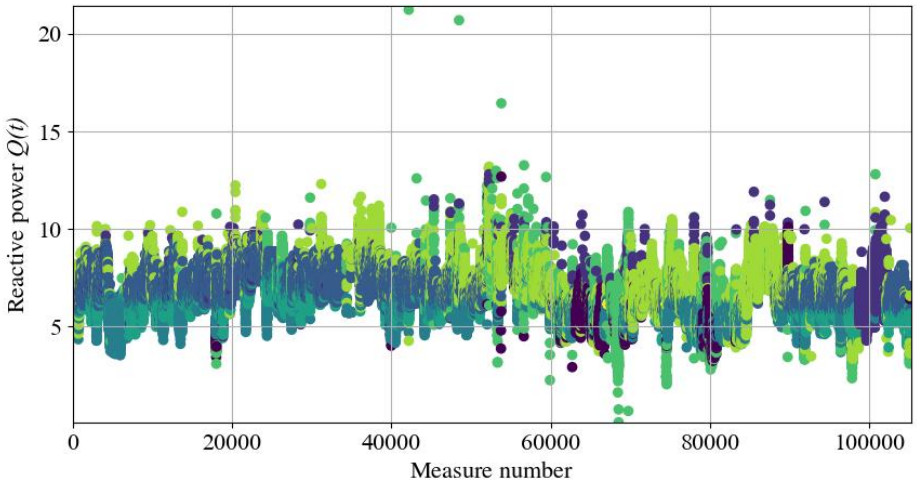


Рисунок 5.6 – График зависимости $Q(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

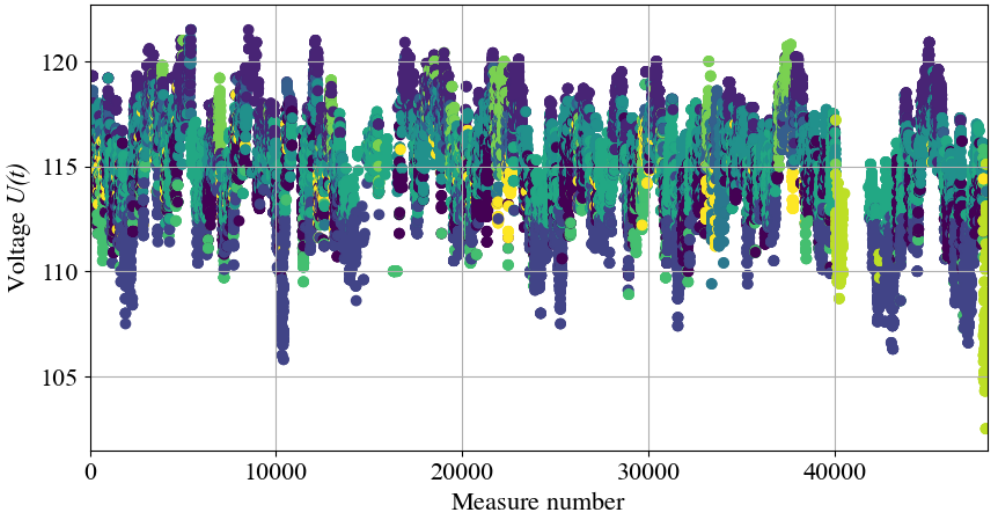


Рисунок 5.7 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

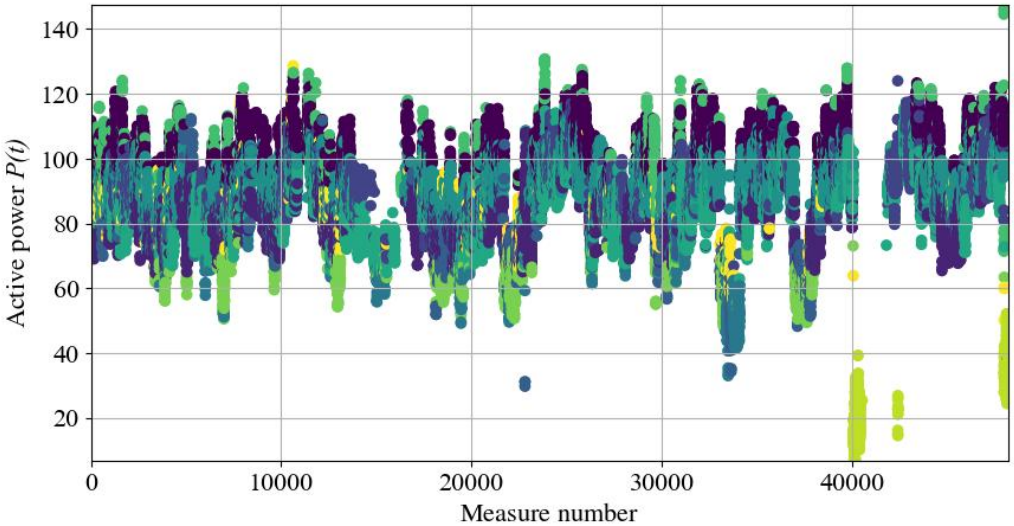


Рисунок 5.8 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

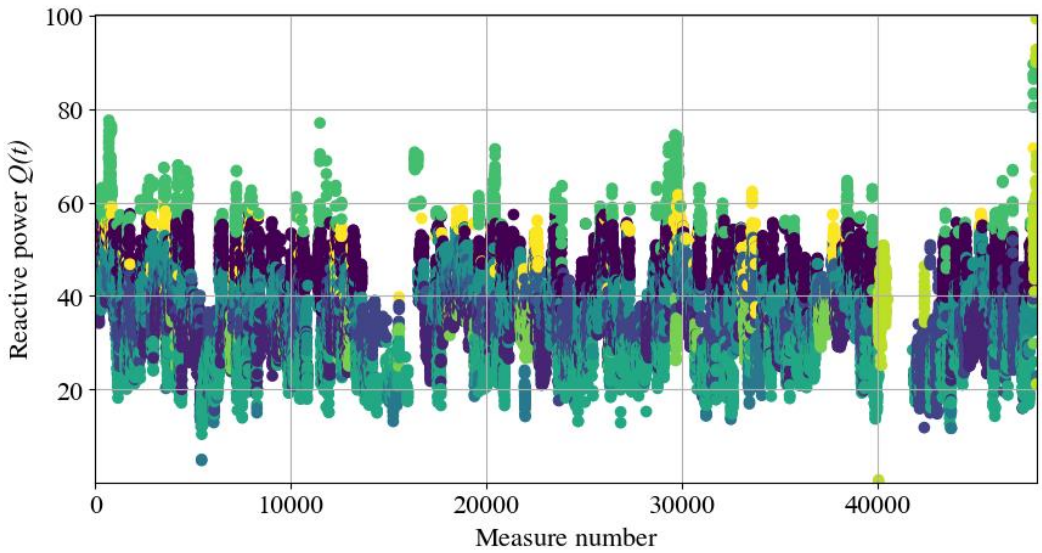


Рисунок 5.9 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

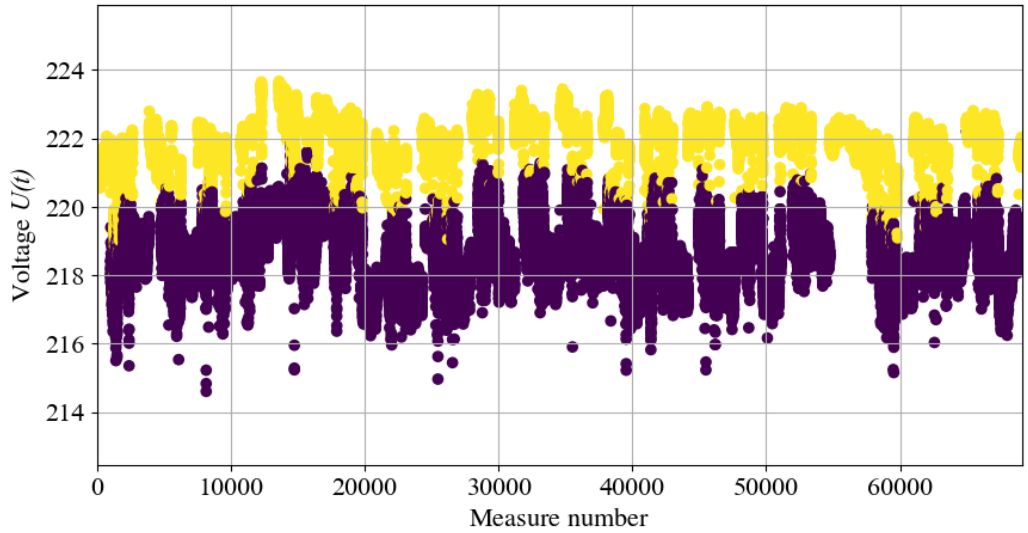


Рисунок 5.10 – График зависимости $U(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

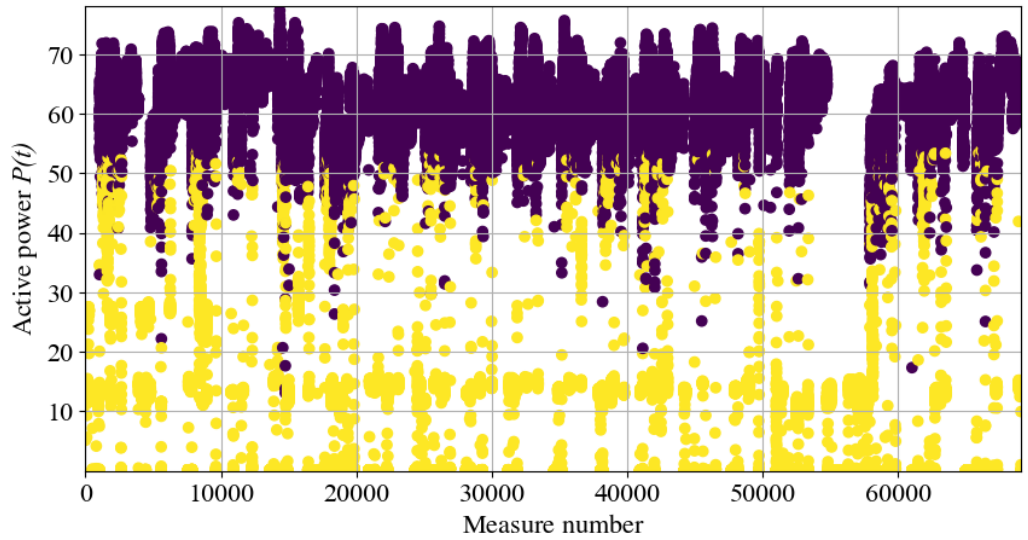


Рисунок 5.11 – График зависимости $P(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

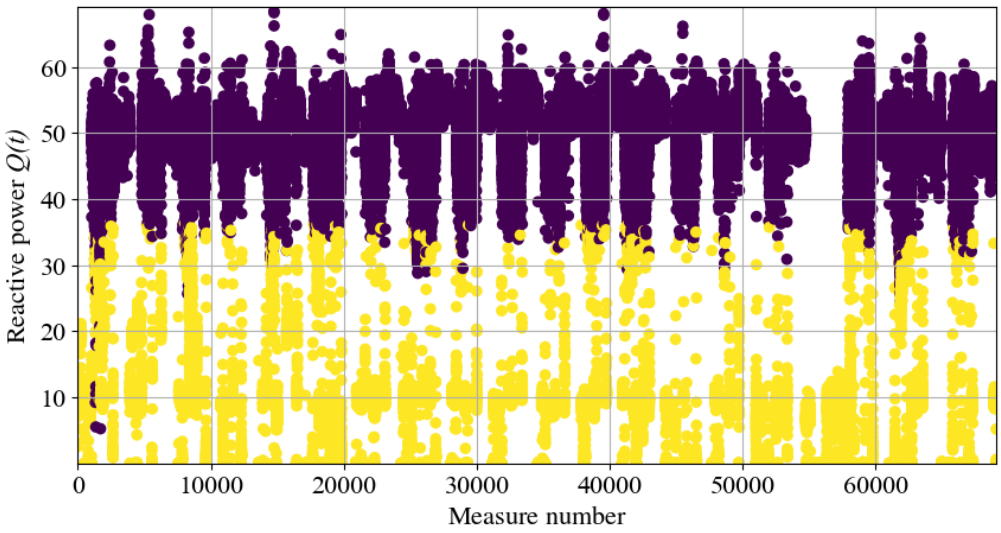


Рисунок 5.12 – График зависимости $Q(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

Перед применением методики идентификации полиномиальных моделей СХН необходимо выполнить ряд подготовительных мероприятий:

1. Исключить из массивов измерений те, которые соответствуют отключенному состоянию нагрузки ($P_н$=0 и $Q_н$=0). Для этого можно применить как фильтрацию по условию, так и по методу 3-х сигм [70].

2. Привести массивы данных к общей оси времени, чтобы значения напряжения, активной и реактивной мощностей каждого замера соответствовали одному и тому же моменту времени [35, 62].

На рисунках 5.13–5.24 приведены графики зависимостей от времени отфильтрованных режимных параметров, приведённых к общей оси времени. По оси абсцисс отмечены номера замеров.

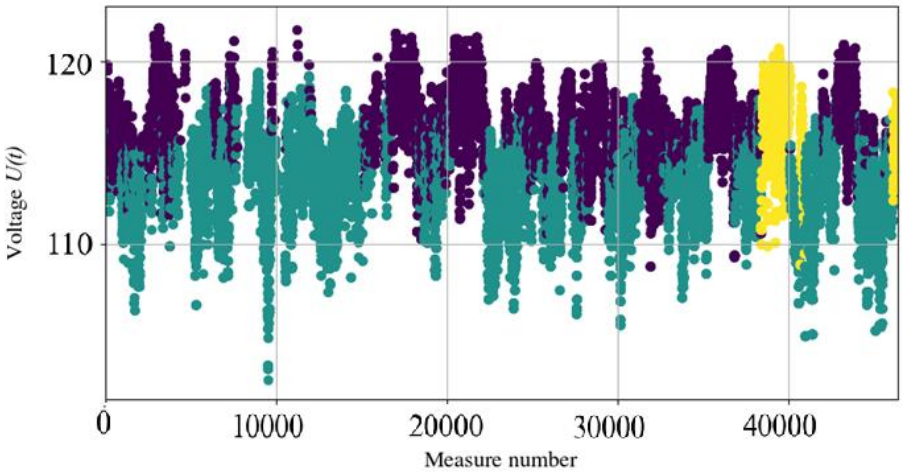


Рисунок 5.13 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

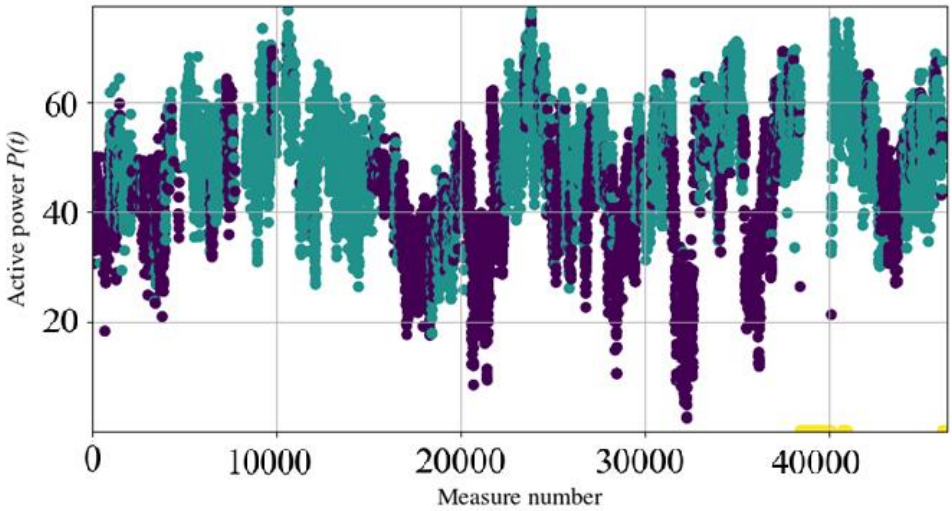


Рисунок 5.14 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

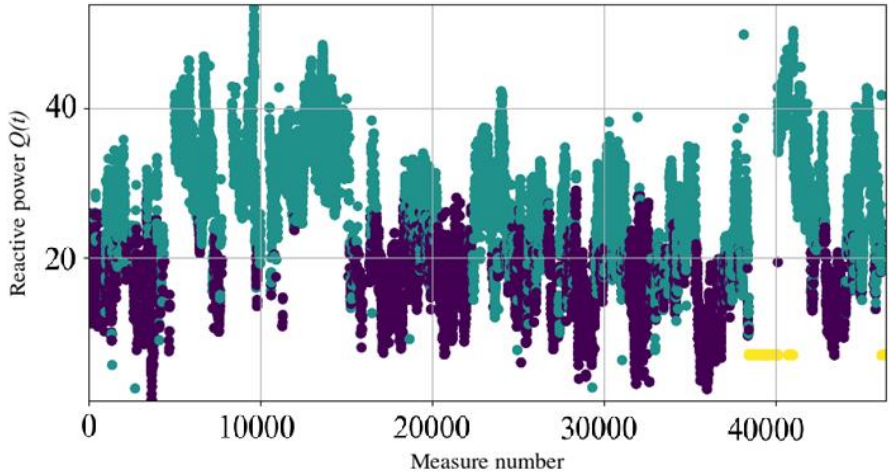


Рисунок 5.15 – График зависимости $Q(t)$ ПС 110 кВ Мариинск

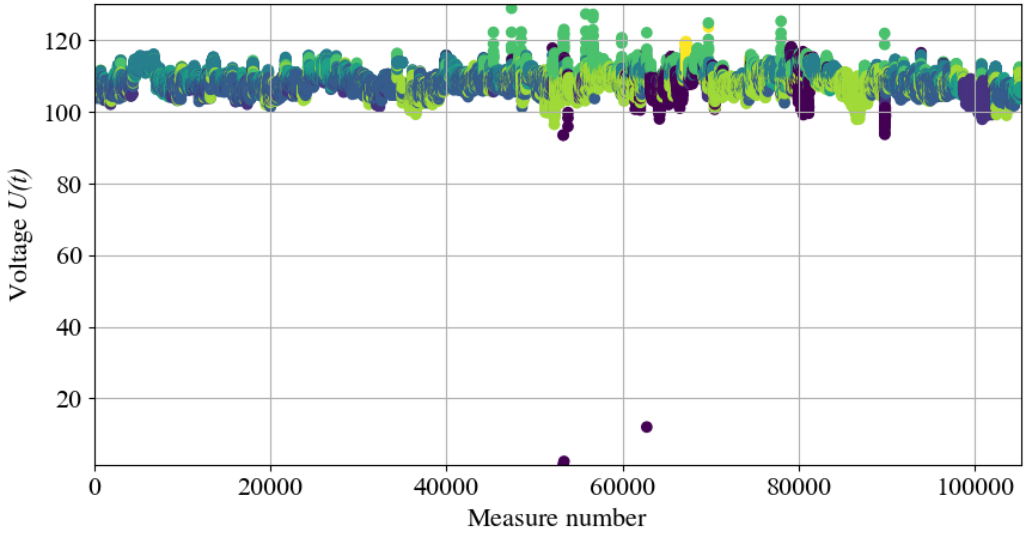


Рисунок 5.16 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

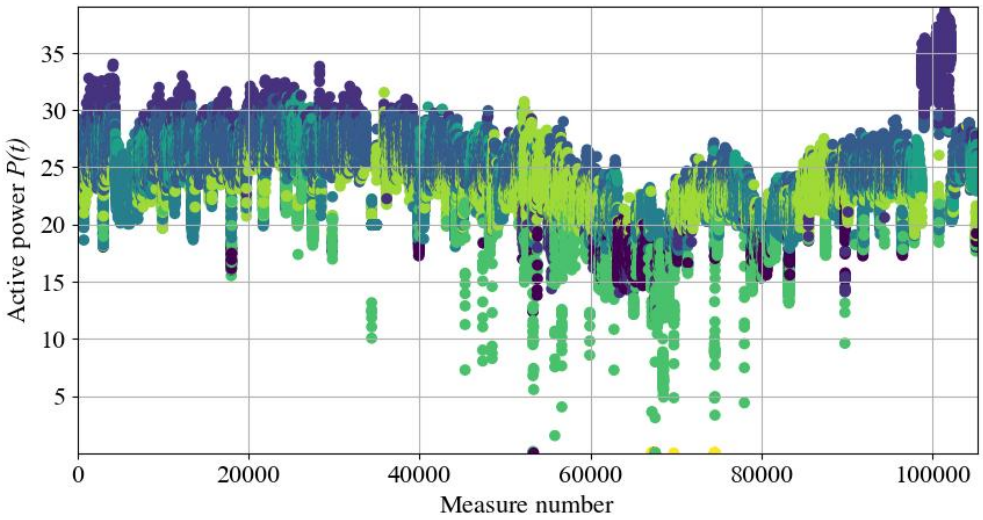


Рисунок 5.17 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

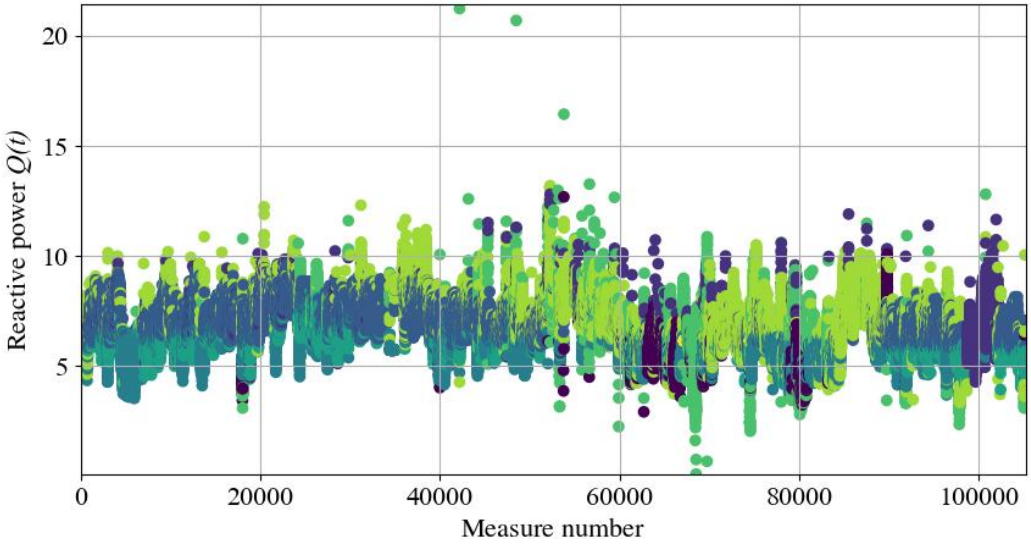


Рисунок 5.18 – График зависимости $Q(t)$ ПС 110 кВ Новая Еруда

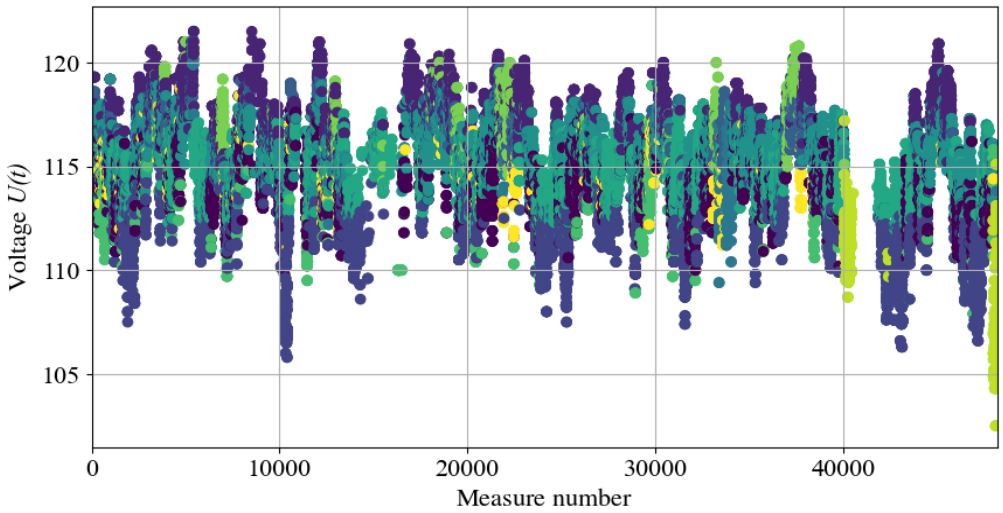


Рисунок 5.19 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

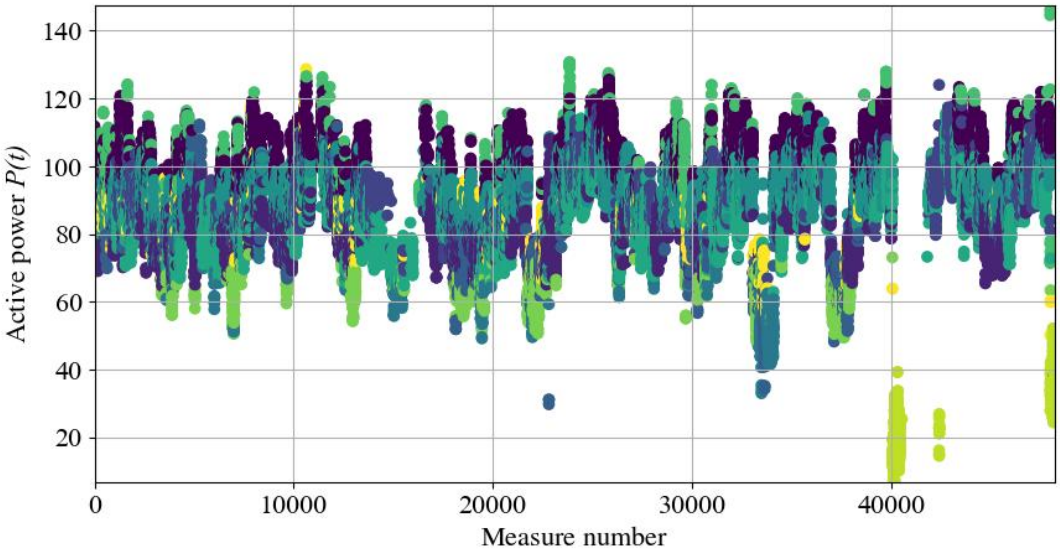


Рисунок 5.20 – График зависимости $P(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

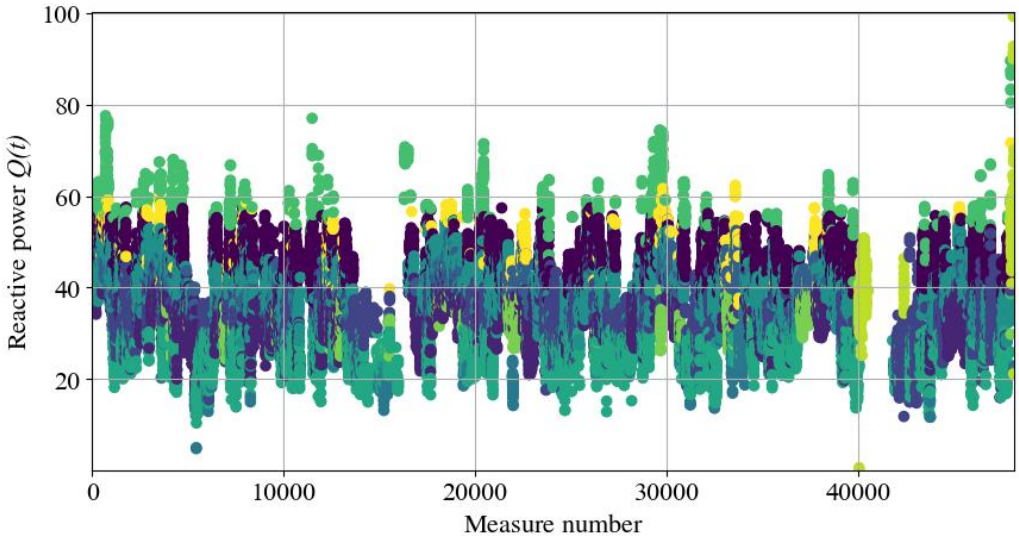


Рисунок 5.21 – График зависимости $U(t)$ ПС 110 кВ Каштан тяговая

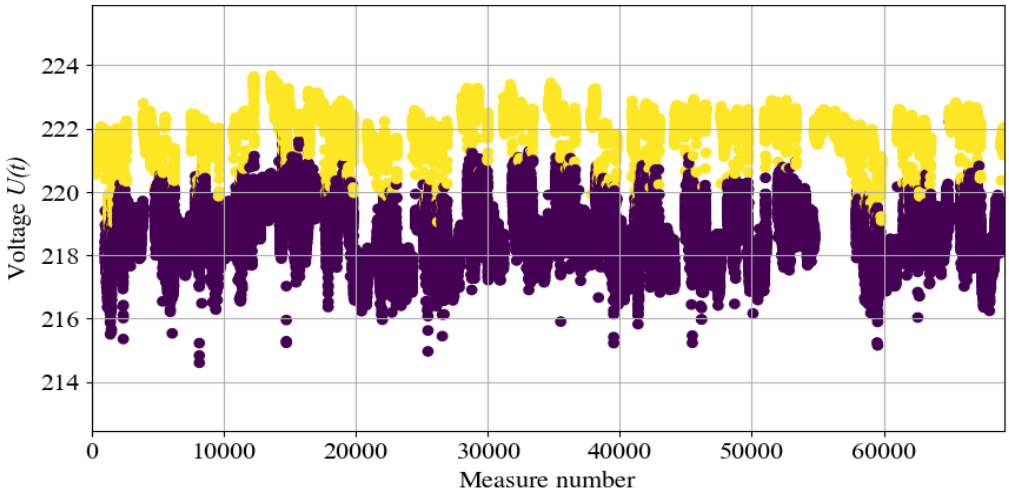


Рисунок 5.22 – График зависимости $U(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

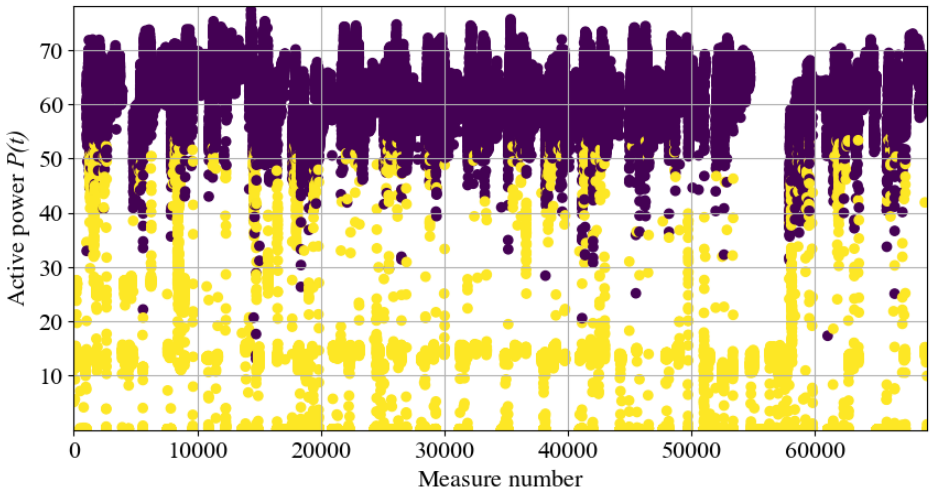


Рисунок 5.23 – График зависимости $P(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

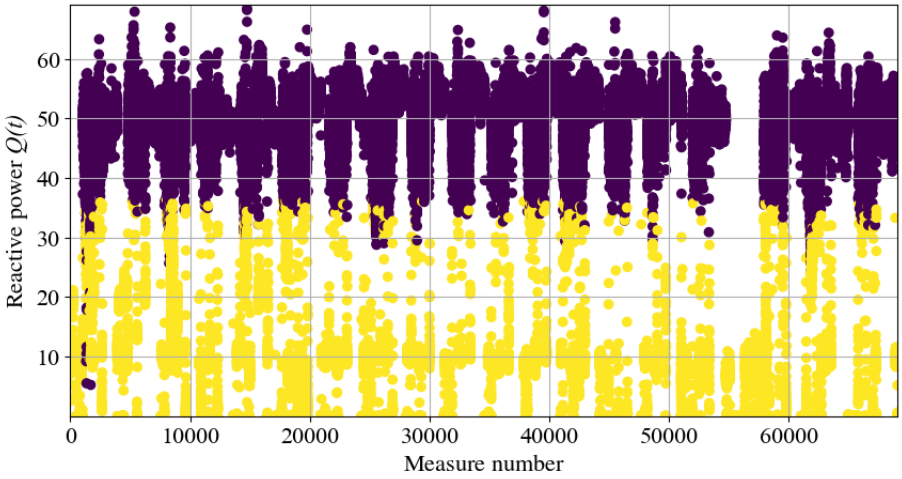


Рисунок 5.24 – График зависимости $Q(t)$ ПС 220 кВ Опорная-9

Массивы измерений, прошедшие фильтрацию на нулевые значения и приведённые к общей оси времени, для дальнейшей обработки стандартизируются [35, 113, 115]. Стандартизированные массивы измерений в координатах $P(U)$ и $Q(U)$ приведены на рисунках 5.25–5.28.

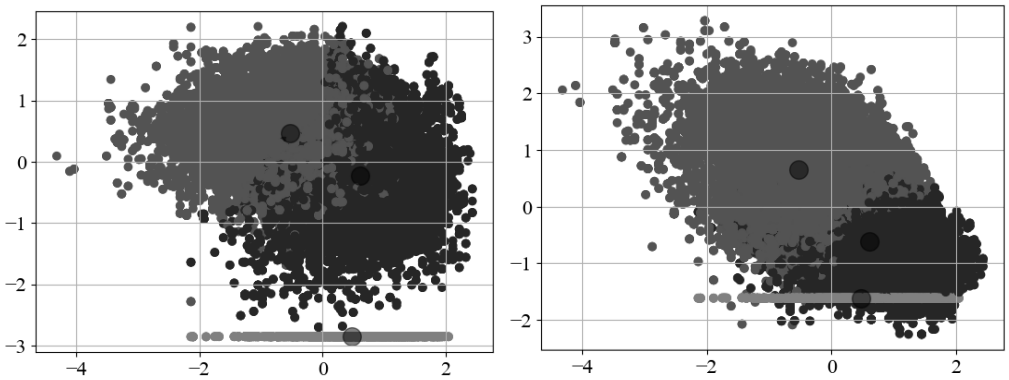


Рисунок 5.25 – Стандартизированные массивы измерений для ПС 110 кВ Мариинск

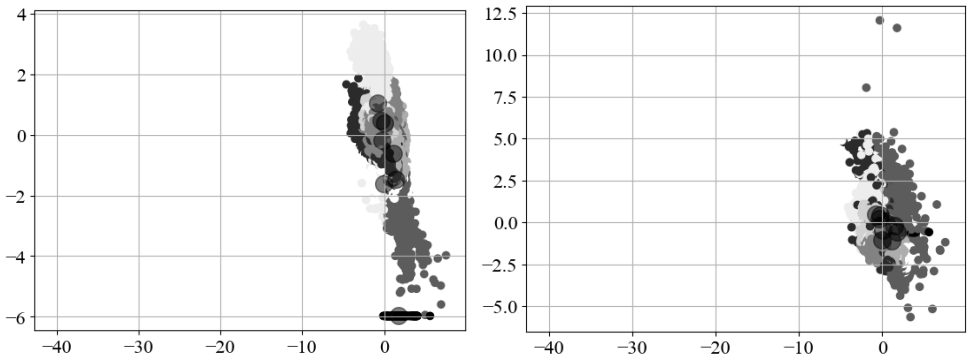


Рисунок 5.26 – Стандартизированные массивы измерений для ПС 110 кВ Новая Еруда

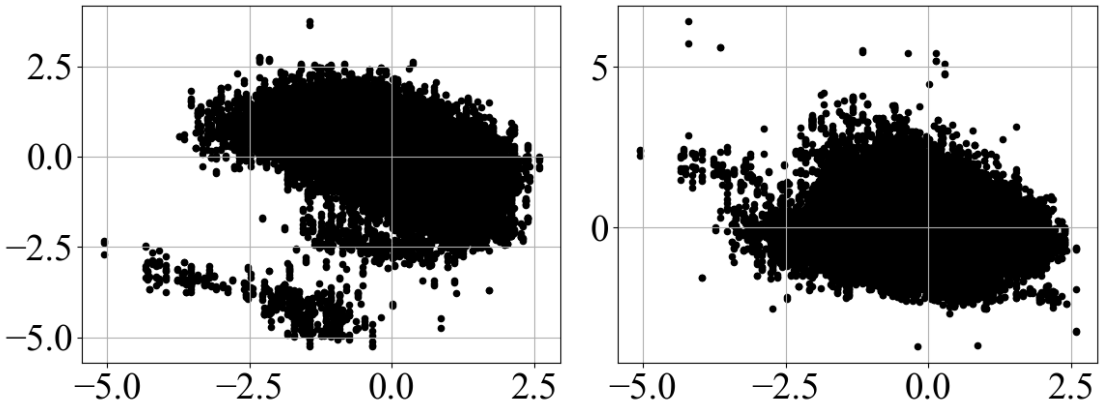


Рисунок 5.27 – Стандартизированные массивы измерений для ПС 110 кВ Каштан тяговая

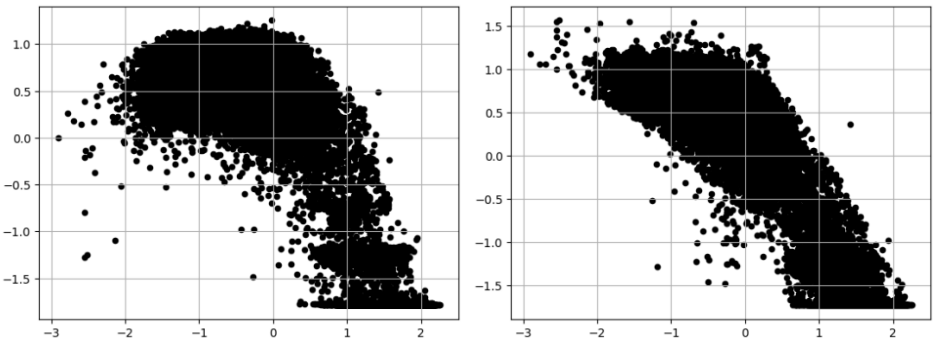


Рисунок 5.28 – Стандартизированные массивы измерений для ПС 110 кВ Опорная-9

Стандартизированные массивы измерений выступают в качестве исходных данных для кластеризации.

5.2 Кластеризация

После предварительной обработки исходных массивов выполняют кластеризацию (глава 2, параграф 2.3) с целью отбора наиболее значимых состояний, что обеспечивает дополнительную фильтрацию, например, позволяет исключить из рассмотрения измерения, соответствующие периодам адаптации нагрузки [59, 61, 111].

Перед применением *EM*-алгоритма для определения параметров распределения кластеров требуется определить число кластеров в массивах (глава 2, параграф 2.2).

На рисунках 5.29–5.32 приведены зависимости функционалов от числа кластеров, по экстремумам которых определяется число кластеров в массивах.

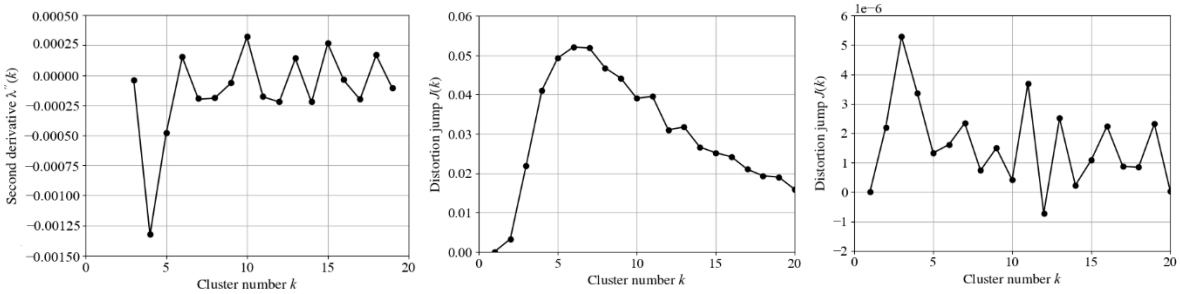


Рисунок 5.29 – Графики зависимостей функционалов от числа кластеров для ПС 110 кВ Мариинск

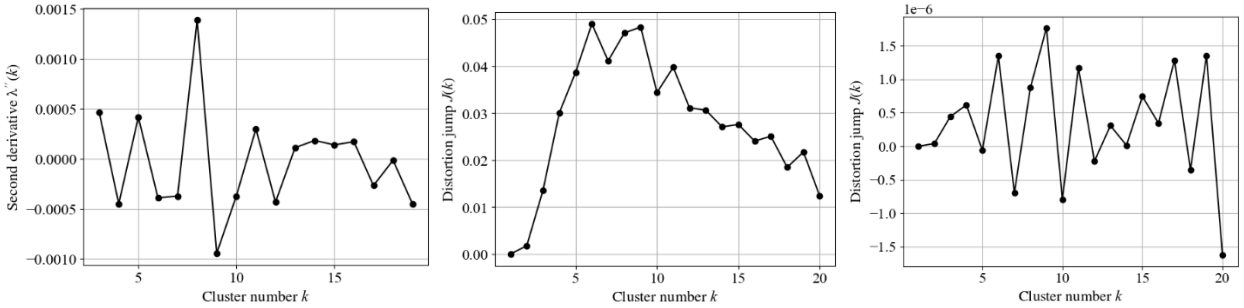


Рисунок 5.30 – Графики зависимостей функционалов от числа кластеров для ПС 110 кВ Новая Еруда

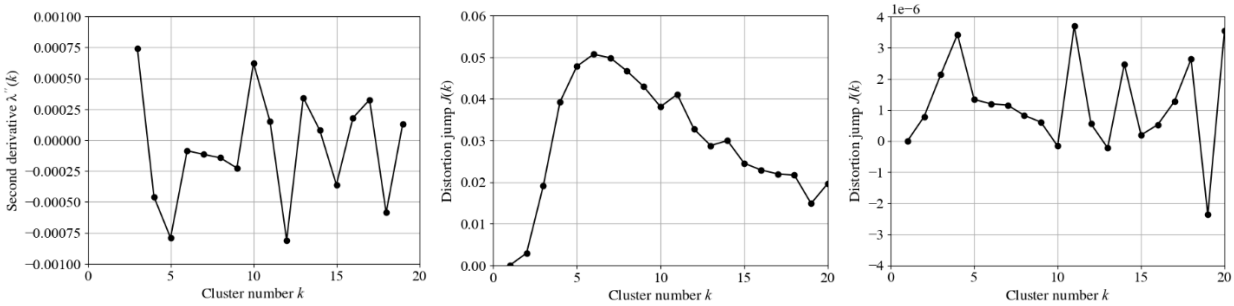


Рисунок 5.31 – Графики зависимостей функционалов от числа кластеров для ПС 110 кВ Каштан тяговая

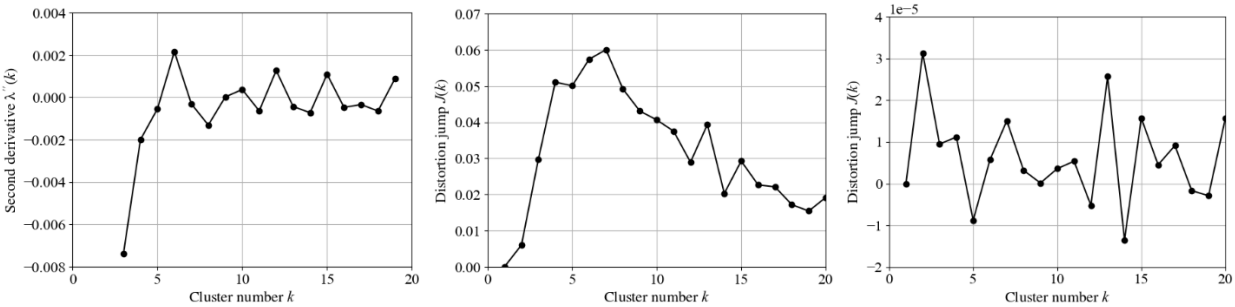


Рисунок 5.32 – Графики зависимостей функционалов от числа кластеров для ПС 220 кВ Опорная-9

Значения чисел кластеров приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Числа кластеров в массивах измерений

Присоединение	Число кластеров *n* по алгоритму второй производной λ″	Число кластеров *n* по алгоритму Сьюгер-Джеймса при λ=1/*n*	Число кластеров *n* по алгоритму Сьюгер-Джеймса при λ=3/2
ПС 110 кВ Мариинск	3	6	3
ПС 110 кВ Новая Еруда	8	6	9
ПС 110 кВ Каштан тяговая	11	6	11
ПС 220 кВ Опорная-9	2	7	2

По результатам таблицы 5.1 следует, что числа кластеров, определённые по предлагаемому алгоритму второй производной λ″, практически совпали с результатами, полученными по алгоритму Сьюгер-Джеймса при λ=3/2, однако для массивов измерений ПС 110 кВ Новая Еруда показали меньшее значение (*n*=9). Меньшее значение числа кластеров более корректно отражает поведение нагрузки этого присоединения, что следует из графиков на рисунках 5.4–5.6, 5.17–5.19 и 5.26. Число кластеров, определённое по алгоритму Сьюгер-Джеймса при λ=1/*n*, совпадает для всех присоединений, кроме ПС 220 кВ Опорная-9. Данное

обстоятельство подтверждает отмеченный в главе 2 тезис о том, что при $\lambda=1/n$ алгоритм Сьюгер-Джеймса в случае обработки плотных данных с визуально различимыми множествами работает некорректно, поэтому далее для всех рассматриваемых присоединений будут использоваться числа кластеров n, полученные по алгоритму второй производной λ''.

Числа кластеров n используются в качестве гиперпараметра для *EM*-алгоритма.

Результаты применения *EM*-алгоритма с отмеченными линиями регрессий, полученными при преобразовании параметров распределения кластеров в координатах *UP*, *UQ*, *UPQ*, приведены на рисунках 5.33–5.36.

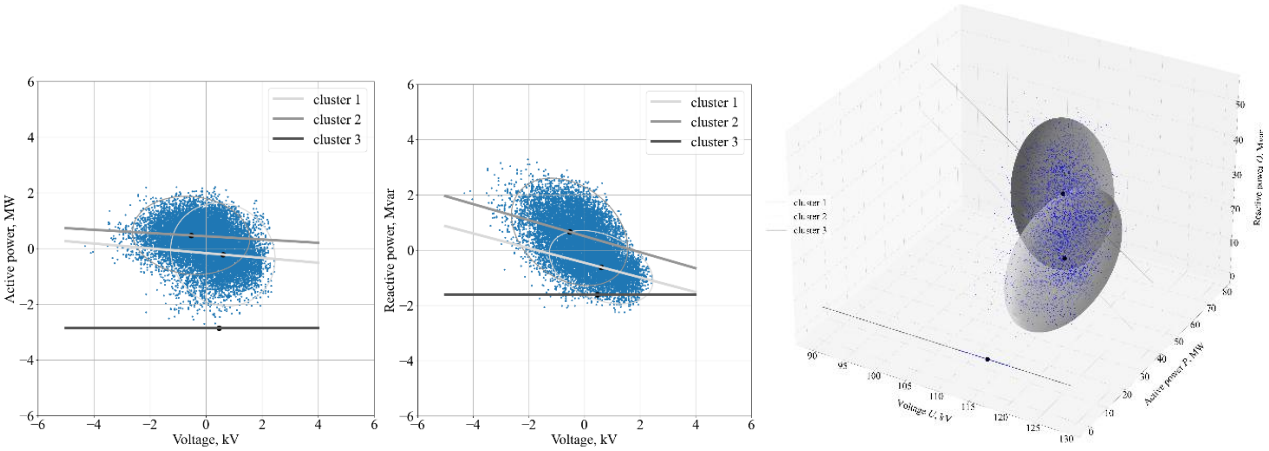


Рисунок 5.33 – Результаты применения *EM*-алгоритма для массивов измерений ПС 110 кВ Мариинск

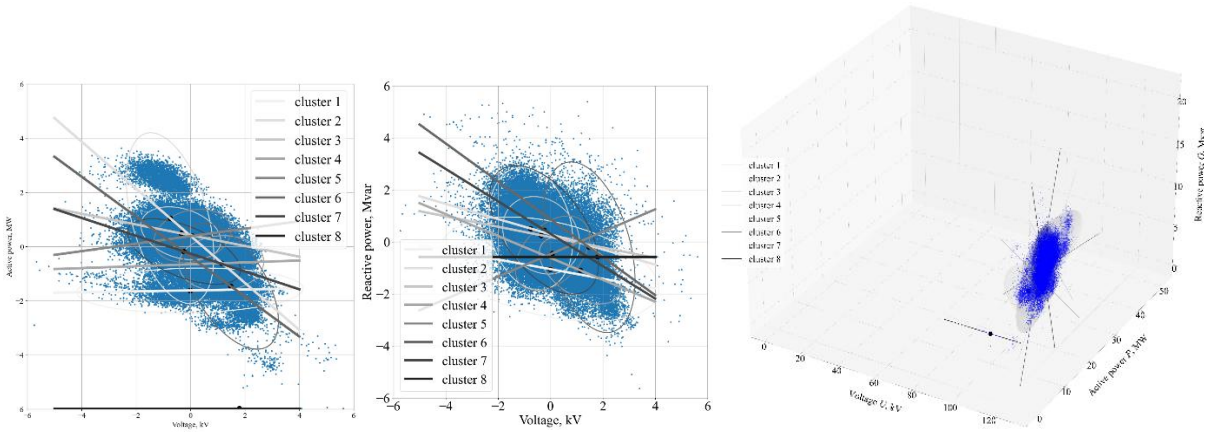


Рисунок 5.34 – Результаты применения *EM*-алгоритма для массивов измерений ПС 110 кВ Новая Еруда

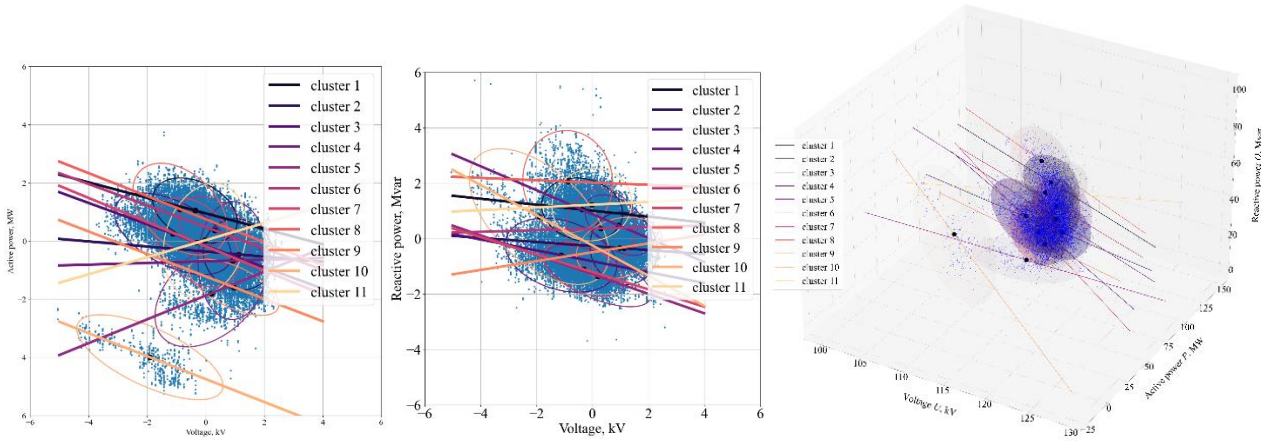


Рисунок 5.35 – Результаты применения EM-алгоритма для массивов измерений ПС 110 кВ Каштан тяговая

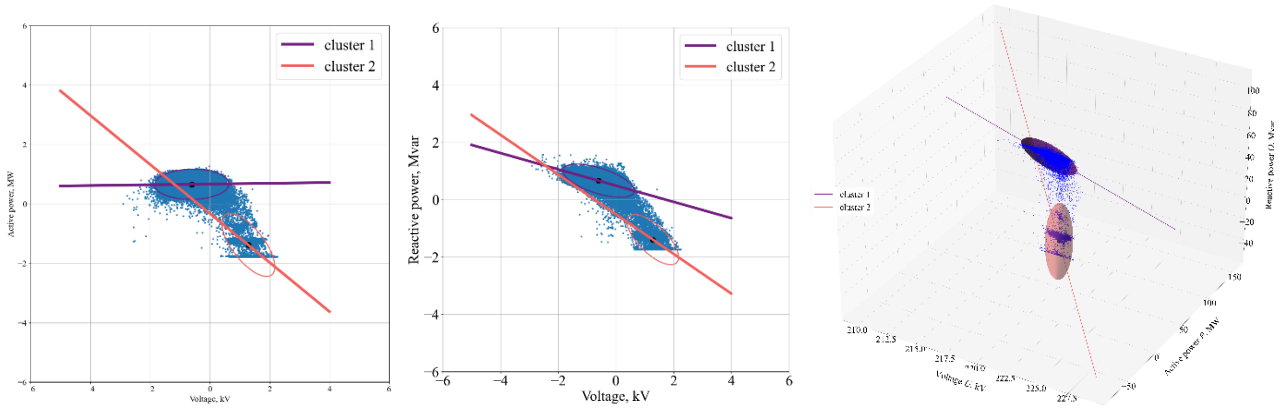


Рисунок 5.36 – Результаты применения EM-алгоритма для массивов измерений ПС 220 кВ Опорная-9

Параметры распределения выделенных кластеров с указанием параметров линий регрессии приведены в таблицах 5.2–5.5.

Таблица 5.2 – Результаты кластеризации для ПС 110 кВ Мариинск

№ кластера	w	K_{UP}, кВ·МВт	K_{UQ}, кВ·Мвар	D_P, МВт^2	D_Q, Мвар^2	D_U, кВ^2	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ
1	0,49	-4,807	-5,244	146,441	31,434	5,214	-0,922	-1,006
2	0,45	-2,952	-4,273	74,668	55,296	6,072	-0,369	-0,778
3	0,06	0,003	-0,001	0,000	0,001	5,202	0,001	0,000

Таблица 5.3 – Результаты кластеризации для ПС 110 кВ Новая Еруда

№ кластера	w	K_{UP}, кВ·МВт	K_{UQ}, кВ·Мвар	D_P, МВт^2	D_Q, Мвар^2	D_U, кВ^2	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ
1	0,03	-1,129	-0,696	1,616	1,393	2,557	-0,442	-0,272
2	0,04	-4,706	-1,601	40,579	2,561	4,652	-1,011	-0,344
3	0,28	-0,198	-0,047	2,313	0,410	2,415	-0,082	-0,020
4	0,16	1,075	0,149	9,217	0,424	3,603	0,298	0,041

№ кластера	w	K_{UP}, кВ·МВт	K_{UQ}, кВ·Мвар	D_P, МВт^2	D_Q, Мвар^2	D_U, кВ^2	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ
1	0,03	-1,129	-0,696	1,616	1,393	2,557	-0,442	-0,272
5	0,17	-0,285	-0,252	6,194	0,614	3,318	-0,086	-0,076
6	0,01	65,895	-2,379	3,533	0,001	15,480	4,257	-0,154
7	0,17	-0,517	0,043	4,961	0,512	1,837	-0,282	0,023
8	0,14	-0,410	-0,356	4,915	0,533	2,350	-0,174	-0,151

Таблица 5.4 – Результаты кластеризации для ПС 110 кВ Каштан тяговая

№ кластера	w	K_{UP}, кВ·МВт	K_{UQ}, кВ·Мвар	D_P, МВт^2	D_Q, Мвар^2	D_U, кВ^2	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ
1	0,10	0,665	-2,439	80,286	26,675	1,478	0,450	-1,650
2	0,08	1,778	-1,370	74,487	26,146	2,000	0,889	-0,685
3	0,09	-2,850	-2,209	51,041	28,371	2,717	-1,049	-0,813
4	0,11	-0,800	-0,020	33,248	16,258	1,874	-0,427	-0,010
5	0,07	-2,564	-1,133	34,915	20,981	1,483	-1,729	-0,764
6	0,14	-1,224	-0,517	44,627	25,164	1,461	-0,838	-0,354
7	0,17	0,665	-2,439	80,286	26,675	1,478	0,450	-1,650
8	0,09	-2,157	-1,498	54,564	22,033	1,522	-1,417	-0,985
9	0,01	2,769	-0,468	117,664	17,960	2,490	1,112	-0,188
10	0,09	-15,810	-13,969	94,141	100,722	6,730	-2,349	-2,075
11	0,05	1,778	-1,370	74,487	26,146	2,000	0,889	-0,685

Таблица 5.5 – Результаты кластеризации для ПС 220 кВ Опорная-9

№ кластера	w	K_{UP}, кВ·МВт	K_{UQ}, кВ·Мвар	D_P, МВт^2	D_Q, Мвар^2	D_U, кВ^2	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ
1	0,69	0,076	-2,867	29,404	26,215	0,838	0,090	-3,423
2	0,31	-4,456	-3,078	113,832	51,922	0,392	-11,362	-7,847

5.3 Учёт «реакции сети» и отбор значимых кластеров

Перед получением итоговых линейных моделей СХН необходимо учесть влияние «реакции сети» по методу из главы 3.

Вначале определяют коэффициенты «реакции сети» k_P и k_Q с помощью расчёта приращений напряжений при приращениях активной и реактивной мощностей путём моделирования серии установившихся режимов в ПК *RastrWin*3. Результаты расчёта приведены в таблице 5.6.

Таблица 5.6 – Коэффициенты «реакции сети» k_P и k_Q

Присоединение	Коэффициент «реакции сети» по активной мощности k_P, кВ/МВт	Коэффициент «реакции сети» по реактивной мощности k_Q, кВ/Мвар
ПС 110 кВ Мариинск	-0,047	-0,154
ПС 110 кВ Новая Еруда	-0,033	-0,120
ПС 110 кВ Каштан тяговая	-0,048	-0,146
ПС 220 кВ Опорная-9	-0,025	-0,125

Коэффициенты k_P и k_Q используются далее для преобразования параметров распределения выделенных кластеров согласно (3.22–3.24) и (3.27–3.29). Значения коэффициентов наклона A_{1j} и B_{1j} линейных моделей СХН вычисляются с учётом преобразования параметров распределения каждого j-го кластера по (3.25) и (3.26) соответственно.

После преобразования параметров распределения выделенных кластеров выполняется процедура отбора наиболее значимых m кластеров согласно (2.9). Результаты преобразования параметров распределения кластеров в координатах UP, UQ, UPQ приведены на рисунках 5.37–5.40.

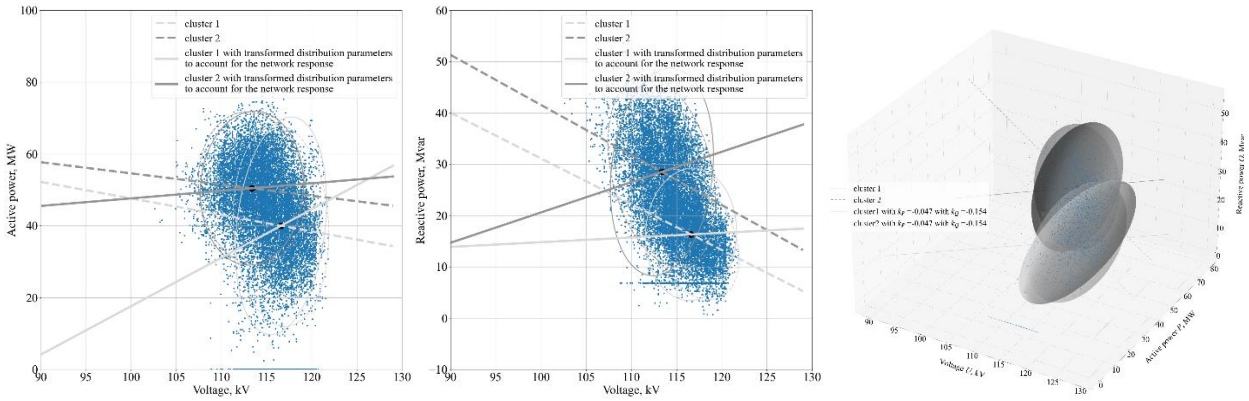


Рисунок 5.37 – Результаты преобразования параметров распределения кластеров для ПС 110 кВ Мариинск

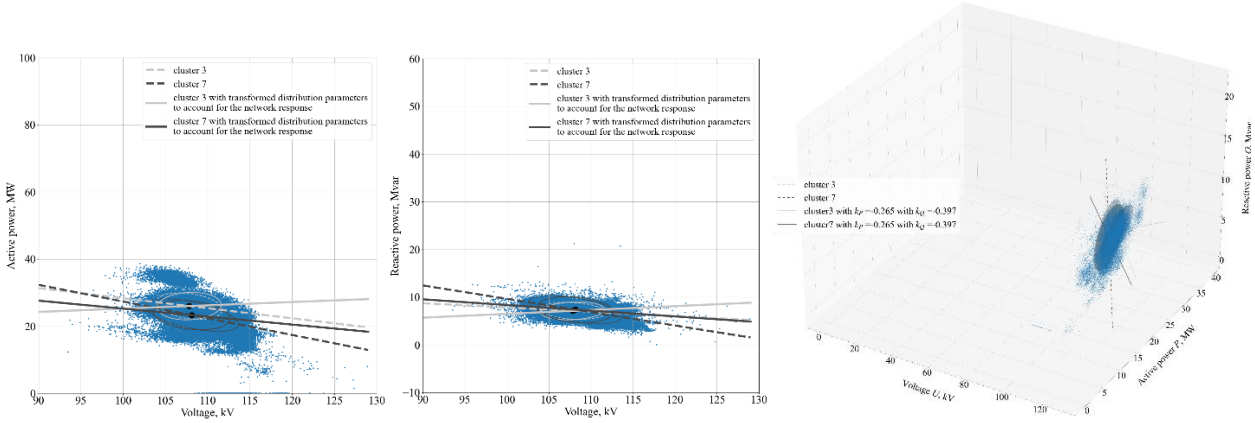


Рисунок 5.38 – Результаты преобразования параметров распределения кластеров для ПС 110 кВ Новая Еруда

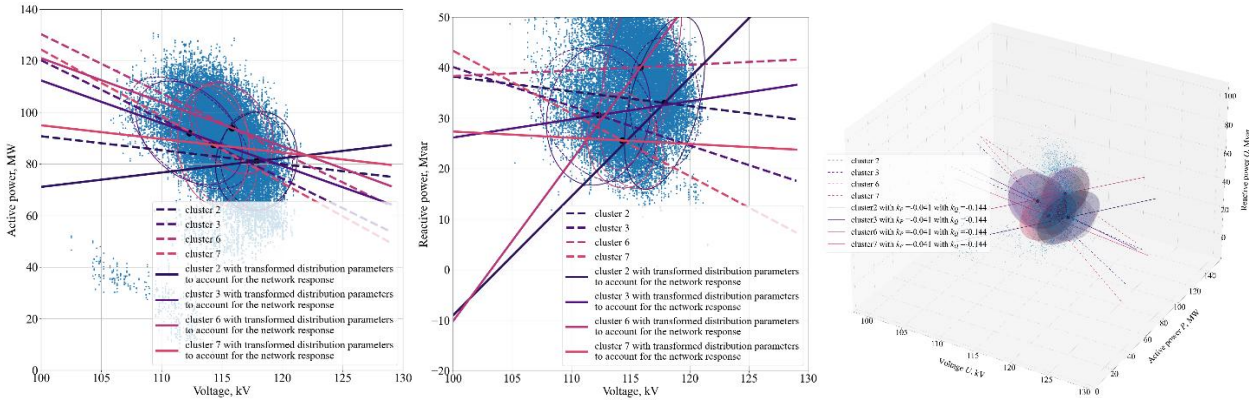


Рисунок 5.39 – Результаты преобразования параметров распределения кластеров для ПС 110 кВ Каштан тяговая

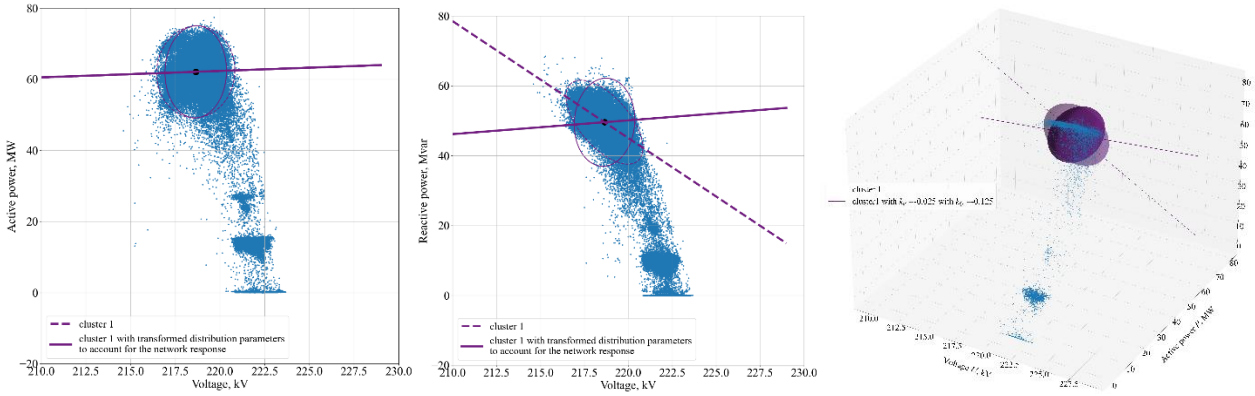


Рисунок 5.40 – Результаты преобразования параметров распределения кластеров для ПС 220 кВ Опорная-9

Из графиков 5.37–5.40 следует, что при преобразовании параметров распределения выделенных кластеров происходит искажение эллипсов рассеивания, соответствующих выделенным кластерам. Математические ожидания кластеров – центры эллипсов рассеивания не изменяются.

В результате отбора наиболее значимых кластеров, преобразования коэффициентов A_{1j} и B_{1j} в относительные единицы a_{1j} и b_{1j} по (2.8) и вычисления итоговых коэффициентов a_1 и b_1 по (2.10) получены итоговые коэффициенты линейных моделей СХН, которые необходимо использовать в расчётных моделях для моделирования узлов нагрузки при малых отклонениях напряжения или в качестве исходных данных для получения полиномиальных моделей СХН по напряжению.

Результаты вычисления коэффициентов линейных моделей СХН по напряжению сведены в таблицу 5.7.

Таблица 5.7 – Результаты вычисления коэффициентов линейных моделей СХН по напряжению

Присоединение	A_1, МВт/кВ	B_1, Мвар/кВ	$P_{баз}$, МВт	$Q_{баз}$, Мвар	a_1, о.е.	b_1, о.е.
ПС 110 кВ Мариинск	-0,047	-0,154	41,5	21,7	2,365	1,653
ПС 110 кВ Новая Еруда	-0,033	-0,120	24,8	7,2	-0,256	-0,097
ПС 110 кВ Каштан тяговая	-0,048	-0,146	92,4	23,1	-0,968	8,848
ПС 220 кВ Опорная-9	-0,025	-0,125	62,1	49,6	0,673	1,741

В таблице 5.7 не приведены значения коэффициентов a_0 и b_0 линейных моделей. Их можно вычислить по значениям таблицы 5.7 с учётом того, что сумма коэффициентов в относительных единицах равна 1 [5, 24].

5.4 Получение полиномиальных моделей СХН по напряжению

В результате расчётов получены значения коэффициентов линейных моделей СХН, которые учитывают влияние «реакции сети». Они позволяют корректно моделировать поведение узлов нагрузки в узком диапазоне изменения напряжения – не более 5–10 кВ.

Используя предложенный метод получения полиномиальных моделей СХН, можно повысить точность моделирования узлов нагрузки в более широких

интервалах изменения напряжения, сопоставимых с интервалами изменения напряжения в активных экспериментах [51-55].

В таблице 5.8 приведены коэффициенты полиномиальных моделей СХН по напряжению и скорректированные значения базисных активной $P_{баз}$ и реактивной $Q_{баз}$ мощностей.

Таблица 5.8 – Результаты вычисления коэффициентов для полиномиальных моделей СХН

Присоединение	a_2, о.е.	a_1, о.е.	$P_{баз}$, МВт	b_2, о.е.	b_1, о.е.	$Q_{баз}$, Мвар
ПС 110 кВ Мариинск	0,642	1,019	41,6	3,269	-5,168	21,7
ПС 110 кВ Новая Еруда	-0,597	0,915	24,7	-0,447	0,780	7,2
ПС 110 кВ Каштан тяговая	-3,987	7,372	92,3	8,573	-9,306	23,7
ПС 220 кВ Опорная-9	-28,079	56,882	62,4	-8,105	18,627	50,2

В таблице 5.8 не приведены значения коэффициентов a_0 и b_0. Вычислить их можно с учётом того, что сумма коэффициентов в о. е. равна 1.

5.5 Проверка результатов

Коэффициенты полиномиальных моделей СХН значительно отличаются от коэффициентов типовой модели СХН для активной и реактивной мощностей (таблица 5.9).

Таблица 5.9 – Коэффициенты типовой модели СХН

a_2, о.е.	**a_1, о.е.**	**a_0, о.е.**	**b_2, о.е.**	**b_1, о.е.**	**b_0, о.е.**
0,470	-0,300	0,830	4,300	-7,000	3,700

Для проверки корректности оценим квадратичные отклонения кривой (дисперсии), построенной по точкам, соответствующим параметрам режима в узле нагрузки при последовательном увеличении $P_н$ и $Q_н$ с сохранением tgφ и сравним

отклонения с теми, которые получены при моделировании нагрузки типовой моделью.

С этой целью в ПК *RastrWin*3 выполнено моделирование электрических режимов при последовательном изменении значений активной и реактивной мощностей узлов нагрузки с фиксацией расчётных значений мощностей и сравнением с результатами, полученными при использовании коэффициентов типовой модели СХН из таблицы 5.9.

На рисунках 5.41–5.44 приведены линейные и полиномиальные СХН по напряжению для рассматриваемых присоединений с нанесением расчётных кривых, полученных с использованием полиномиальных и типовых моделей СХН.

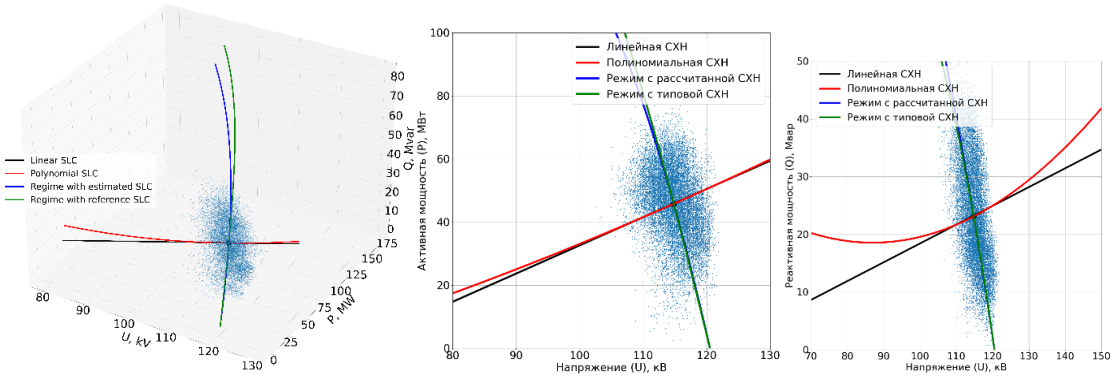


Рисунок 5.41 – Линейная и полиномиальная СХН по напряжению с расчётными кривыми для ПС 110 кВ Мариинск

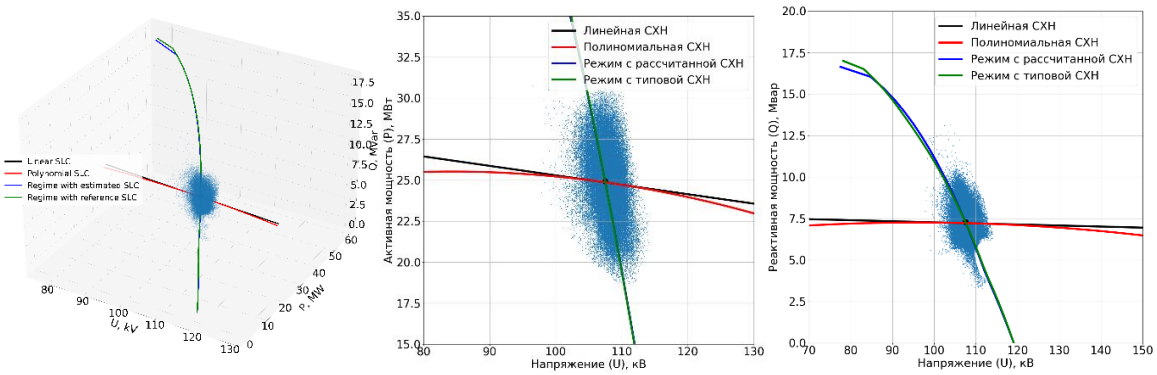


Рисунок 5.42 – Линейная и полиномиальная СХН по напряжению с расчётными кривыми для ПС 110 кВ Новая Еруда

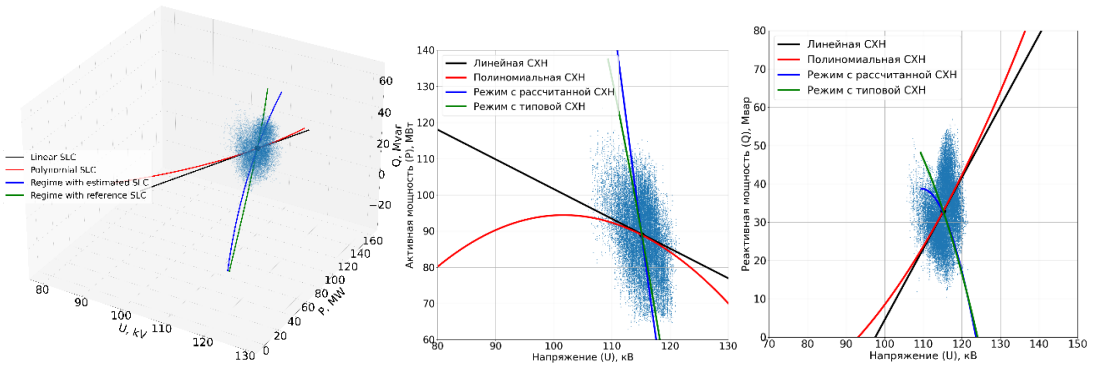


Рисунок 5.43 – Линейная и полиномиальная СХН по напряжению с расчётными кривыми для ПС 110 кВ Каштан тяговая

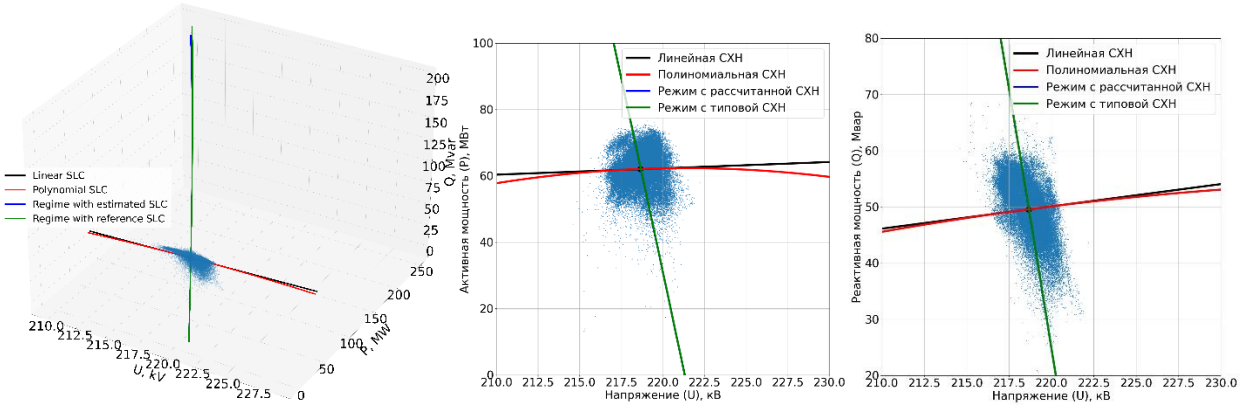


Рисунок 5.44 – Линейная и полиномиальная СХН по напряжению с расчётными кривыми для ПС 220 кВ Опорная-9

В таблице 5.10 приведены результаты расчёта дисперсий массивов измерений от расчётных кривых, полученных при использовании расчётных и типовых СХН по напряжению в исследуемых узлах нагрузки.

Таблица 5.10 – Результаты оценки точности полиномиальных СХН

Присоединение	Дисперсия расчётной СХН по напряжению, МВ·А	Дисперсия типовой СХН по напряжению, МВ·А	Разница между расчётной и типовой СХН, %
ПС 110 кВ Мариинск	9,886	9,962	0,763
ПС 110 кВ Новая Еруда	5,541	5,546	0,090
ПС 110 кВ Каштан тяговая	16,682	16,434	-1,509
ПС 220 кВ Опорная-9	1,080	1,080	0,002

Разница между расчётной и типовой СХН в таблице 5.10 характеризует отличия в квадратичных отклонениях (остатках) расчётных и типовых СХН от

измерений режимных параметров и не характеризует погрешность моделей СХН при моделировании нагрузки.

Из графиков на рисунках 5.41–5.44 и результатов таблицы 5.10 следует:

1. Для присоединений ПС 110 кВ Мариинск и Новая Еруда полученные СХН точнее отражают поведение нагрузки, чем типовая, что при расчётах установившихся режимов и предельных по статической апериодической устойчивости перетоков активной мощности в КС позволяет использовать как полученные, так и типовые модели СХН без значительной потери точности;
2. Для присоединения ПС 220 кВ Опорная-9 расчётная и типовая модели СХН показывают одинаковые дисперсии, что позволяет использовать для моделирования нагрузки типовые модели СХН;
3. Для присоединения ПС 110 кВ Каштан тяговая дисперсия расчётной СХН оказалась выше, чем для типовой. Результат связан со значительным смещением значения напряжения, при котором происходит смена знака регулирующего эффекта нагрузки в интервале изменения напряжения в пассивном эксперименте ($u_{кр}$=0,94 о.е.) и высоким значением регулирующего эффекта нагрузки по реактивной мощности ($b_{1(лин)}$=8,848 о.е.). Такой результат характерен для узлов со значительным преобладанием нагрузки резко-переменного характера, когда значительное изменение реактивной мощности нагрузки не связано с изменением напряжения.

5.6 Выводы по главе 5

1. Для применения разработанной методики идентификации полиномиальных моделей СХН требуется предварительная обработка исходных массивов измерений, которая включает фильтрацию нулевых значений мощности нагрузки; приведение измерений к общей оси времени; стандартизацию массивов измерений.

2. Апробация показала, что предложенная в главе 2 методика определения числа кластеров в массивах измерений, позволяет корректно определить число наиболее значимых состояний исследуемых нагрузок. Применение алгоритма Сьюгер-Джеймса со степенью трансформации $\lambda=1/n$ или $\lambda=3/2$ приводит к определению некорректного числа состояний – завышенное число при плотных данных и заниженное – при разреженных данных с визуально различимыми подмножествами;

3. Применение *EM*-алгоритма с числами кластеров в качестве гиперпараметра позволяет определить параметры распределения без необходимости проведения дополнительных расчётов. Использование трёхмерной кластеризации в координатах $U;P;Q$ позволяет отразить реальные состояния нагрузки, характеризующиеся определёнными значениями напряжения U_m, активной P_m и реактивной Q_m мощностей, которые являются математическими ожиданиями кластеров;

4. Коэффициенты «реакции сети» k_P и k_Q для исследуемых присоединений имеют отрицательный знак, что соответствует их физическому смыслу: при увеличении активной P и/или реактивной Q мощностей нагрузки возрастает падение напряжения по сетевым элементам, по которым выполняется электроснабжение узла нагрузки, что приводит к уменьшению напряжения в узле нагрузки.

5. Учёт «реакции сети» с помощью преобразований параметров распределения кластеров приводит к искажению эллипсов рассеивания, соответствующих выделенным кластерам. Искажение эллипсов рассеивания происходит относительно центра рассеивания и приводит к увеличению коэффициента корреляции, что увеличивает по значению коэффициент наклона линии регрессии;

6. При получении полиномиальных моделей СХН возможно получение коэффициентов СХН, при которых критическое напряжение составляет более 90% от $U_{\text{ном}}$ и находится в диапазоне изменения напряжения при проведении пассивного эксперимента. Это происходит при высоком значении регулирующего эффекта нагрузки, полученного при определении линейных моделей СХН, когда изменение активной P и/или реактивной Q мощности внутри значимого кластера не связано с

изменением напряжения. Для исключения таких кластеров можно добавить в условия отбора кластеров требование к значению коэффициента корреляции $r \leq 0{,}3$ (граничное значение слабой корреляции по шкале Чеддока). Однако при введении этого условия возможно исключение вообще всех кластеров из рассмотрения, поэтому применять требование можно только при наличии нескольких кластеров с коэффициентами корреляции $r \geq 0{,}3$.

7. Полученные полиномиальные модели СХН, показывают увеличение точности моделирования нагрузки по сравнению с типовыми моделями за исключением случаев, когда изменение реактивной мощности нагрузки происходит по причинам, не связанным с изменением напряжения;

8. Коэффициенты полиномиальных моделей СХН можно получить с помощью корректировки коэффициентов «реакции сети» k_P и k_Q, учитывая, что они могут быть определены для конкретного состояния внешней сети и/или узла нагрузки. Одним из путей совершенствования разработанной методики является возможность учёта различных коэффициентов «реакции сети» для кластеров, что потребует информацию о состоянии устройств компенсации реактивной мощности и/или сетевых элементов для каждого выделенного кластера, и является труднореализуемой задачей. Другой путь может состоять в определении коэффициентов «реакции сети» по массивам измерений исследуемых присоединений в *online* режиме.

ГЛАВА 6 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАГРУЗКИ

Для алгоритмов обработки измерений пассивного эксперимента, описанных в главах 2–4, выполнена их программная реализация.

Результаты применения методики идентификации моделей СХН по измерениям пассивного эксперимента, представленные в главе 5, получены на этапе прототипирования.

Основным языком программирования выбран *C#*, так как он обеспечивает достаточную скорость проведения расчётов, что может быть востребовано при проведении их в *online* режиме. В *C#* имеется возможность использования *Windows Forms* при реализации графического интерфейса.

В качестве языка программирования для прототипирования алгоритмов определения числа кластеров, кластеризации *EM*-алгоритмом и учёта «реакции сети» выбран интерпретируемый язык программирования *Python*, позволяющий получать результаты и строить графики без компиляции программы.

Корректность работы алгоритма оптимизационного расчёта полиномиальных моделей СХН оценена с помощью программного обеспечения *Mathcad* 15.

6.1 Проектные решения

Архитектура программы позволяет расширить функционал с помощью сервисов, что является необходимым при значительном количестве реализуемых

функций: импорт массивов измерений пассивного эксперимента; загрузка расчётной модели для расчёта коэффициентов k_P и k_Q; кластеризация данных; определение числа кластеров; линейная или полиномиальная регрессия для получения коэффициентов СХН.

Программа состоит из пяти модулей, имеющих связи между собой и с внешними системами:

1. Графический модуль, реализующий графический интерфейс, отображение загруженных данных и построение графиков, соответствующих выявленным кластерам;
2. Модуль импорта данных, реализующий загрузку массивов измерений пассивного эксперимента в формате *.csv (разделитель – точка с запятой);
3. Модуль привязки расчётной модели энергосистемы в формате *.rg2 с загруженными данными для расчёта коэффициентов k_P и k_Q;
4. Расчётный модуль, реализующий функции обработки данных по алгоритмам: определение числа кластеров по алгоритму Сьюгер-Джеймса или по алгоритму второй производной; кластеризация *EM*-алгоритмом и определение параметров распределения кластеров с учётом влияния «реакции сети»; полиномиальная и линейная регрессии по загруженным данным или по данным, принадлежащим выбранным кластерам, для определения полиномиальной и линейной модели СХН соответственно; расчёт коэффициентов наклона линейных СХН по напряжению для узла нагрузки как средневзвешенного значения коэффициентов наклона линейных СХН по напряжению выбранных кластеров; модуль сохранения загруженных данных, результатов расчёта коэффициентов СХН, построенных графиков.

Графический интерфейс приведён на рисунке 6.1.

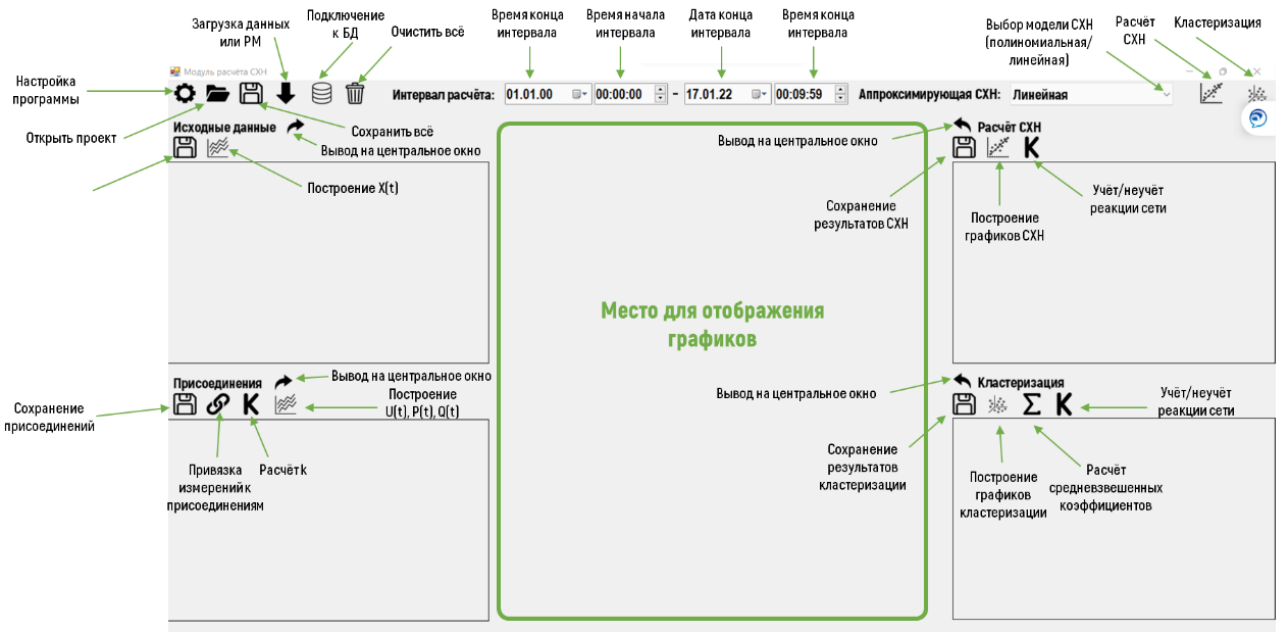


Рисунок 6.1 – Графический интерфейс

6.2 Взаимосвязи программы со смежными системами и обеспечение совместимости

Программа получает исходные данные для обработки и формирует список доступных измерений из файла данных *.csv с помощью Модуля импорта данных. Далее в рабочую область загружаются исходные данные и результаты работы.

Связь с библиотекой *Astra.dll RastrWin*3 служит для привязки загруженных измерений к узлам расчётной модели (файл формата *.rg2), что необходимо для расчёта коэффициентов k_P и k_Q. Связь выполнена путём использования библиотеки *Astra.dll* и интерфейса *IRastr*. Расчёт выполняется в Модуле привязки расчётной модели ЭЭС.

6.3 Средства разработки

Язык программирования для разработки системы *C#*, версия *NET Framework* 4.7.2. Доказательство оптимальности выбора языка программирования для быстродействия работы программы приведено в главе 4, параграф 4.3.

Для получения информации о расчетной модели используется библиотека *Astra.dll RastrWin*3.

Графический интерфейс выполнен с помощью *Windows Forms*.

Среда разработки системы: *Visual Studio*.

6.4 Проблемы, возникающие при реализации модулей и отдельных функций, их решение

Приведение измерений к общей оси времени. Для регрессии и кластеризации необходимо, чтобы число измерений напряжения совпадало с числом измерений активной и реактивной мощностей [47, 48, 70]. Однако в большинстве случаев этого не происходит из-за разного шага дискретизации измерений или разных каналов получения данных. Поэтому перед выполнением регрессии или кластеризации необходимо выполнить операцию приведения измерений к общей оси времени [35, 62].

После загрузки данных выполняется объединение измерений напряжения, активной и реактивной мощностей для формирования группы измерений, которые будут приводиться к общей оси времени. Массивы представляются в виде списка типа *double*, включающего значения напряжения, активной и реактивной мощностей. Каждому значению напряжения сопоставляется значение активной

или реактивной мощностей нагрузки с помощью приведения измерений к общей оси времени командами *CommonTimeAxisCreate*, *GetIntervals*, *List<T>* [132, 133].

CommonTimeAxisCreate принимает в качестве аргументов списки пользовательского типа *TimeValue*:

```
1 public DateTime Time { get; set; }
2 public double Value { get; set; }
3 public TimeValue(DateTime inputTime, double inputValue)
4 {
5   Time = inputTime;
6   Value = inputValue;
7 }
```

GetIntervals используется для приведения массивов напряжения к оси времени массивов активной или реактивной мощностей:

```
1  public static List<double> GetIntervals(DateTime[] requiredTimeArray, DateTime[] inputTimeArray, List<double> data)
2 {
3   int outputArraySize = requiredTimeArray.Length;
4   List<double> outputArray = new List<double>(outputArraySize);
5   for (int i = 0; i < outputArraySize; i++) outputArray.Add(0);
6   int dataTimeArraySize = inputTimeArray.Length;
7   while (outputArraySize > 0)
8   {
9      while ((inputTimeArray[dataTimeArraySize - 1] > requiredTimeArray[outputArraySize - 1])
10        && (dataTimeArraySize > 1))
11     {
12        dataTimeArraySize--;
13     }
14     outputArray[outputArraySize - 1] = data[dataTimeArraySize - 1];
15     outputArraySize--;
16   }
17   return outputArray;
18 }
```

List<T> используется для хранения массивов, позволяет упростить операции с добавлением элементов и использовать измерения, приведённые к единой оси времени.

Полный программный код на языке *C#*, реализующий приведение измерений к общей оси времени, приведён в Приложении Б.

Кластеризация данных в C#. Для реализации алгоритмов определения числа кластеров и непосредственно кластеризации использованы классы библиотеки *Accord.NET* и реализованы: алгоритм Сьюгер-Джеймса для определения числа кластеров в исходных данных; *EM*-алгоритм кластеризации данных с инициализацией начальных приближений по алгоритму *k-means*++ [102, 113, 134]; алгоритм кластеризации *k-means* (*k*-средних) [73, 99, 134].

Наличие нескольких алгоритмов определения числа кластеров и кластеризации позволяет для каждого узла нагрузки подобрать оптимальное сочетание алгоритмов с целью получения наиболее корректного результата.

Алгоритм вторых производных степени трансформации для определения числа кластеров реализован в виде скрипта, написанного на языке программирования *Python*. Такой подход применён потому, что при использовании библиотеки *Accord.NET* не наблюдается выявленное при прототипировании свойство графиков вторых производных степени трансформации отмечать реальное число кластеров. Расхождение в результатах связано с различными подходами при реализации алгоритмов кластеризации в библиотеках *Accord.NET* для *C#* и *scikit-learn* для *Python* [134, 135].

Код на языке программирования *Python*, который реализует алгоритм второй производной степени трансформации для определения числа кластеров, приведён в Приложении В.

Линейная и полиномиальная регрессии данных в C#. Для реализации регрессии в *C#* с определением линейной модели СХН использован класс *Fit* библиотеки *MathNet.Numerics*. Из класса *Fit* выбрана функция *Line()*, позволяющая получить коэффициенты линейной регрессии: наклона и сдвига по оси ординат.

Для реализации регрессии с определением полиномиальной модели СХН написан код для оптимизационного алгоритма. Код приведён в Приложении Г.

При определении полиномиальной модели СХН на основе всех загруженных данных без кластеризации и без учёта реакции сети использована функция *Polynomial()*.

Пользовательский интерфейс и рисование фигур в C#. Основная форма настольного приложения приведена на рисунке 6.1. На рисунке 6.2 представлено окно привязки измерений к присоединениям.

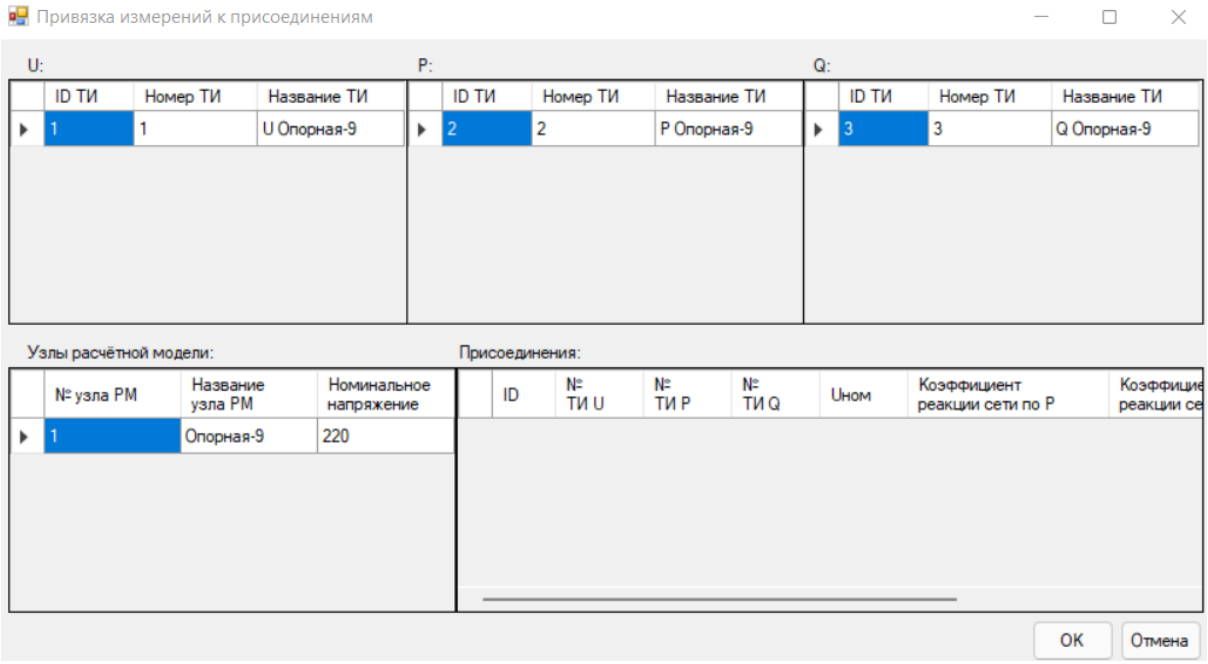


Рисунок 6.2 – Окно привязки измерений к присоединениям

Процесс привязки измерений к присоединениям осуществляется переносом измерения или узла расчётной модели в поле «Присоединения» (рисунок 6.2). При переносе измерений в поле «Присоединения» отображается *ID* измерения. Название присоединения соответствует первому перенесённому измерению, а *ID* присоединения генерируется автоматически как порядковый номер переносимого элемента. При переносе измерений в уже созданное присоединение, его *ID* и

название не меняются, а в полях *ID* измерений отображаются *ID* перенесённых измерений. При переносе узла расчётной модели в поле «Присоединения» *ID* присоединения становится равным номеру узла расчётной модели, номинальное напряжение – номинальному напряжению узла, а название присоединения – названию узла. При переносе узла расчётной модели в уже созданное присоединение, *ID* присоединения, номинальное напряжение и название узла перезаписываются.

Для отображения результатов реализовано построение графиков в *WindowsForms*. Для построения эллипсов рассеивания, соответствующих результатам работы *EM*-алгоритма, написана функция построения эллипса рассеивания, код которой частично представлен в Приложении Д.

6.5 Тестирование программы

В рамках общего тестирования выполняется последовательность операций согласно алгоритмам, описанным в главе 2.

Результаты тестирования представлены на рисунках 6.3–6.41.

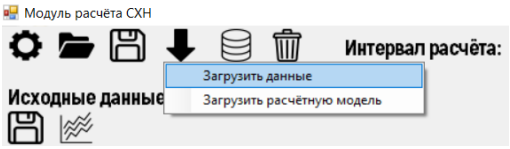


Рисунок 6.3 – Выбор загрузки данных в систему

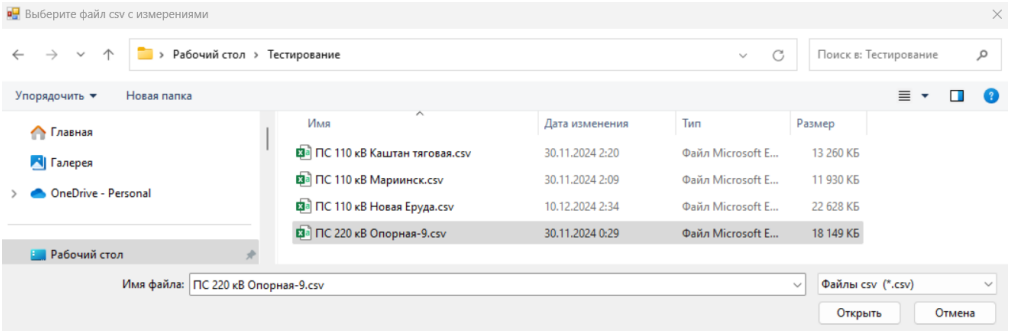
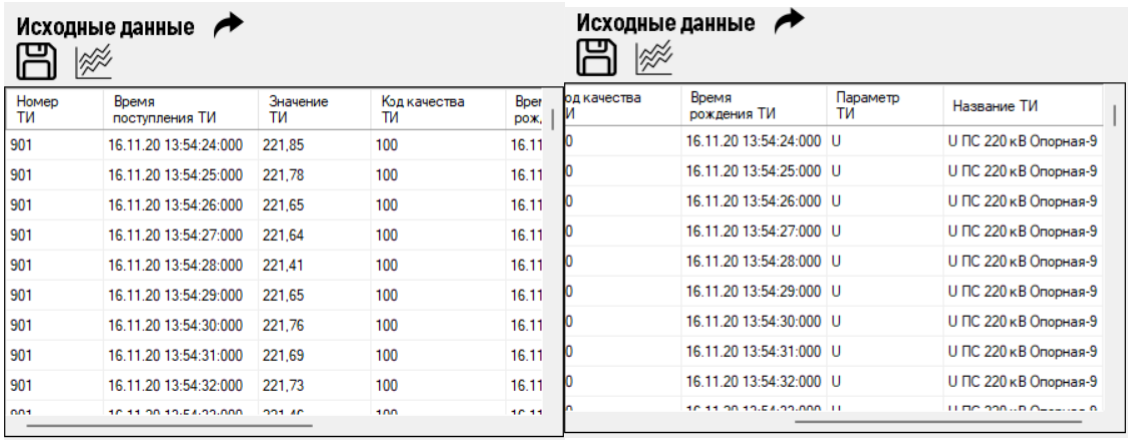


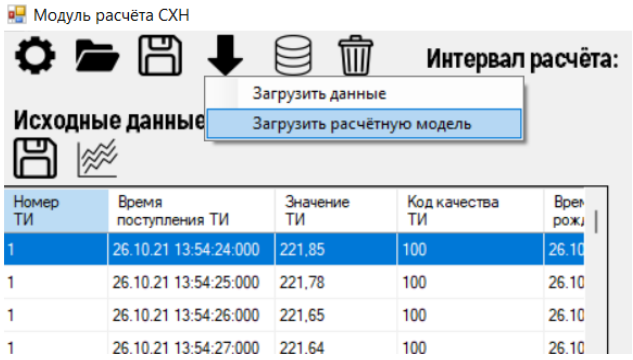
Рисунок 6.4 – Диалоговое окно выбора файлов измерений для загрузки в систему



Номер ТИ	Время поступления ТИ	Значение ТИ	Код качества ТИ	Врем рож.
901	16.11.20 13:54:24:000	221,85	100	16.11
901	16.11.20 13:54:25:000	221,78	100	16.11
901	16.11.20 13:54:26:000	221,65	100	16.11
901	16.11.20 13:54:27:000	221,64	100	16.11
901	16.11.20 13:54:28:000	221,41	100	16.11
901	16.11.20 13:54:29:000	221,65	100	16.11
901	16.11.20 13:54:30:000	221,76	100	16.11
901	16.11.20 13:54:31:000	221,69	100	16.11
901	16.11.20 13:54:32:000	221,73	100	16.11

Код качества ТИ	Время рождения ТИ	Параметр ТИ	Название ТИ
0	16.11.20 13:54:24:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:25:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:26:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:27:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:28:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:29:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:30:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:31:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9
0	16.11.20 13:54:32:000	U	U ПС 220 кВ Опорная-9

Рисунок 6.5 – Результат загрузки данных в систему



Номер ТИ	Время поступления ТИ	Значение ТИ	Код качества ТИ	Врем рожд
1	26.10.21 13:54:24:000	221,85	100	26.10
1	26.10.21 13:54:25:000	221,78	100	26.10
1	26.10.21 13:54:26:000	221,65	100	26.10
1	26.10.21 13:54:27:000	221,64	100	26.10

Рисунок 6.6 – Выбор загрузки расчётной модели в систему

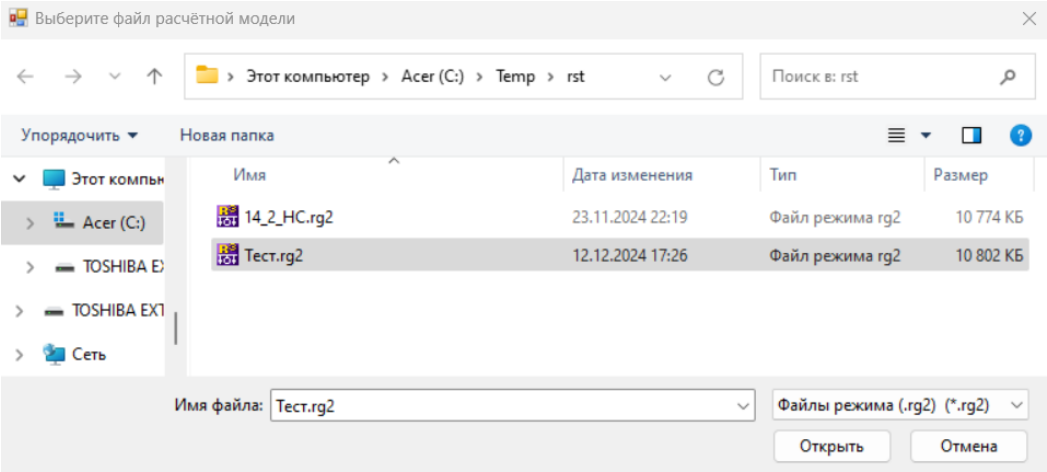


Рисунок 6.7 – Выбор файла с расчётной моделью для загрузки в систему

Рисунок 6.8 – Выбор привязки измерений к присоединениям

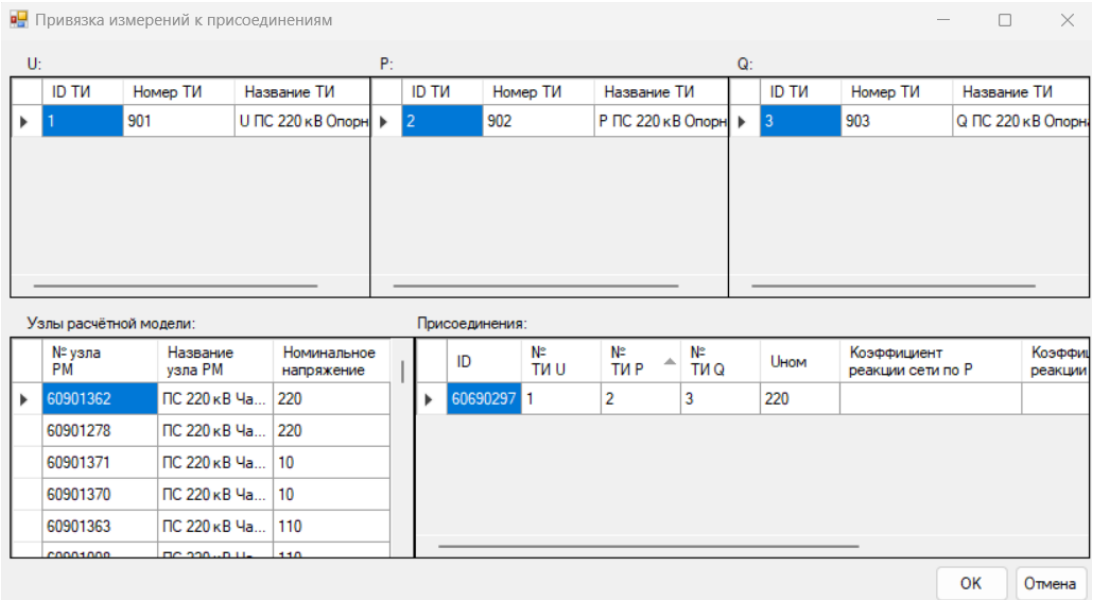


Рисунок 6.9 – Результат привязки измерений к присоединению в окне «Привязка измерений к присоединениям»

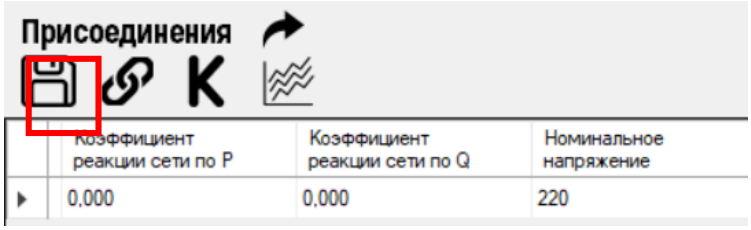


Рисунок 6.10 – Расчёт коэффициентов реакции сети

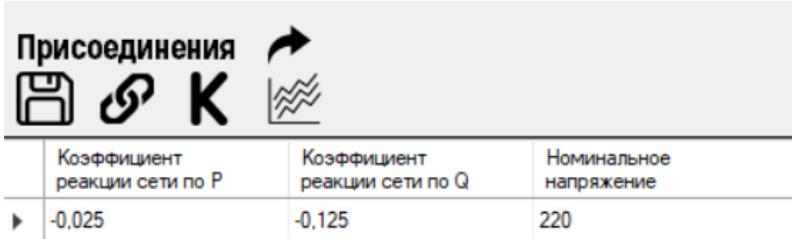


Рисунок 6.11 – Результаты расчёта коэффициентов реакции сети

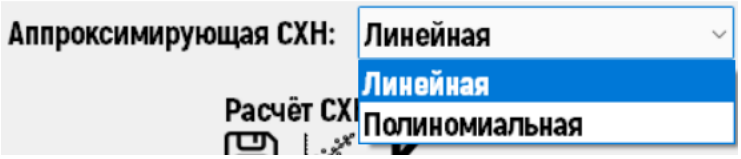


Рисунок 6.12 – Выбор типа аппроксимирующей СХН (линейная)

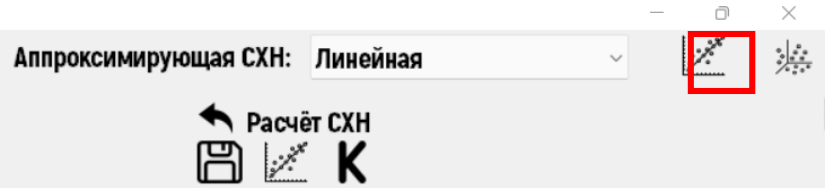
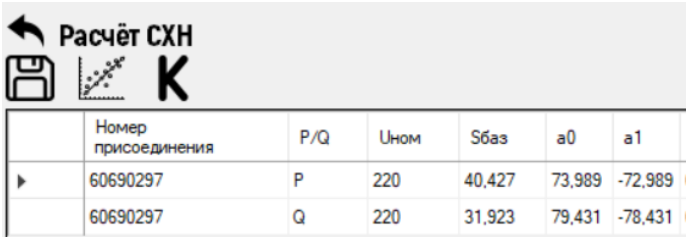
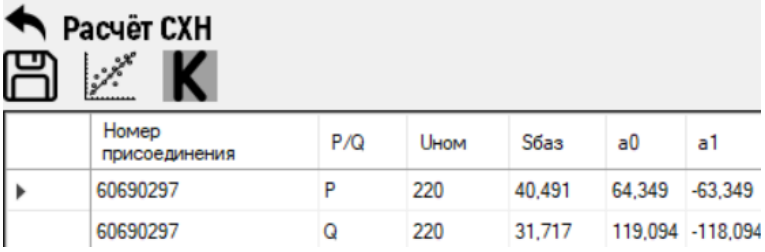


Рисунок 6.13 – Выбор расчёта СХН



Номер присоединения	P/Q	Uном	Sбаз	a0	a1
60690297	P	220	40,427	73,989	-72,989
60690297	Q	220	31,923	79,431	-78,431

Рисунок 6.14 – Результаты расчёта линейной СХН без учёта реакции сети



Номер присоединения	P/Q	Uном	Sбаз	a0	a1
60690297	P	220	40,491	64,349	-63,349
60690297	Q	220	31,717	119,094	-118,094

Рисунок 6.15 – Результаты расчёта линейной СХН с учётом реакции сети (нажать иконку с буквой «К» и выполнить расчёт заново (рисунок 6.13))

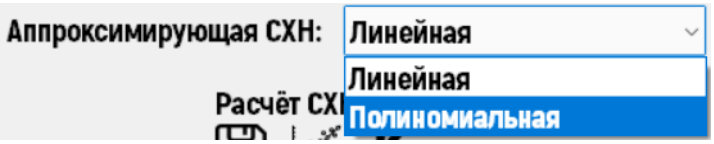
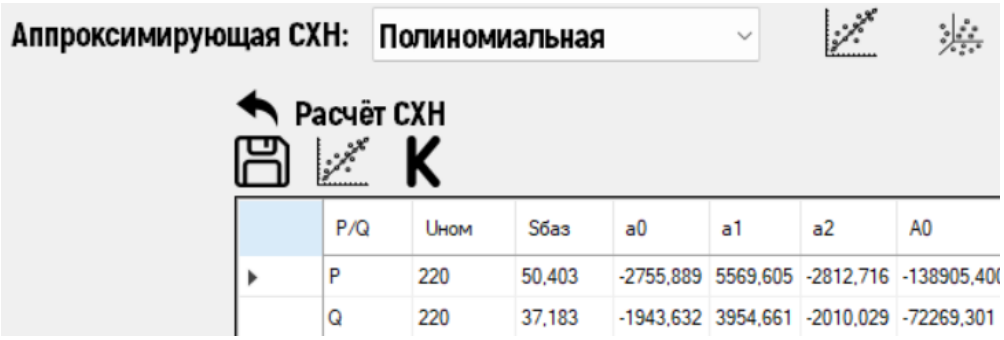


Рисунок 6.16 – Выбор полиномиальной СХН



P/Q	Uном	Sбаз	a0	a1	a2	A0
P	220	50,403	-2755,889	5569,605	-2812,716	-138905,40
Q	220	37,183	-1943,632	3954,661	-2010,029	-72269,301

Рисунок 6.17 – Результаты расчёта полиномиальной СХН

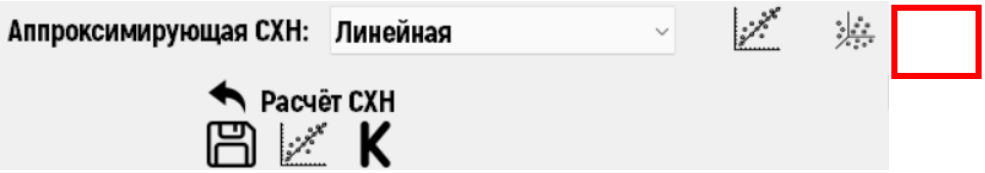
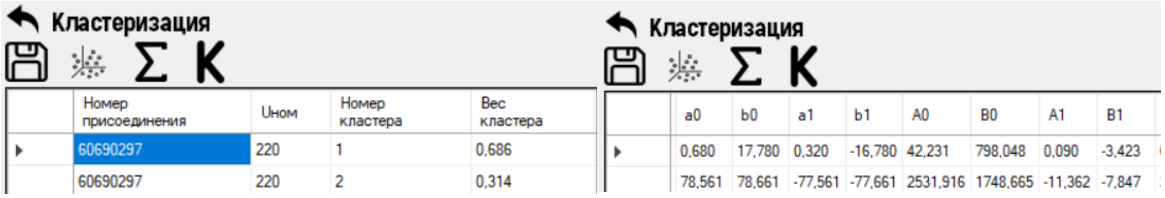


Рисунок 6.18 – Выбор кластеризации данных



Номер присоединения	Uном	Номер кластера	Вес кластера
60690297	220	1	0,686
60690297	220	2	0,314

a0	b0	a1	b1	A0	B0	A1	B1
0,680	17,780	0,320	-16,780	42,231	798,048	0,090	-3,423
78,561	78,661	-77,561	-77,661	2531,916	1748,665	-11,362	-7,847

Рисунок 6.19 – Результаты кластеризации данных без учёта реакции сети

Рисунок 6.20 – Выбор расчёта средневзвешенных коэффициентов

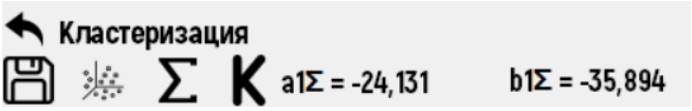


Рисунок 6.21 – Результаты расчёта средневзвешенных коэффициентов для всех кластеров

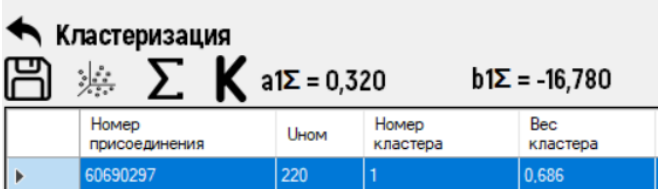


Рисунок 6.22 – Результаты расчёта средневзвешенных коэффициентов для выбранных кластеров (кластер 1)

Рисунок 6.23 – Результаты кластеризации данных с учётом реакции сети

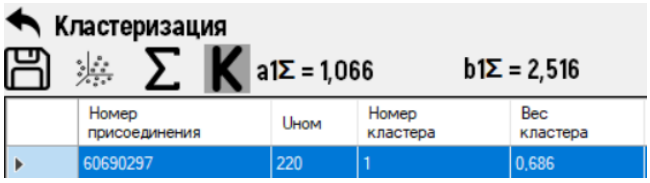


Рисунок 6.24 – Расчёт средневзвешенных коэффициентов с учётом реакции сети для выбранных кластеров (кластер 1)

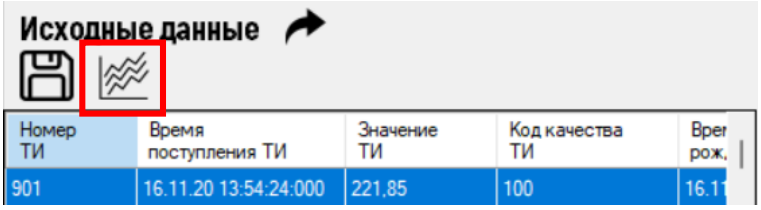


Рисунок 6.25 – Построение графика зависимости от времени выбранного измерения

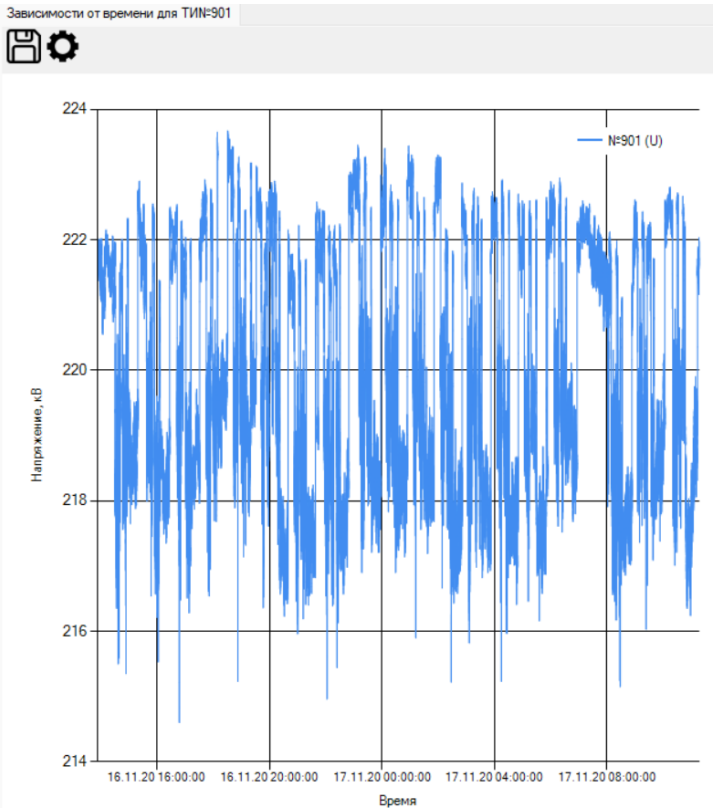


Рисунок 6.26 – График зависимости от времени выбранного измерения

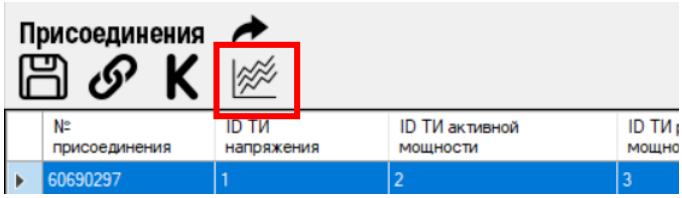


Рисунок 6.27 – Построение графиков зависимостей от времени для присоединений

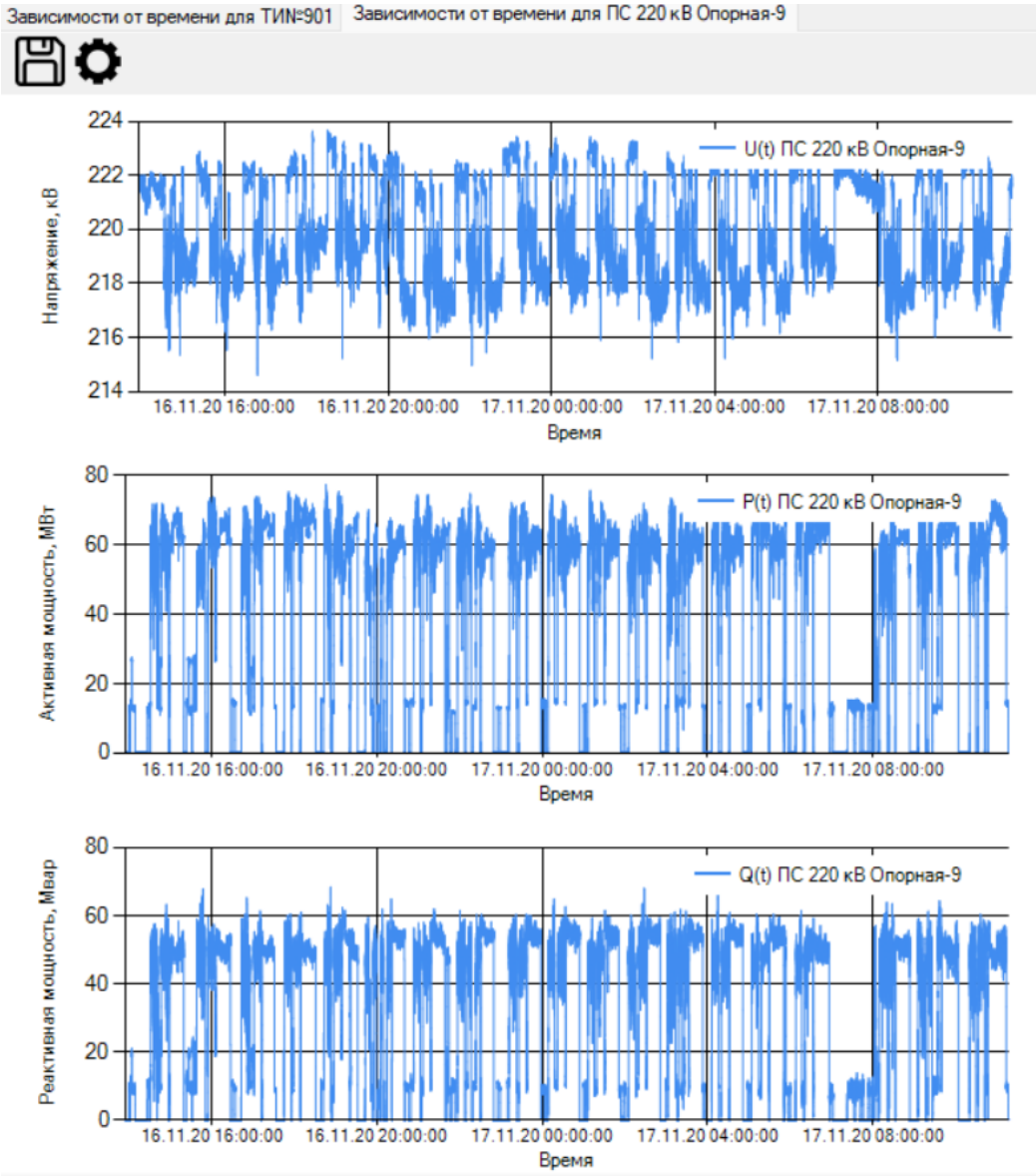
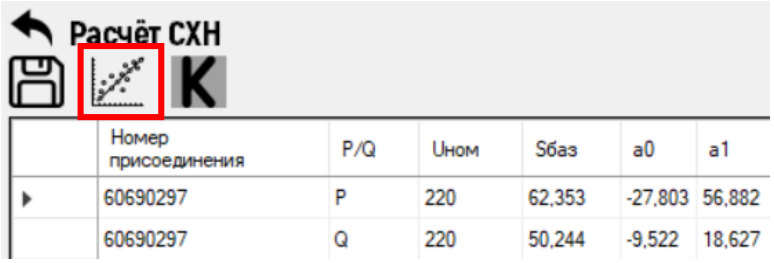


Рисунок 6.28 – Графики зависимостей от времени для присоединений



	Номер присоединения	P/Q	Uном	Sбаз	a0	a1
▸	60690297	P	220	62,353	-27,803	56,882
	60690297	Q	220	50,244	-9,522	18,627

Рисунок 6.29 – Выбор построения графика СХН

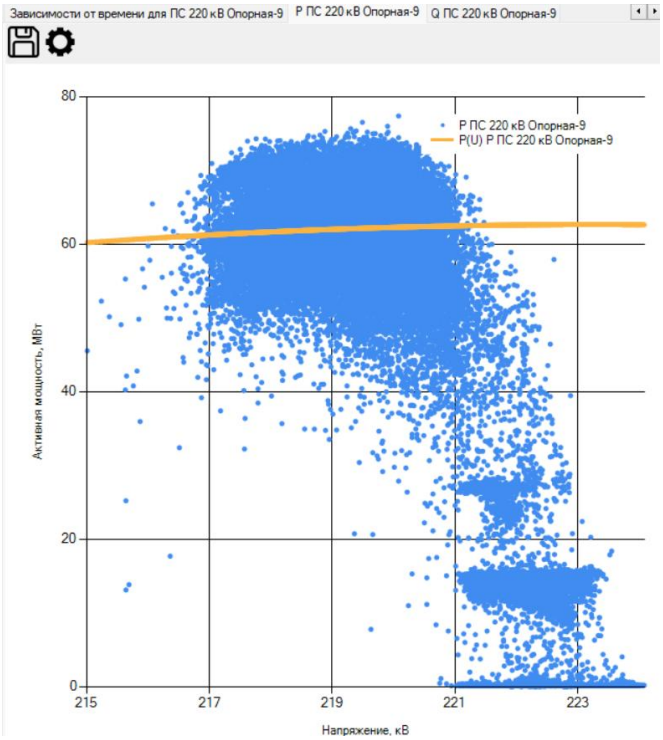


Рисунок 6.30 – График полиномиальной СХН по напряжению для активной мощности с учётом реакции сети

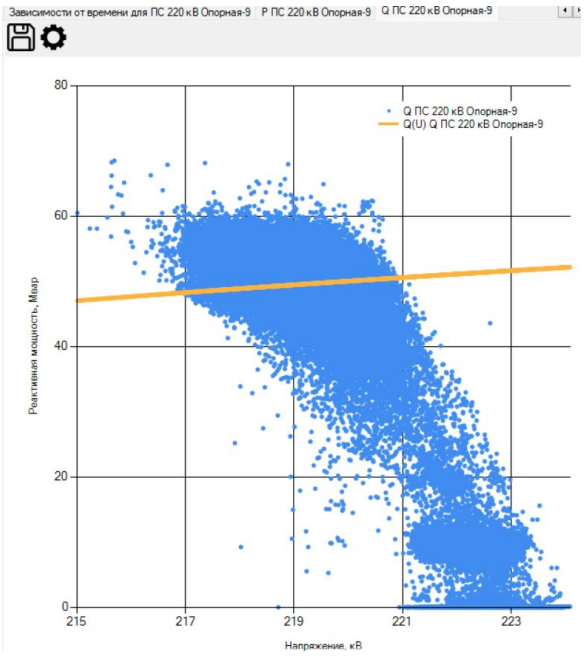


Рисунок 6.31 – График полиномиальной СХН по напряжению для реактивной мощности с учётом реакции сети

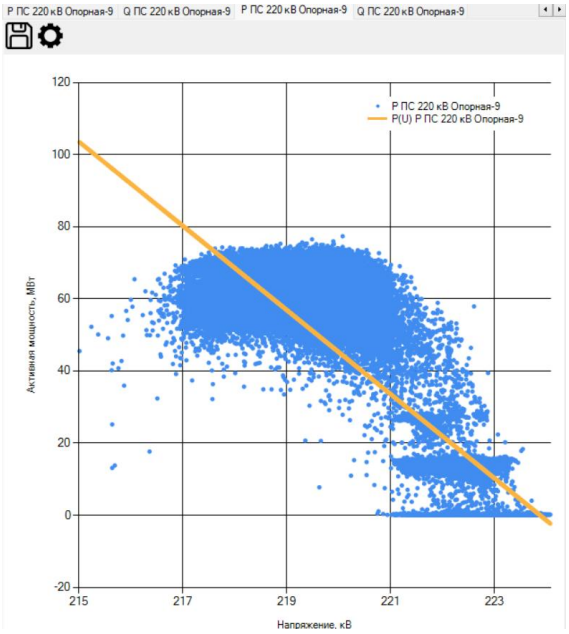


Рисунок 6.32 – График линейной СХН по напряжению для активной мощности с учётом реакции сети

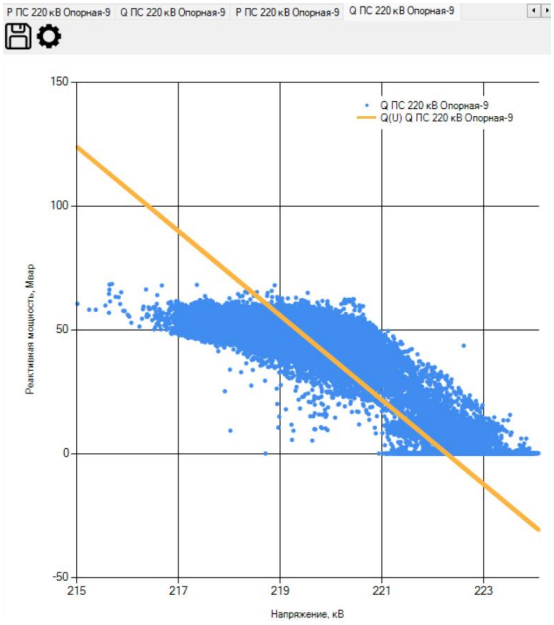


Рисунок 6.33 – График линейной СХН по напряжению для реактивной мощности с учётом реакции сети

Рисунок 6.34 – Выбор построения графиков кластеризации

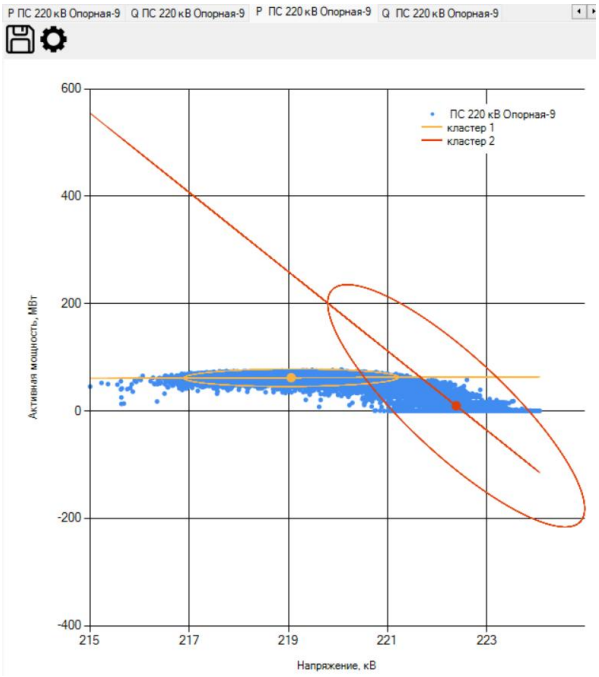


Рисунок 6.35 – Графики кластеризации: эллипсы рассеивания и линии регрессии с учётом реакции сети в координатах $P(U)$

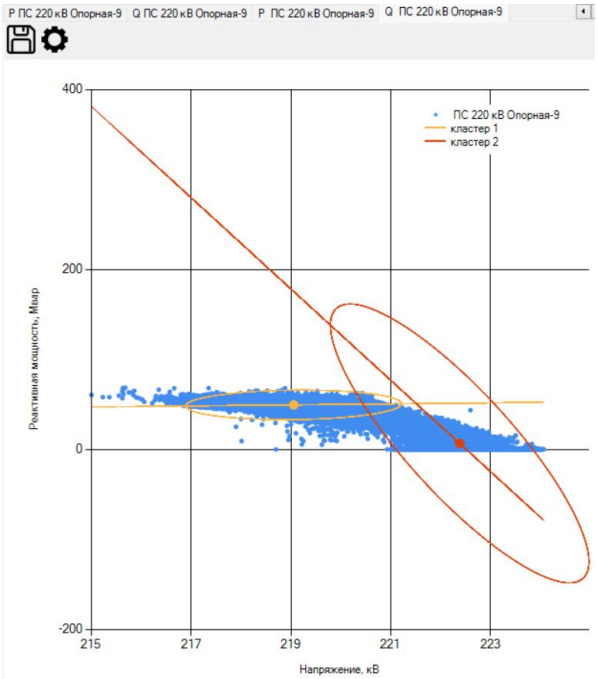


Рисунок 6.36 – Графики кластеризации: эллипсы рассеивания и линии регрессии с учётом реакции сети в координатах $Q(U)$

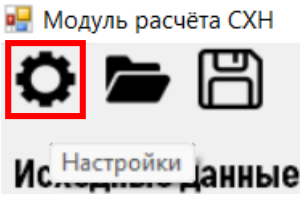


Рисунок 6.37 – Вызов настроек программы

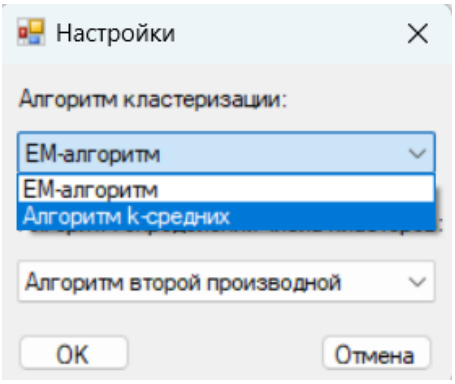


Рисунок 6.38 – Изменение алгоритма кластеризации на алгоритм *k*-средних

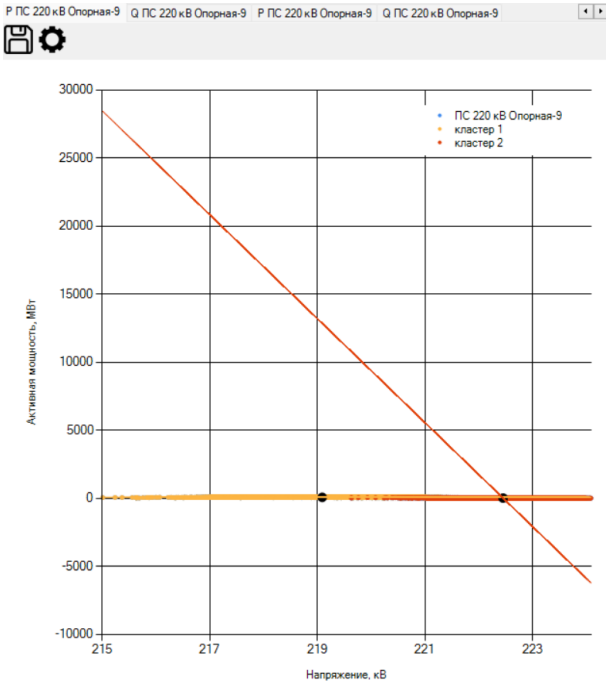


Рисунок 6.39 – График рассеивания активной мощности после изменения алгоритма кластеризации на алгоритм *k*-средних

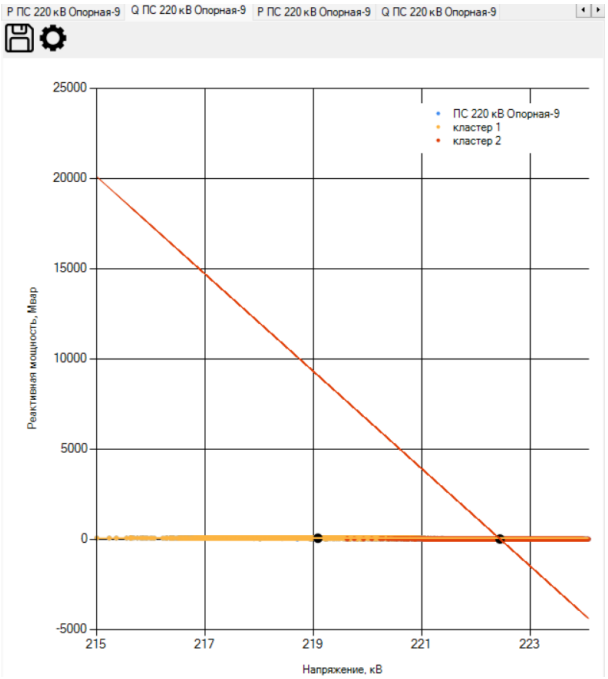


Рисунок 6.40 – График рассеивания активной мощности после изменения алгоритма кластеризации на алгоритм *k*-средних

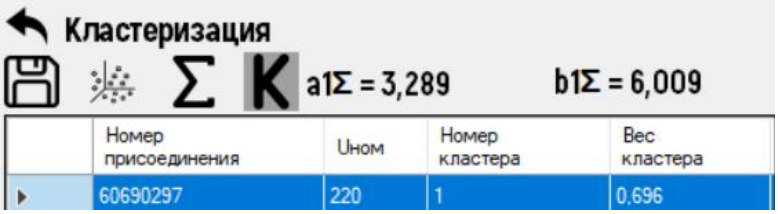


Рисунок 6.41 – Результаты расчёта коэффициентов линейных СХН после изменения алгоритма кластеризации на алгоритм *k*-средних

При тестировании выяснено, что разработанное настольное приложение выполняет свои функции. Корректно отображаются эллипсы рассеивания кластеров и учтено, что при наличии реакции сети, эллипсы рассеивания искажаются.

На примере ПС 220 кВ Опорная-9 продемонстрировано, что полученная полиномиальная СХН на интервале изменения напряжения практически совпадает с линейной СХН. Из рисунков 6.32–6.33 следует, что при отсутствии кластеризации линейная СХН даже с учётом «реакции сети» будет некорректно отражать поведение нагрузки – значительное снижение мощности при увеличении напряжения.

При разработке принято решение использовать ручной отбор кластеров, так как для определённых исследований может понадобиться выявить не наиболее значимые состояния нагрузки, а, например, только одно состояние с заданными напряжением, активной и реактивной мощностями. Например, для нагрузки ПС 220 кВ Опорная-9 выбранный кластер отобран в соответствии с критериями, описанными в главе 2, вручную.

На этом же примере видно, что изменение алгоритма кластеризации приводит к увеличению коэффициента наклона линейных СХН, что может приводить к значительным отклонениям от реального поведения нагрузки. Как показано в главе 5, полученные с использованием *EM*-алгоритма СХН, корректно отображают поведение нагрузки, поэтому увеличенные значения коэффициентов наклона линейной СХН, полученные с помощью алгоритма *k*-средних, не отображают реальное поведение узла нагрузки.

6.5.1 Оценка быстродействия

В таблице 6.1 представлено сравнение быстродействия программы и кода, написанного на языке программирования *Python* при прототипировании.

Таблица 6.1 – Сравнение быстродействия

Способ выполнения	Реализация на языке *C#*	Реализация на языке *Python*
Время выполнения, с	100	1500

Видно, что даже с учётом операций, производимых пользователем в вручную, время выполнения кода на языке *C#* в 15 раз меньше, чем время выполнения кода на языке *Python*.

Таким образом, можно сделать вывод, что выполнение программы на языке C# является наиболее оптимальным вариантом с точки зрения быстродействия.

6.5.2 Оценка величин предельных перетоков активной мощности в контролируемых сечениях при использовании расчётных и типовых моделей статических характеристик нагрузки

Для оценки влияния корректировки коэффициентов СХН по напряжению относительно типовых коэффициентов выполнены расчёты предельных по статической апериодической устойчивости перетоков активной мощности в КС в районе размещения узлов нагрузки.

При выполнении процедуры утяжеления использовано программное обеспечение [136], в котором траектория утяжеления формируется автоматически на основе анализа матрицы Якоби и отбора наиболее влияющих на переток активной мощности генерирующих узлов.

Результаты расчёта приведены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Результаты расчёта предельных перетоков активной мощности

Наименование КС	Среднее значение $P_{пред}$ за сутки при типовых коэффициентах СХН, МВт	Среднее значение $P_{пред}$ за сутки при скорректированных коэффициентах СХН, МВт	Средняя разница за сутки, МВт	Модуль средней разницы за сутки, %
Мариинск (транзит)	121,236	101,723	-19,513	16,095
Ново-Анжерская – Иверка (транзит)	156,991	147,35	-9,641	6,141
Ачинск тяговая – Каштан тяговая	270,016	282,94	12,924	4,786
Раздолинское	417,233	380,99	-36,243	8,687
Новокузнецкая – НКАЗ	1037,035	1161,484	124,449	12,000

По результатам таблицы 6.2 следует, что предельные перетоки активной мощности в КС изменяются при изменении коэффициентов СХН в узлах нагрузки, близких к КС. Это связано с тем, что при утяжелении режима и изменении напряжения в сети мощность нагрузки также изменяется, и, чем сильнее отличие расчётной СХН от типовой, тем больше будет отличие в величине $P_{пред}$. Максимальное относительное отклонение предельного по статической апериодической устойчивости перетока составило 16,095 %, абсолютное максимальное отклонение мощности достигает 124,449 МВт, что существенно влияет как на работу автоматических ограничителей перетока активной мощности в КС, так и на планирование режимов.

6.6 Выводы по главе 6

1. Для реализации алгоритмов, описанных в главах 2–4, написано программное обеспечение с графическим интерфейсом. Выполнено предварительное прототипирование на языке *Python*, основная разработка выполнена на языке *C#*.
2. Для расчёта коэффициентов «реакции сети» организовано взаимодействие с ПК *RastrWin*3 через интерфейс *IRastr* и библиотеку *Astra.dll*.
3. Выбор языка *C#* связан с высоким быстродействием при выполнении кластеризации и регрессии по сравнению с аналогичными операциями, выполняемыми на языке *Python*.
4. При кластеризации данных *EM*-алгоритмом с использованием библиотеки *Accord.NET* алгоритм определения числа кластеров по значению второй производной степени трансформации на языке *C#* дал результаты, отличающиеся от полученных при прототипировании на языке *Python* с использованием библиотеки *scikit-learn*. Для обеспечения корректной работы алгоритма, его реализация выполнена через вызов скрипта *Python*.

5. Тестирование показало работоспособность программного обеспечения и корректность выполнения функций.

6. Предусмотрена возможность изменения алгоритма кластеризации: *EM*-алгоритм на *k*-средних. Продемонстрировано, что изменение алгоритма кластеризации может оказывать влияние на итоговые коэффициенты СХН.

7. Для получения итоговых моделей СХН предусмотрена возможность регрессии с учётом «реакции сети» без предварительной кластеризации массивов измерений. Результаты тестирования показали, что такой подход к учёту «реакции сети» может приводить к погрешностям и аномально большим значениям коэффициентов наклона линейной СХН или коэффициентов при второй и первой степенях полиномиальной СХН по напряжению. Таким образом, выполнение кластеризации позволяет повысить точность получаемых моделей СХН.

8. При анализе влияния рассчитанных коэффициентов СХН на значение предельных по статической апериодической устойчивости перетоков активной мощности в КС установлено, что изменение коэффициентов СХН в узлах нагрузки может оказывать существенное влияние на величину предельного перетока. Максимальное относительное отклонение предельного по статической апериодической устойчивости перетока для исследуемых КС составило 16,095%, абсолютное максимальное отклонение мощности – 124,449 МВт, что может оказать влияние на управление режимами, на их планирование, в частности, на работу автоматических регуляторов и ограничителей перетока активной мощности в КС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе изложены научно-технические решения, направленные на повышение точности моделей СХН по напряжению, получаемых по измерениям режимных параметров в пассивном эксперименте, для моделирования узлов нагрузки в расчётных моделях ЭЭС.

Решения направлены на выделение состояний нагрузки, наблюдаемых в массивах измерений; преобразование параметров распределения выделенных состояний для учёта влияния «реакции сети»; отбор значимых состояний нагрузки; определение линейных моделей СХН по напряжению; оптимизационный расчёт коэффициентов полиномиальных моделей СХН по линейным моделям.

Результаты диссертационного исследования заключаются в следующем:

1. Модифицирован алгоритм Сьюгер-Джеймса для определения числа кластеров, и подтверждена корректность его работы на тестовых и экспериментальных измерениях. Модификация обладает преимуществами существующего алгоритма – возможность установления структуры разделяемых данных, при этом, корректно определяя число состояний нагрузки, даже при высокой плотности измерений и наличии визуально различимых подмножеств;
2. Исследованы зависимости степени влияния «реакции сети», выраженной в виде значений коэффициентов по активной k_P и реактивной k_Q мощностей от сетевых и режимных параметров. Представлены мероприятия, позволяющие снизить степень влияния «реакции сети» на измерения пассивного эксперимента;
3. Применена трёхмерная кластеризация измерений в координатах напряжения U, активной P и реактивной Q мощностей для выделения состояний нагрузки, что позволило перейти от задачи регрессии исходных данных с большой обусловленностью системы уравнений, решаемой по методу наименьших

квадратов, к задаче регрессии по каждому выделенному кластеру со сниженным значением дисперсии по P и Q;

4. Формализованы критерии отбора наиболее значимых кластеров для идентификации итоговых линейных моделей СХН. В качестве критериев отбора использованы веса кластеров w и значения определителей ковариационных матриц $|\mathbf{K}|$. В результате отбора наиболее значимых кластеров решаются задачи фильтрации измерений и учёта только тех состояний нагрузки, которые характеризуются выраженной зависимостью мощности нагрузки от напряжения при определении линейных моделей СХН;

5. Разработана методика получения полиномиальных моделей СХН по измерениям режимных параметров в пассивном эксперименте, учитывающих влияние «реакции сети». Методика основана на оптимизации методом множителей Лагранжа с ограничениями типа равенств и позволяет получить коэффициенты полиномиальных моделей СХН по напряжению для активной и реактивной мощностей, а также значение напряжения в узле нагрузки, при котором происходит изменение знака регулирующего эффекта нагрузки;

6. Выполнена апробация методики идентификации моделей СХН на экспериментальных измерениях параметров режима в узлах нагрузки. Результаты апробации свидетельствуют о достаточной точности полученных моделей и о необходимости использования в расчётных моделях ЭЭС этих моделей СХН, а не типовых;

7. Выполнена программная реализация методики идентификации СХН в режиме реального времени с возможностью расчёта линейных и полиномиальных моделей и визуализацией результатов.

8. Оценено влияние внедрения корректных моделей СХН на величины предельных по статической апериодической устойчивости перетоков активной мощности в контролируемых сечениях. Установлено, что максимальное относительное отклонение предельного по статической апериодической устойчивости перетока составило 16,095 %, абсолютное максимальное отклонение

мощности достигло 124,449 МВт, что может оказать значительное влияние как на планирование режимов, так и на управление режимами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко, И.В. Методы вероятностного моделирования в расчетах характеристик электрических нагрузок потребителей / И.В. Жежеленко, Е.А. Кротков, В.П. Степанов. – М.: Энергоатомиздат, 2003. – 220 с.

2. Гуревич, Ю.Е. Применение математических моделей электрической нагрузки в расчетах устойчивости энергосистем и надежности электроснабжения промышленных потребителей / Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова. – Текст: непосредственный //Математическое моделирование: пособие для специалистов / Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова – Москва: ЭЛЕКС-КМ, 2008. – ISBN 978-5-93815-045-4 (В пер.) – 246 с.

3. Богатырев, Л.Л. Математическое моделирование режимов электроэнергетических систем в условиях неопределенности / Л.Л. Богатырев, В.З. Манусов, Д. Содномдорж. – Улан-Батор: Изд-во Типографии МГТУ, 1999. – 348 с.

4. Uncertainties in Modern Power Systems / Ed. by A.F. Zobaa, S.H.E. Abdel Aleem. – Elsevier Inc., 2022. – 686 p. DOI: 10.1016/C2019-0-01693-7.

5. Experimental determination of the ZIP coefficients for modern residential, commercial, and industrial loads / A. Bokhari, A. Alkan, R. Dogan, M. Diaz-Aguiló, F. de León, D. Czarkowski, Z. Zabar, L. Birenbaum, A. Noel, R. E. Uosef // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2014. – V. 29, №3. – P. 1372-1381.

6. Yuting, J. Data-Driven Load Modeling and Forecasting of Residential Appliances / J. Yuting, E. Buechler, R. Rajagopal // IEEE Transactions on Smart Grid. – 2018. – V.11. – P. 2652-2661.

7. International industry practice on power system load modeling / J. V. Milanovic, K. Yamashita, S. Martinez Villanueva, S. Z. Djokic, L. M. Korunovic // IEEE Transactions on Power Systems. – 2013. – V.28, №3. – P. 3038-3046.

8. Fundamental study on the influence of dynamic load and distributed energy resources on power system short-term voltage stability / A. Boričić, J. Luis, R. Torres, M. Popov // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. – 2021. – V.131, №2. – P. 1–12. DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.107141.

9. Effect of load modeling on power system stability studies / I.D. Pasiopoulou, E.O. Kontis, T.A. Papadopoulos, G.K. Papagiannis // Electric Power Systems Research. – 2022. – V.207. – P. 1–15. DOI: 10.1016/j.epsr.2022.107846.

10. Load modeling for power flow and transient stability computer studies / W. W. Price, K. A. Wirgau, A. Murdoch, J. V. Mitsche, E. Vaahedi, M. El-Kady // IEEE Transactions on Power Systems. – 1988. – V.3 – №1. – P. 180–187. DOI:10.1109/59.43196.

11. Kundur, P. Power System Stability and Control: EPRI power system engineering series / P. Kundur; Ed. by N. J. Balu, M. G. Lauby. – New York: McGraw-hill Education, 1994. – 1176 p. – ISBN 978-0070359581.

12. Taylor, C. W. Power system voltage stability: EPRI power system engineering series / C. W. Taylor; Ed. by N. J. Balu, D. Maratukulam. – New York: McGraw-Hill, 1994. – 273 p. – ISBN 978-0070631847.

13. Load Modeling Using Genetic Algorithms / Z.-Y. Dong, J. Ma, R.-M. He, D.J. Hill // Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), 25–28 September 2007 / Singapore, 2007. – P. 2909–2916. DOI: 10.1109/CEC.2007.4424841.

14. Гуревич, Ю.Е. Устойчивость нагрузки электрических систем / Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова, Э. А. Хачатрян. – М.: Энергоиздат, 1981. – 208 с.

15. Учет статических характеристик нагрузки при расчетах режимов энергосистем / Д.Н. Дадонов, В.Г. Гольдштейн, Е.А. Кротков, М.М. Птичкин. – Текст: непосредственный // Изв. высш. учеб. заведений. Электромеханика. – 2011. – №3. – С. 35–37.

16. Горнштейн В.М. Статические характеристики потребителей / В.М. Горнштейн // Электрические станции. – М.: Госэнергоиздат, 1940. – №5-6.

17. Обухов С.Г. Математическое моделирование в системах электроснабжения: учебное пособие / С.Г.Обухов; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 84 с.

18. Measurement-based Static Load Modeling Using the PMU Data Installed on the University Load / S. Han, J. Kim, B. Lee, H. Song, H. Kim, J. Shin, T. Kim // Journal of Electrical Engineering and Technology. – 2012. – V.7, №5. – P. 653–658. DOI: 10.5370/JEET.2012.7.5.653.

19. A composite load model aggregation method and its equivalent error analysis / P. Wu, X. Zhang, C. Lu, Y. Wang, H. Ye, X. Ling // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. – 2023. – V.150, №5. – P. 1–12. DOI: 10.1016/j.ijepes.2023.109098.

20. Экспериментальные исследования режимов энергосистем / [Л.М. Горбунова, М.Г. Портной, Р.С. Рабинович и др.]; Под ред. С.А. Совалова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 447 с.

21. Портной М.Г. Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости [Текст]. –М.: Энергия, 1978. – 352 с.

22. ERPI. Advanced Load Modeling – Entergy Pilot Study: Tech. Rep. // EPRI, Palo Alto, CA, and Entergy Inc. – New Orleans, LA, 2004. – 1011391.

23. Analysis of exponential and polynomial load models using newton-raphson method with hybrid power flow controller / S. Ram, S. Daram, P. S. Venkataramu, M. Nagaraj // International Journal of Control and Automation. – 2018. – V.11, №11. – P. 43–56. DOI: 10.14257/ijca.2018.11.11.04.

24. Hossan, M. S. Comparison of the ZIP load model and the exponential load model for CVR factor evaluation / M. S. Hossan, H. M. Mesbah Maruf, B. Chowdhury // 2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting. – 2017. – P. 1–5. DOI: 10.1109/PESGM.2017.8274490.

25. CIGRE Task Force Load Modelling and Dynamics // Electra. – 1990. – № 130. – P. 123–141.

26. Component-based aggregate load models for combined power flow and harmonic analysis / A.J. Collin, J.L. Acosta, B.P. Hayes, S.Z. Djokic // 7th Mediterranean

Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MedPower 2010). – 2010. – P. 1–10. DOI: 10.1049/cp.2010.0901.

27. Kepka, J. Load modelling for power system analysis / J. Kepka // Poland: Wroclaw University of Technology. – 2014. – P. 1–4.

28. Measurement-based load modeling using transfer functions for dynamic simulations / I. Visconti, D. Lima, J.M.C. Costa, N.B.C. Sobrinho // IEEE Transactions on Power Systems. – 2014. – V.29, №.1. – P. 111–120.

29. Шувалова, А.А. Разработка автоматизированной системы управления перетоком активной мощности по линии электропередач в вынужденном режиме: дис. … канд. техн. наук: 2.3.3 / Шувалова Алена Александровна. – Омск, 2022. – 153 с.

30. Гуревич, Ю.Е. Расчёты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова, А.А. Окин – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 390 с.

31. Research on component-based approach load modeling based on energy management system and load control system / L. Zhu, X. Li, H. Ouyang, Y. Wang, W. Liu, K. Shao // IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies. – 2012. – P. 1–6. DOI: 10.1109/ISGT-Asia.2012.6303137.

32. CIGRE WG C4.065 Recommendations on Measurement Based and Component Based Load Modelling Practice. / Z.Y. Dong, A. Borghetti, K. Yamashita, A. Gaikwad, P. Pourbeik, J.V. Milanovic // CIGRE SC C4 Colloquium: Fusion of Lightning Researchand Practice for Power System in the Future. – Hakodate, Japan. – 2012. – 7p.

33. An 11 kV steady state residential aggregate load model. Part 1: Aggregation methodology / A.J. Collin, I. Hernando-Gil, J.L. Acosta, S.Z. Djokic // 2011 IEEE Trondheim PowerTech. – 2011. – P. 1–8. DOI: 10.1109/PTC.2011.6019381.

34. Using System Disturbance Measurement Data to Develop Improved Load Models / A. Maitra, A. Gaikwad, P. Zhang, M. Ingram, D.L. Mercado, W.D. Woitt // Proceedings of the IEEE Power Systems Conference and Exposition (PSCE’06), 29 October – 1 November 2006. – Atlanta, USA. – 2006. – P. 1446–1551. DOI: 10.1109/PSCE.2006.296230.

35. Application of Expectation Maximization Algorithm for Measurement-based Power System Load Modeling / A.V. Pankratov, N.L. Batseva, E.S. Polyakova, A.S. Tavlintsev, I.L. Lapatin, I.Y. Lipnitskiy // 2019 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 18-20 April 2019. – Tomsk: Tomsk IEEE Chapter. – 2019. – P. 1–5. DOI:10.1109/SIBCON.2019.8729610.

36. Load Model Identification using Steady-state Measurements for Power System Control / A.V. Pankratov, A.K. Zhuykov, V.I. Polishchuk, K.Yu. Postoyankova, A.A. Shuvalova // Journal of Physics: Conference Series: 5, Omsk, 16–17 March 2021. – Omsk, 2021. – V.1901, №1. – P. 012076.

37. Rodríguez, L. Measurement-based exponential recovery load model: Development and validation / L. Rodríguez, S. Pérez, J. Mora. – Dyna, 2015. – V.82. – P. 131–140.

38. A Real Application of Measurement-Based Load Modeling in Large-Scale Power Grids and its Validation / D. Han, J. Ma, R. He, Z. Dong // IEEE Transactions on Power Systems. – 2009. – V.24, №4. – P. 1756-1764. DOI: 10.1109/TPWRS.2009.2030298.

39. Reducing identified parameters of measurement-based composite load model / J. Ma, D. Han, R.-M. He, Z. Y. Dong, D. Hill // IEEE Transactions on Power Systems. – 2008. – V.23, №1. – P. 76–83. DOI: 10.1109/TPWRS.2007.913206.

40. Choi, B. Multiple solutions and plateau phenomenon in measurement-based load model development: issues and suggestions / B. Choi, H. Chiang // IEEE Transactions on Power Systems. – 2009. – V.24, №2. – P. 824-831. DOI: 10.1109/TPWRS.2009.2016462.

41. Leinakse, M. Identification of Intra-Day Variations of Static Load Characteristics Based on Measurements in High-Voltage Transmission Network / M. Leinakse, H. Kiristaja, J. Kilter // 2018 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe). – 2018. P. 1–6. DOI: 10.1109/ISGTEurope.2018.8571712.

42. Korunovic, L.M. Identification of static load characteristics based on measurements in medium voltage distribution network / L.M. Korunovic, D.P. Stojanovic, J.V. Milanovic // IET Generation, Transmission & Distribution. – 2008. – V.2, №2. – P. 227–234. DOI:10.1049/iet-gtd:20070091.

43. Leinakse, M. Estimation and Conversion of Static Load Models of Aggregated Transmission System Loads: Thesis for: PhD / M. Leinakse. – Tallinn: TalTech Press, 2022. – 176 p. DOI:10.23658/taltech.3/2022.

44. Wong, K.E. Component-based dynamic load modeling of a paper mill / K.E. Wong, M.E. Haque, M. Davies // Proceedings of 22nd Austral-asian Universities Power Engineering Conference (AUPEC). – Bali, Indonesia. – 2012. – P. 1–6.

45. A data-driven approach for online aggregated load modeling through intelligent terminals / Y. Tang, L. Zhu, J. Ning, Q. Wang // International Journal of Distributed Sensor Networks. – 2019. – V.15, №1. – P. 1–14. DOI: 10.1177/1550147719825996.

46. Karpio, K. Regression Technique for Electricity Load Modeling and Outlined Data Points Explanation / K. Karpio, P. Łukasiewicz, R. Nafkha // International Multi-Conference on Advanced Computer Systems. ACS 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2018. – V.889. – P. 56–67.

47. Норман Р. Дрейпер. Прикладной регрессионный анализ: Том 2 / Норман Р. Дрейпер, Гарри Смит – М.: Книга по Требованию, 2013. – 350 с.

48. Попов А.А. Регрессионное моделирование на основе нечетких правил / А.А. Попов – Текст: непосредственный // Сборник научных трудов НГТУ. – 2000. – №2(19). – С. 49-57.

49. Load Modeling – A Review / A. Arif, Z. Wang, J. Wang, B. Mather, H. Bashualdo, D. Zhao // IEEE Transactions on Smart Grid. – 2018. – V. 9, №6. – P. 5986-5999. DOI: 10.1109/TSG.2017.2700436.

50. Load modeling and calibration techniques for power system studies / F.S. Chassin, E.T. Mayhorn, M.A. Elizondo, S. Lu // 2011 North American Power Symposium. – 2011. – P. 1-7. DOI: 10.1109/NAPS.2011.6024878.

51. Способы обработки данных активного эксперимента при определении статических характеристик мощности нагрузок узлов сети по напряжению / В.Ф. Кравченко, В.И. Нагай, И.Ф. Бураков, Б.П. Золоев // Изв. высш. учеб. заведений. Электромеханика. – 2014. – № 6. – С. 67–71.

52. Методика идентификации статических характеристик нагрузки по результатам активного эксперимента / Ю.В. Хрущев, А.В. Панкратов, Н.Л. Бацева

[и др.]. – Текст: непосредственный // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 325, № 4. – С. 164–175.

53. Методика обработки телеизмерений оперативно информационного комплекса при определении статических характеристик нагрузки методом активного эксперимента / А.В. Панкратов, Н.Л. Бацева, А.А. Шувалова, М.А. Кондрашов. – Текст: непосредственный // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2021. – №39. – С. 5–33. DOI: 10.15593/2224-9397/2021.3.01.

54. Дзюба М.А. Метод определения статических характеристик нагрузки по напряжению с учетом ограничений по режимным параметрам и электробезопасности активного эксперимента / М.А. Дзюба, В.В. Тарасенко, А.В. Коржов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2018. – Т.18, №2. – С. 28–35.

55. Определение статических характеристик мощности нагрузок узлов сети на основе активного эксперимента / В.Ф. Кравченко, В.И. Нагай, И.Ф. Бураков, Б.П. Золоев // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2015. – № 1(182). – С. 54–59.

56. Определение коэффициентов полиномов статических характеристик нагрузки по напряжению на основе экспериментальных данных / Н.Л. Бацева, А.В. Панкратов, А.С. Тавлинцев, О.Ю. Малоземова // Электроэнергетика глазами молодежи: сборник докладов V международной молодежной научно-технической конференции, г. Томск, 10-14 ноября 2014 г.: в 2 т. – Томск: Изд-во ТПУ, 2014. – Т.1. – С. 36-40.

57. Горбунова, Л.М. Экспериментальные исследования режимов энергосистем / Л.М. Горбунова, М.Г. Портной, Р.С. Рабинович. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 448 с.

58. Панкратов, А.В. Экспериментальное определение статических характеристик нагрузки электроэнергетических систем / А.В. Панкратов, В.И. Полищук, Н.Л. Бацева. – Текст: непосредственный // Вестник Южно-Уральского

государственного университета. Серия: Энергетика. – 2015. – Т.15, №1. – С. 11-20. DOI 10.14529/power150102.

59. Тавлинцев, А.С. Развитие методов идентификации статических характеристик комплексного узла нагрузки: дис. … канд. техн. наук: 05.14.02 / Тавлинцев Александр Сергеевич. – Екатеринбург, 2018. – 172 с.: ил.

60. Определение статических характеристик нагрузки по напряжению в электрических сетях с комплексной нагрузкой / А.А. Шульпин, А.Ю. Мурзин, О.А. Бушуева и др. // Вестник Иванов. гос. энергет. ун-та. – 2014. – № 6. – С. 22–30.

61. Гуревич, Ю.Е. Об определении характеристик нагрузки по напряжению методом пассивного эксперимента / Ю.Е Гуревич, Л.Е. Любова. – Текст: непосредственный // Электричество. – 1972. – №2. – С. 21-24.

62. Определение статических характеристик нагрузки по напряжению по данным пассивного эксперимента с учётом реакции сети / А.В. Панкратов, А.К. Жуйков, А.А. Шувалова, В.И. Полищук. – Текст: непосредственный // Электротехнические системы и комплексы. – 2021. – № 2(51). – С. 4-11. DOI: 10.18503/2311-8318-2021-2(51)-4-11.

63. Бацева, Н.Л. Программное обеспечение для определения модели нагрузки по массивам измерений пассивного эксперимента / Н.Л. Бацева, А.В. Панкратов, А.К. Жуйков // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2022. – Т.11, № 3(59). – С. 51–56.

64. Павелек, Р. Влияние тяговых нагрузок на системы электроснабжения / Р. Павелек, Ю.Л. Саенко // Электрификация транспорта. – 2014. – №8. – Р. 49–55. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-tyagovyh-nagruzok-na-sistemy-elektrosnabzheniya (дата обращения: 18.03.2023).

65. Сажина, О.С. Основы математической обработки наблюдательных и экспериментальных данных для астрономов: учебное пособие / О.С. Сажина. – М.: Издательство Московского университета, 2024. – 286 с.: ил.

66. Identification of Static Polynomial Load Model Based On Remote Metering Systems Information / A.S. Tavlintsev, A.V. Pazderin, Ol. Malozemova, P.V. Chusovitin // Proc. of the 13th International Conference on Environment and Electrical Engineering.

–Wroclaw, Poland, 1–3 November 2013. – 2013. – P. 213–216. DOI: 10.1109/EEEIC-2.2013.6737910.

67. Бацева, Н.Л. Метод обработки измерений в задаче идентификации полиномиальных статических характеристик нагрузки по напряжению / Н.Л. Бацева, А.К. Жуйков // XXVI Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM`2023). г. Санкт-Петербург, 24–26 мая 2023. – 2023. – Т.1. – С. 20–24.

68. Givens, Computational Statistics / G.H. Givens, J.A. Hoeting // Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons. – 2013. – P. 24–58.

69. Тавлинцев, А.С. Статистически равновесные состояния нагрузки в задаче идентификации статических характеристик нагрузки / А.С. Тавлинцев, А.А. Суворов. – Текст: непосредственный // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2017. – Т.17, № 2. – С. 23-28. DOI: 10.14529/power170203.

70. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с. – Текст: непосредственный.

71. Долгодворова, Е.В. Кластерный анализ: базовые концепции и алгоритмы / Е.В. Долгодворова // Вопросы науки и образования. – 2018. – №7 (19). – С. 73–76. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/klasternyy-analiz-bazovye-kontseptsii-i-algoritmy (дата обращения: 20.12.2021).

72. A comprehensive survey of clustering algorithms: State-of-the-art machine learning applications, taxonomy, challenges, and future research prospects / A.E. Ezugwu, A.M. Ikotun, O.O. Oyelade, L. Abualigah, J.O. Agushaka, C.I. Eke, A.A. Akinyelu // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2022. – V.110. – P. 1–25. DOI: 10.1016/j.engappai.2022.104743.

73. Probabilistic load model based on improved k-means clustering algorithm / F. Chen, H.-T. Liu, Z. Huang, X.-J. Zhang // Dianli Xitong Baohu yu Kongzhi/Power System Protection and Control. – 2013. – V.41. – P. 128–133.

74. Wierzchon, S.T. Modern Algorithms of Cluster Analysis / S.T. Wierzchon, M.A. Kłopotek // Springer: New York, NY, USA. – 2018. – V.34. – 421 p. DOI: 10.1007/978-3-319-69308-8.

75. Multivariate Analysis: An Application-Oriented Introduction / K. Backhaus, B. Erichson, S. Gensler, R. Weiber, Th. Weiber // Springer Gabler: Wiesbaden. – 2021. – 663 p. DOI: 10.1007/978-3-658-32425-4.

76. Cornish, R. Statistics: Cluster Analysis / R. Cornish. – Mathematics Learning Support Centre. – 2007. – V.3. – P. 1–5.

77. Towards effective clustering techniques for the analysis of electric power grids / E. Hogan, E. Cotilla-Sanchez, M. Halappanavar, S. Wang, P. Mackey, P. Hines, Z. Huang // Proceedings of the 3rd international workshop on high performance computing, networking and analytics for the power grid. ACM, 17 November 2013. – P. 1–8. DOI: 10.1145/2536780.2536785

78. Гуревич, Ю.Е. Устойчивость нагрузки электрических систем / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова, Э.А. Хачатрян. – М.: Энергоиздат, 1981. – 209 с.

79. Бацева, Н.Л. Использование инструментальных измерений и измерений из автоматизированной системы учета электрической энергии для определения статических характеристик по напряжению тяговой нагрузки / Н.Л. Бацева, А.К. Жуйков, А.В. Мизев // Электроэнергетика глазами молодежи: материалы XII Международной научно-технической конференции, Нижний Новгород, 16–19 мая 2022. – 2022. – Т.1. – С. 66–69. URL: https://disk.yandex.ru/i/LAYLsMaNhdc3lA (дата обращения: 05.05.2023).

80. Сташков, И.А. Многофункциональные фильтрокомпенсирующие устройства для повышения качества электроэнергии в электроэнергетических системах с тяговой нагрузкой: дис. … канд. техн. наук: 05.14.02 /. Сташков Иван Анатольевич. – Красноярск: СФУ, 2016. – 144 с.: ил.

81. Dmitriev, S.A. Complex load bus static load characteristics determination using passive experiment method / S.A. Dmitriev, S.I. Semenenko, A.A. Suvorov // 17th International Ural Conference on AC Electric Drives (ACED 2018). April, 2018. Institute

of Electrical and Electronics Engineers Inc. – 2018. – P. 1–6. DOI: 10.1109/ACED.2018.8341711.

82. Шарый, С.П. Курс вычислительных методов / С.П. Шарый – Новосибирск: Институт вычислительных технологий СО РАН, 2017. – 553 с.

83. Пантелеев, А.В. Спектральный метод анализа нелинейных стохастических систем управления / А.В. Пантелеев, К.А. Рыбаков, И.Л. Сотскова. – М.: Вузовская книга, 2006. – 392 с. – ISBN 5-9502-0187-6.

84. Понарин, Я.П. Аффинная и проективная геометрия / Я.П. Понарин. – М.: МЦНМО, 2009. – 288 с.

85. Исследование возможности применения числового значения определителя матрицы Якоби для анализа статической устойчивости энергосистем / О.М. Гук, М.В. Одинцов, А.В. Севастьянова, С.В. Смоловик // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики, 2012. – №3-4. – С. 55-59.

86. Определение статической характеристики комплексного узла нагрузки / А.С. Тавлинцев и др. // Научные труды международной научно-технической конференции «Энергетика глазами молодёжи», Самара. – 2011. – Т.1. – С. 189-193.

87. Dempster, A.P. Maximum likelihood from incomplete data via the EM-algorithm / A.P. Dempster, N.M. Laird, D.B. Rubin // J. of the Royal Statistical Society, Series B. – 1977. – №34. – P. 1–38.

88. Jordan, M.I., Xu L. Convergence results for the EM algorithm to mixtures of experts architectures: Tech. Rep. / M.I. Jordan, L. Xu // A.I. Memo: MIT, Cambridge, MA. – 1993. – №1458. – P. 1–34.

89. Wu, C.F.G. On the convergence properties of the EM algorithm // C.F.G. Wu. – The Annals of Statistics. – 1983. – V.11, №1. – P. 95–103.

90. Bishop, C.M. Pattern recognition and machine learning [1st ed.] / C.M. Bishop. – New York: Springer New York. – 2006. – 778 p.

91. Trench, W.F. The Method of Lagrange Multipliers / W.F. Trench. – Research Gate. Book. – 2012. – 31 p.

92. Lagrange multiplier method for the finite element solution of elliptic interface problems using non-matching meshes / Hansbo P., Lovadina C., Perugia I., Sangalli G.A. – Numer. Math. – 2005. – №100. – P. 91–115.

93. Воронцов, К.В. Лекции по статистическим (байесовским) алгоритмам классификации. Курс лекций / К.В. Воронцов. – Без выходных данных. – 16 января 2009 г. – 39 с.

94. DBSCAN revisited, revisited: why and how you should (still) use DBSCAN / E. Schubert, J. Sander, M. Ester, H.-P. Kriegel, X. Xu // In ACM Transactions on Database Systems (TODS). – 2017. – V.42(3), №19. – 21 p.

95. A Density-Based Algorithm for Discovering Clusters in Large Spatial Databases with Noise / M. Ester, H.-P. Kriegel, J. Sander, X. Xu // Proceedings of the 2nd International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – Portland, OR: AAAI Press. – 1996. – P. 226–231.

96. Gan, J. DBSCAN Revisited: Mis-Claim, Un-Fixability, and Approximation. / J. Gan, Y. Tao. // Proceedings of the 2015 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data (SIGMOD '15). Association for Computing Machinery. – New York, NY, USA. – 2015. – P. 519–530. DOI: 10.1145/2723372.2737792.

97. Campello, R.J.G.B. (2013). Density-Based Clustering Based on Hierarchical Density Estimates / R.J.G.B. Campello, D. Moulavi, J. Sander; Ed. by J. Pei, V.S. Tseng, L. Cao, H. Motoda, G. Xu. // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. PAKDD 2013. Lecture Notes in Computer Science. – Berlin, Heidelberg: Springer. – 2013. – V.7819. – P. 160–172. DOI: 10.1007/978-3-642-37456-2_14.

98. McInnes, L. Accelerated Hierarchical Density Based Clustering / L. McInnes, J. Healy // IEEE International Conference on Data Mining Workshops (ICDMW). – 2017. – P. 33–42. DOI: 10.48550/arXiv.1705.07321.

99. Di, J. Bisecting K-means Algorithm Based on K-valued Self-determining and Clustering Center Optimization / J. Di, X. Gou // School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Baoding, Hebei, China. – 2017. – V.13, №6. – P. 588–595.

100. Роберт Л. Торндайк. Кому принадлежит семья? / Роберт Л. Торндайк. – Психометрика. – 1953. – V.18, №4. – P. 267–276.

101. Sugar, C. Finding the number of clusters in a data set: An information theoretic approach / C. Sugar, G. James // J. of the American Statistical Association. – 2003. – №98. – P. 750–763.

102. David, A. K-means++: The advantages of careful seeding / A. David, S. Vassilvitskii // Proceedings of the eighteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms. – Society for Industrial and Applied Mathematics. – 2007. – P. 1027–1035. DOI: 10.5555/1283383.1283494.

103. Кольцов, С. Н. Математические модели в экономике. Курс лекций: [презентация] / С. Н. Кольцов. – Без выходных данных, 2014. – URL: linis.hse.ru/data/2014/09/04/1316346485/лекция .pdf?ysclid=magnrybu49843862067 (дата обращения: 07.07.2023).

104. Pijarski, P. Advanced Optimisation and Forecasting Methods in Power Engineering – Introduction to the Special Issue / P. Pijarski, P. Kacejko, P. Miller // Energies. – 2023. – V.16. – P. 1–20.

105. Милютин, А.А. Принцип максимума в оптимальном управлении. Учебное пособие. / А.А. Милютин, А.В. Дмитрук, Н.П. Осмоловский. – М.: Московский государственный университет (МГУ) имени М.В. Ломоносова. – 2004. – 168 с. – ISBN 978-5-9710-6550-0.

106. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 3-е изд., доп. и перераб. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. – 2004. – 636 с.

107. Егоров, И.Н. О выборе начального приближения при численном решении задач параметрической оптимизации / И.Н. Егоров, Г.В. Кретинин, А.Г. Кретинин // Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2023. – Т.1, №65. – С. 28–39. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-vybore-nachalnogo-priblizheniya-pri-chislennom-reshenii-zadach-parametricheskoy-optimizatsii (дата обращения: 04.05.2023).

108. Зароднюк, Т.С. Технология поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления / Т.С. Зароднюк, А.Ю. Горнов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – №3. – С. 70–76. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/tehnologiya-poiska-globalnogo-ekstremuma-v-zadache-optimalnogo-upravleniya (дата обращения: 26.04.2023).

109. Лагунова, А.Д. Параллельный алгоритм решения задачи оптимального параметрического синтеза на основе метода сеток / А.Д. Лагунова, Д.А. Назаров // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». – 2018. – Т.1. – С. 255–258. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/parallelnyy-algoritm-resheniya-zadachi-optimalnogo-parametricheskogo-sinteza-na-osnove-metoda-setok (дата обращения: 26.04.2023).

110. Филиппова, Т.А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем: учебник / Т.А. Филиппова, Ю.М. Сидоркин, А.Г. Русина. – 2-е изд. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 356 с.

111. Определение статической характеристики крупных узлов нагрузки / А.А. Суворов, А.В. Паздерин, А.С. Тавлинцев и др. – Текст: непосредственный // Научное обозрение. – 2013. – №7. – С. 270–275. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.960-961.969.

112. Тавлинцев, А.С. Поиск однотипных графиков нагрузки энергообъекта / А.С. Тавлинцев, А.А. Суворов, Е.Д. Стаймова. – Текст: непосредственный // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2018. – Т.18, №2. – С. 20–27. DOI: 10.14529/power180203.

113. Воронцов, К.В. Модификации EM-алгоритма для вероятностного тематического моделирования / К.В. Воронцов, А.А. Потапенко // Машинное обучение и анализ данных. – 2013. – Т.1, №6. – С. 657–686.

114. Жмылёв, С.А. Системы массового обслуживания с полимодальными потоками / С.А. Жмылёв, Т.И. Алиев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2018. – Т.18, №3. – С. 473–478. DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-473-478.

115. Bradley, P.S. Scaling EM (Expectation-Maximization) Clustering to Large Databases: Microsoft Research Technical Report MSR-TR-98-35 / P.S. Bradley, U.M. Fayyad, C.A. Reina. – Redmond, WA 98052. – 1999. – 25 p.

116. Berkhin, P. Survey of clustering data mining techniques / P. Berkhin // Grouping Multidimensional Data. – Berlin, Heidelberg: Springer. – 2002. – P. 25–71.

117. A randomized algorithm for estimating the number of clusters / O. N. Granichin, D.S. Shalymov, R. Avros, Z. Volkovich // Autom Remote Control. – 2011. – V.72. – P. 754–765.

118. Shalymov, D.S. Randomized method of finding the number of clusters in a data set / D.S. Shalymov // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. – 2009. – V.5. – P. 111–116.

119. Кольцов, С.Н. Термодинамический подход к проблеме определения числа кластеров на основе тематического моделирования / С.Н. Кольцов // Письма в журнал технической физики. – 2017. – Т.43, №12. – С. 90–95. – URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=29359329 (дата обращения: 20.12.2021).

120. Граничина, Н.О. Рандомизированный алгоритм устойчивой кластеризации / Н.О. Граничина, Д.С. Шалымов // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2009. – Т. 5. – С. 167-192.

121. Бацева, Н.Л. Определение количества кластеров на основе максимизации скачков трансформированной внутрикластерной дисперсии в алгоритме Сьюгер-Джеймса / Н.Л. Бацева, А.К. Жуйков // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения: сборник материалов VII Всероссийской научной конференции с международным участием, Тольятти, 16–18 апреля 2024 года / Тольяттинский государственный университет. – Тольятти, 2024. – С. 344-352. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=79704335.

122. Mosorov, V. Development of a stopping rule of clustering performance by using the connected acyclic graph / V. Mosorov, T. Panskyi, S. Biedron // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – V.5, №9(77). – P. 24–30. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/development-of-a-stopping-rule-of-clustering-performance-by-using-the-connected-acyclic-graph (дата обращения: 27.04.2024).

123. Технологии моделирования при создании радиолокационных систем // ЦИТМ «Экспонента»: [сайт]. – 2017. URL: https://exponenta.ru/news/Tekhnologii-modelirovaniya-pri-sozdanii-radiolokacionnyh-sistem (дата обращения: 19.05.2024).

124. Ширяев, А.Н. Вероятность. Книга первая. / А.Н. Ширяев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: МЦНМО. – 2004. – 520 с. – ISBN 5-94057-105-0 (кн. 1).

125. Power Flow Studies for Assessment the Security of Steady States in Zone Inside the Large Interconnected Power System / T. Kuznecovs, A. Mahnitko, A. Sauhats, V. Oboskalov // Procedia Computer Science. – 2017. – V.104. – P. 421–428. DOI: 10.1016/j.procs.2017.01.155.

126. Kamran, M. Fundamentals of Smart Grid Systems / M. Kamran // Power grids. – Academic Press. – 2023. – 131 p. DOI: 10.1016/B978-0-323-99560-3.00005-3.

127. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – М.: Высшая школа. – 2003. – 612 с.

128. Бацева, Н.Л., Жуйков А.К. О влиянии внешней электрической сети на параметры режима узла нагрузки / Н.Л. Бацева, А.К. Жуйков // Известия ТПУ. – 2024. – Т.335, №11. – С. 157–169. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-vliyanii-vneshney-elektricheskoy-seti-na-parametry-rezhima-uzla-nagruzki (дата обращения: 27.04.2024).

129. Программный комплекс «RastrWin3». Руководство пользователя / В.Г. Неуймин, Е.В Машалов, А.С Александров, А.А. Багрянцев. – Екатеринбург, 2016. – 314 с.

130. Веников, В.А. Электрические системы. Т. VIII Управление переходными режимами электроэнергетических систем / В.А. Веников. – М.: Высшая школа. – 1982. – 247 с.

131. Люханов, Е.А. Совершенствование методов определения статических характеристик нагрузки и оценка их влияния на экономические показатели электросетевых компаний: дис. ... канд. техн. наук: 2.4.3 / Люханов Егор Анатольевич. – Екатеринбург, 2024. – 138 с.: ил.

132. Fast Sampling, Analyses and Chemometrics for Plant Breeding: Bitter Acids, Xanthohumol and Terpenes in Lupulin Glands of Hops (Humulus lupulus) / D. Killeen,

O. Watkins, C. Sansom, D. Andersen, K. Gordon, N. Perry // Phytochemical Analysis. – 2017. – V.28. – P. 50–57. DOI: 10.1002/pca.2642.

133. Mean Variance Mapping Optimization for the identification of Gaussian Mixture Model: Test case / F. Gonzalez-Longatt, J. Rueda, I. Erlich, W. Villa, D. Bogdanov // IS’2012 – 2012 6th IEEE International Conference Intelligent Systems. Proceedings. – 2012. – P. 158–163.

134. Souza, C.D. A Tutorial on Principal Component Analysis with the accord.net Framework / C.D. Souza // Computer Science. – 2012. URL: http://arxiv.org/abs/1210.7463 (дата обращения: 16.05.2024).

135. Рашка, С. Python и машинное обучение / С. Рашка; пер. с англ. А.В. Логунова. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 418 с.: ил.

136. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024686943. Автоматическое утяжеление электрического режима в расчётных моделях энергосистем / Н.Л. Бацева, А.К. Жуйков. – Заявка №2024686742. Дата поступления 13 ноября 2024 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13 ноября 2024 г.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022619028

Идентификация статических характеристик нагрузки по напряжению

Правообладатель: ***федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (RU)***

Авторы: ***Бацева Наталья Ленмировна (RU), Жуйков Александр Константинович (RU), Панкратов Алексей Владимирович (RU)***

Заявка № **2022618074**

Дата поступления **04 мая 2022 г.**

Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ ***18 мая 2022 г.***

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

Приложение Б – Код на языке *C#* модуля импорта данных для приведения измерений к общей оси времени

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using LoadClass;
using ImportClass;

namespace CalculationSLVCClass
{
    public class TimeValue
    {
        private DateTime _time;
        private double _value;
        public DateTime Time
        {
            get
            {
                return _time;
            }
            set
            {
                _time = value;
            }
        }
        public double Value
        {
            get
            {
                return _value;
            }
            set
            {
                _value = value;
            }
        }
        public TimeValue(DateTime inputTime, double inputValue)
        {
            Time = inputTime;
            Value = inputValue;
        }
        public static List<TimeValue> TimeValueListCreate(Interconnection interconnection,
TIParam param)
        {
            int valueTimeLength;
            List<TimeValue> valueTimeList = new List<TimeValue>();
            switch (param)
            {
                case TIParam.P:
                    valueTimeLength = interconnection.DataP.Data.Count();
                    for (int j = 0; j < valueTimeLength; j++)
                    {
                        valueTimeList.Add(new TimeValue(interconnection.DataP.Time[j],
                        interconnection.DataP.Data[j]));
                    }
                    break;
                case TIParam.Q:
                    valueTimeLength = interconnection.DataQ.Data.Count();
                    for (int j = 0; j < valueTimeLength; j++)
```

```
                    {
                        valueTimeList.Add(new TimeValue(interconnection.DataQ.Time[j],
                        interconnection.DataQ.Data[j]));
                    }
                    break;
                default:
                    valueTimeLength = interconnection.DataU.Data.Count();
                    for (int j = 0; j < valueTimeLength; j++)
                    {
                        valueTimeList.Add(new TimeValue(interconnection.DataU.Time[j],
                        interconnection.DataU.Data[j]));
                    }
                    break;
            }
            return valueTimeList;
        }
    }
    public class CommonTimeAxis
    {
        public static Interconnection ReadtUPQ(Interconnection interconnection)
        {
            Interconnection temp = (Interconnection)interconnection.Clone();
            List<TimeValue> voltage = TimeValue.TimeValueListCreate(temp, TIParam.U);
            List<TimeValue>[] power = new List<TimeValue>[] {
TimeValue.TimeValueListCreate(temp, TIParam.P),
            TimeValue.TimeValueListCreate(temp, TIParam.Q)};
            Tuple<DateTime[], List<double>[]> commonTimeAxis = CommonTimeAxisCreate(voltage,
power);
            temp.DataU.Data = commonTimeAxis.Item2[0];
            temp.DataU.Time = commonTimeAxis.Item1.ToList();
            temp.DataP.Data = commonTimeAxis.Item2[1];
            temp.DataP.Time = commonTimeAxis.Item1.ToList();
            temp.DataQ.Data = commonTimeAxis.Item2[2];
            temp.DataQ.Time = commonTimeAxis.Item1.ToList();
            return temp;
        }
        //public static void CommonTimeAxisCreate(Interconnection inputCelMas)
        public static Tuple<DateTime[], List<double>[]> CommonTimeAxisCreate( List<TimeValue>
voltage, List<TimeValue>[] power)
        //%приводит массивы к общей оси времени
        //%nom содержит номера массивов из NOM
        //%t - общая ось времени
        //%Output - матрица, в столбцах которой находятся приведенные массивы в порядке,
соответсвующем n
        {
            //var CelMas = inputCelMas.Select
            //int length = CelMas.Length;
            DateTime[] startArray = new DateTime[power.Length + 1];   //% Вектор - столбец
начальных значений времени
            DateTime[] endArray = new DateTime[power.Length + 1];     //% Вектор - столбец
конечных значений времени
            int[] lengthArray = new int[power.Length + 1];
            //for (int i = 0; i < length; i++)
            //{
            TimeComparer timeC = new TimeComparer();
            TimeEqualityComparer timeEqC = new TimeEqualityComparer();

            voltage.Sort(timeC);
            voltage.Distinct(timeEqC);

            for (int i = 0; i < power.Length; i++)
            {
                power[i].Sort(timeC);
                power[i].Distinct(timeEqC);
```

```
                startArray[i + 1] = power[i][0].Time;
                endArray[i + 1] = power[i].Last().Time;
                lengthArray[i + 1] = power[i].Count;
            }

            startArray[0] = voltage[0].Time;


            endArray[0] = voltage.Last().Time;


            lengthArray[0] = voltage.Count;


            DateTime[][] powerTime = new DateTime[power.Length][];
            double[][] powerValue = new double[power.Length][];
            for (int j = 0; j < power.Length; j++)
            {
                powerTime[j] = new DateTime[power[j].Count];
                powerValue[j] = new double[power[j].Count];
                for (int i = 0; i < power[j].Count; i++)
                {
                    powerTime[j][i] = power[j][i].Time;
                    powerValue[j][i] = power[j][i].Value;
                }
            }
            DateTime[] voltageTime = new DateTime[voltage.Count];
            double[] voltageValue = new double[voltage.Count];
            for (int i = 0; i < voltage.Count; i++)
            {
                voltageTime[i] = voltage[i].Time;
                voltageValue[i] = voltage[i].Value;
            }
            DateTime[] finalPowerTime = power.Length > 1
                    ? powerValue[power.Length - 1].Length > powerValue[power.Length -
2].Length
                        ? powerTime[power.Length - 1]
                        : powerTime[power.Length - 2]
                    : powerTime[0];
            List<double>[] OutputArrayList = new List<double>[power.Length + 1];
            {
                OutputArrayList[0] = GetIntervals(finalPowerTime, voltageTime,
voltageValue.ToList());
                OutputArrayList[1] = power.Length > 1
                        ? powerValue[0].Length < powerValue[1].Length
                            ? GetIntervals(powerTime[1], powerTime[0], powerValue[0].ToList())
                            : powerValue[0].ToList()
                        : powerValue[0].ToList();
                if(OutputArrayList.Length > 2)
                {
                    OutputArrayList[2] = powerValue[0].Length < powerValue[1].Length
                            ? powerValue[1].ToList()
                            : GetIntervals(powerTime[0], powerTime[1],
powerValue[1].ToList());
                }
            }
            return Tuple.Create(finalPowerTime, OutputArrayList);
        }
        public static List<double> GetIntervals(DateTime[] requiredTimeArray, DateTime[]
inputTimeArray, List<double> data)
        {
            int outputArraySize = requiredTimeArray.Length;
            List<double> outputArray = new List<double>(outputArraySize);
            for (int i = 0; i < outputArraySize; i++) outputArray.Add(0);
```

```
            int dataTimeArraySize = inputTimeArray.Length;
            while (outputArraySize > 0)
            {
                while ((inputTimeArray[dataTimeArraySize - 1] >
requiredTimeArray[outputArraySize - 1]) && (dataTimeArraySize > 1))
                {
                    dataTimeArraySize--;
                }
                outputArray[outputArraySize - 1] = data[dataTimeArraySize - 1];
                outputArraySize--;
            }
            return outputArray;
        }
    }
    class TimeComparer : IComparer<TimeValue>
    {
        public int Compare(TimeValue value1, TimeValue value2)
        {
            var a = value1.Time;
            var b = value2.Time;
            if (a > b)
            {
                return 1;
            }
            else if (a < b)
            {
                return -1;
            }
            return 0;
        }
    }
    class TimeEqualityComparer : IEqualityComparer<TimeValue>
    {
        public bool Equals(TimeValue b1, TimeValue b2)
        {
            if (b2 == null && b1 == null)
                return true;
            else if (b1 == null || b2 == null)
                return false;
            else if (b1.Time == b2.Time)
                return true;
            else
                return false;
        }

        public int GetHashCode(TimeValue bx)
        {
            int hCode = bx.Time.GetHashCode();
            return hCode.GetHashCode();
        }
    }

}
```

Приложение В – Код на языке *Python* для реализации алгоритма второй производной степени трансформации для определения числа кластеров

```
#импорт модулей и библиотек
import math
import numpy as np
import pandas as pd
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from sklearn import metrics
from sklearn.metrics import silhouette_score
import sklearn.mixture as em_alg
import sys

def standartise(X):
    stdSc = StandardScaler()
    stdSc.fit(X)
    X = stdSc.transform(X)
    return X

def SecondDerivativeAlgorithm(path, maxClusterString):
    maxClusterNum = int(maxClusterString)
    df = pd.read_csv(path, parse_dates=True, sep=';',low_memory=False,
encoding='ansi',names=["U", "P", "Q"])
    X = df.values
    X = standartise(X)
    distortions = []
    distortions.append(X.var()*X.size)
    for n_clusters in range(2, maxClusterNum + 1):#21):
        inertia = 0
        distance_cluster = 0
        em = em_alg.GaussianMixture(n_components=n_clusters, init_params = 'k-means++')
        em.fit(X)
        min_inertia = distortions[0]
        for i in range(0,n_clusters):
            for j in range(0,X.shape[1]):
                inertia += em.covariances_[i,j,j]*em.weights_[i]*len(X)
        distortions.append(inertia)
        print("Current distortion: ", inertia)
    lamda_coeff = []
    lamda2_coeff = []
    for n_clusters in range(2, maxClusterNum):
        lamda_coeff.append(math.log(math.log(distortions[n_clusters-
1])/math.log(distortions[n_clusters-2]))/math.log(distortions[n_clusters-
1]/distortions[n_clusters-2]))
    lamda_coeff.append(math.log(math.log(distortions[maxClusterNum-
1])/math.log(distortions[maxClusterNum-2]))/math.log(distortions[maxClusterNum-
1]/distortions[maxClusterNum-2]))
    for n_clusters in range(2, maxClusterNum + 1):#21):
        if n_clusters > 2 and n_clusters < maxClusterNum:#20:
            lamda2_coeff.append(lamda_coeff[n_clusters-3]-2*lamda_coeff[n_clusters-
2]+lamda_coeff[n_clusters-1])
            print(lamda2_coeff[len(lamda2_coeff) - 1])

    minSecDerivIndex = pd.Series(lamda2_coeff).argmin() + 2
    n_clusters_opt = minSecDerivIndex

    print("Optimal number of clusters by Second Derivative algorithm: ", n_clusters_opt)
    print(n_clusters_opt)
    return n_clusters_opt
if __name__ == "__main__":
    clustNum = SecondDerivativeAlgorithm(sys.argv[1], sys.argv[2])
    sys.exit(clustNum)
```

Приложение Г – Код для определения коэффициентов полиномиальной модели СХН по напряжению

```
        public static double[] OptimizationSLVC(Interconnection interconnection, TIParam
parameter, List<Clusterization> clusters)
        {
            //string path = "C:\\Users\\zhuyk\\Desktop\\Грант\\Мариинск, Иверка, Каштан
тяговая\\Оптимизация\\Опорная-9 всё1.txt";//Мариинск (Р) без нулевых.txt";

            int[] iter = new int[0];
            double[] ukrEnd = new double[0];
            double[] ukrDiff = new double[0];
            double[] Fz = new double[0];
            double tempNomVoltage = 0;
            double tempWeight = 0;
            double tempPowerBaseP = 0;
            double tempPowerBaseQ = 0;
            double tempVoltageMeanU = 0;
            double tempPowerMeanP = 0;
            double tempPowerMeanQ = 0;
            double tempa1 = 0;
            double tempb1 = 0;
            List<double>[] tempData = new List<double>[] { new List<double>(), new
List<double>()};
            if (clusters.Count != 0)
            {
                for (int i = 0; i < clusters.Count; i++)
                {
                    if (clusters[i].NumNode == interconnection.Number)
                    {
                        tempPowerBaseP += (clusters[i].PowerBaseP * clusters[i].Weight);
                        tempPowerBaseQ += (clusters[i].PowerBaseQ * clusters[i].Weight);
                        tempVoltageMeanU += (clusters[i].VoltageMean * clusters[i].Weight);
                        tempPowerMeanP += (clusters[i].PowerMeanP * clusters[i].Weight);
                        tempPowerMeanQ += (clusters[i].PowerMeanQ * clusters[i].Weight);
                        tempNomVoltage += (clusters[i].NomVoltageNode * clusters[i].Weight);
                        tempa1 += (clusters[i].a1 * clusters[i].Weight);
                        tempb1 += (clusters[i].b1 * clusters[i].Weight);
                        tempData[0].AddRange(clusters[i].ClusterData[0]);
                        tempData[1].AddRange(clusters[i].ClusterData[parameter == TIParam.P ?
1 : 2]);
                        //tempData[2].AddRange(clusters[i].ClusterData[2]);//parameter ==
TIParam.P ? 1 : 2]);

                        tempWeight += clusters[i].Weight;
                    }
                }
                /* Для обработки всех данных, а не только тех, которые в значимых кластерах
                //tempData[0].AddRange(interconnection.DataU.Data);
                tempData[1].AddRange(parameter == TIParam.P ?
interconnection.DataP.Data.Where(x => x > 1) : interconnection.DataQ.Data);
                for (int i = 0; i < interconnection.DataU.Data.Count; i++)
                {
                    if(interconnection.DataP.Data[i] > 1)
                    {
                        tempData[0].Add(interconnection.DataU.Data[i]);
                    }
                }*/
                if (tempWeight != 0)
                {
                    tempPowerBaseP /= tempWeight;
```

```
                    tempPowerBaseQ /= tempWeight;
                    tempVoltageMeanU /= tempWeight;
                    tempPowerMeanP /= tempWeight;
                    tempPowerMeanQ /= tempWeight;
                    tempNomVoltage /= tempWeight;
                    tempa1 /= tempWeight;
                    tempb1 /= tempWeight;
                }

                double Y0 = parameter == TIParam.P ? tempPowerBaseP : tempPowerBaseQ; //
//*41.46883910377635;*/62.32016831110479;
                double X0 = tempNomVoltage; //*110*/220;
                double Um = tempVoltageMeanU; //
218.6498008075914;//;//*114.8060385795134;*/218.6498008075914;
                double U = parameter == TIParam.P ? tempa1 : tempb1;
////*2.365378939148302;*/0.6734909700333661;
                double Ym = parameter == TIParam.P ? tempPowerMeanP : tempPowerMeanQ;//*/
45.79543907868924 : 62.06257442092617//*
                                                                                //double
alpha = 0.05;
                                                                                //double
v = 2;
                double[][] values = new double[2][];
                values[0] = tempData[0].ToArray();
                values[1] = tempData[1].ToArray();

                for (int p = 0; p < 400; p++)
                {
                    double[] ukr = new double[1];
                    double ukr0 = 0.005 * p;
                    ukr[0] = ukr0;
                    for (int l = 1; l < 200; l++)
                    {
                        double[][] firstDerivates = new double[6][];
                        try
                        {
                            double firstDerivate = Derivative(Var, values, ukr[l - 1], Y0, U,
Um, X0, Ym);
                            //double firstDer = Differentiate.FirstDerivative(Var2, ukr[l -
1]);
                            double secondDerivative = SecDerivative(Var, values, ukr[l - 1],
Y0, U, Um, X0, Ym);
                            if (secondDerivative < 0)
                            {
                                break;
                            }
                            //double secDer =
MathNet.Numerics.Differentiate.SecondDerivative(Var2, ukr[l - 1]);
                            Array.Resize(ref ukr, ukr.Length + 1);
                            ukr[l] = ukr[l - 1] - firstDerivate / (secondDerivative);
                            //ukr[l] = ukr[l - 1] - (firstDer / secDer);
                        }//MatrixProduct(MatrixInverse(HessMatrix), firstDerivates)[i][j];
                        catch (Exception)
                        {
                            //Console.WriteLine(U / (2 * (Um / X0) - ukr[l]));
                            //Console.WriteLine(-ukr[l] * U / ((Um / X0) - ukr[l]));
                            //Console.WriteLine(1 + U * (2 * ukr[l] - 1) / (2 * ((Um / X0) -
ukr[l])));
                            return null;
                        }
                        if (((Math.Abs(ukr[l] - ukr[l - 1]) <= 0.001) && (Math.Abs(Var(values,
ukr[l], Y0, U, Um, X0, Ym) - Var(values, ukr[l - 1], Y0, U, Um, X0, Ym)) <= 0.001))) /*|| l ==
100)*/
                        {
```

```
                            Array.Resize(ref ukrEnd, ukrEnd.Length + 1);
                            Array.Resize(ref ukrDiff, ukrDiff.Length + 1);
                            Array.Resize(ref iter, iter.Length + 1);
                            Array.Resize(ref Fz, Fz.Length + 1);
                            ukrEnd[ukrEnd.Length - 1] = ukr[l];
                            ukrDiff[ukrDiff.Length - 1] = Math.Abs(ukrEnd[ukrEnd.Length - 1] -
ukr0);

                            iter[iter.Length - 1] = p;
                            Fz[Fz.Length - 1] = Var(values, ukrEnd[ukrEnd.Length - 1], Y0, U,
Um, X0, Ym);
                            Console.WriteLine($"Итерация: {p + 1}, ukr: {ukr0} ({l})");
                            Console.WriteLine($"Напряжение: {ukrEnd[ukrEnd.Length - 1]}");
                            Console.WriteLine($"Отклонение: {ukrDiff[ukrDiff.Length - 1]}");
                            Console.WriteLine($"Fц: {Fz[Fz.Length - 1]}");
                            break;
                            // Array.Copy(iterVariables[0], variables, n);
                        }
                    }
                }
                double minUkrDiff = ukrDiff[0];
                double minFz = Fz[0];
                double minUkr = ukrEnd[0];
                int indexP = iter[0];
                for (int p = 0; p < iter.Length; p++)
                {
                    if (ukrDiff[p] < minUkrDiff && Fz[p] < minFz)
                    {
                        minUkrDiff = ukrDiff[p];
                        indexP = iter[p];
                        minUkr = ukrEnd[p];
                        minFz = Fz[p];
                    }
                }
                Console.WriteLine($"Критическое напряжение: {0.005 * indexP} (отклонение:
{minUkrDiff}, расчётное напряжение: {minUkr})");
                //minUkr = 1.0061681393;
                Console.WriteLine($"Fц: {Var(values, minUkr, Y0, U, Um, X0, Ym)}");
                double Z2 = (U * Y0) / (2 * X0 * (Um - minUkr * X0));
                double Z1 = -(U * Y0 * minUkr / (Um - minUkr * X0));
                double Z0 = Ym - (((U * Y0 / (2 * X0 * (Um - minUkr * X0))) * (Um * Um)) - (U
* Y0 * minUkr / (Um - minUkr * X0)) * Um);
                double z2 = Z2 * X0 * X0 / (Z2 * X0 * X0 + Z1 * X0 + Z0);
                double z1 = Z1 * X0 / (Z2 * X0 * X0 + Z1 * X0 + Z0);
                double z0 = Z0 / (Z2 * X0 * X0 + Z1 * X0 + Z0);
                Console.WriteLine($"Z2: {Z2}");
                Console.WriteLine($"Z1: {Z1}");
                Console.WriteLine($"Z0: {Z0}");
                Console.WriteLine($"z2: {z2}");
                Console.WriteLine($"z1: {z1}");
                Console.WriteLine($"z0: {z0}");
                return new double[] { Z0, Z1, Z2 };
            }
            else
            {
                Interconnection tempInterconnection = ((interconnection.DataU.Data.Count ==
interconnection.DataP.Data.Count)
                && (interconnection.DataP.Data.Count == interconnection.DataQ.Data.Count))
                ? (Interconnection)interconnection.Clone()
                : CommonTimeAxis.ReadtUPQ(interconnection);
                return Fit.Polynomial(tempInterconnection.DataU.Data.ToArray(), parameter ==
TIParam.P ? tempInterconnection.DataP.Data.ToArray() :
tempInterconnection.DataQ.Data.ToArray(), 2);
            }
```

```
        }

        private static double Derivative(Func<double[][], double, double, double, double,
double, double, double> func, double[][] values, double ukr, double Y0, double U, double Um,
double X0, double Ym)
        {
            double dz = Math.Pow(10, -5);
            double ukr2 = ukr + dz;
            double ukr1 = ukr - dz;

            return (func(values, ukr2, Y0, U, Um, X0, Ym) - func(values, ukr1, Y0, U, Um, X0,
Ym)) / (2 * dz);
        }

        private static double SecDerivative(Func<double[][], double, double, double, double,
double, double, double> func, double[][] values, double ukr, double Y0, double U, double Um,
double X0, double Ym)
        {
            double dz = Math.Pow(10, -5);
            double ukr2 = ukr + dz;
            double ukr1 = ukr - dz;

            return (func(values, ukr2, Y0, U, Um, X0, Ym) - 2 * func(values, ukr, Y0, U, Um,
X0, Ym) + func(values, ukr1, Y0, U, Um, X0, Ym)) / (dz * dz);
        }

        private static double Var(double[][] values, double ukr, double Y0, double U, double
Um, double X0, double Ym)
        {
            double variance = 0;
            int n = values[0].Length > values[1].Length ? values[1].Length : values[0].Length;
            double varianceY = Std(values[1], Ym, n);
            double varianceU = Std(values[0], Um, n);
            for (int i = 0; i < n; i++)
            {
                variance += (Math.Pow(values[1][i] - ((U * Y0 * Math.Pow(values[0][i] - Um, 2)
/ (2 * X0 * (Um - X0 * ukr))) + (U * Y0 * (values[0][i] - Um) / X0) + Ym), 2) +
                    ((varianceY / Ym) / (varianceU / Um)) *
                    Math.Pow(Y0 * (U * (values[0][i] / X0) + (1 - U)) - ((U * Y0 *
Math.Pow(values[0][i] - Um, 2) / (2 * X0 * (Um - X0 * ukr))) + (U * Y0 * (values[0][i] - Um) /
X0) + Ym), 2));
            }
            return variance / n;
        }
        private static double Std(double[] values, double MathExp, int n)
        {
            double disp = 0;
            for (int i = 0; i < n; i++)
            {
                disp += Math.Pow(values[i] - MathExp, 2);
            }
            return Math.Sqrt(disp /= n);
        }
```

Приложение Д – Код для построения эллипса рассеивания

```
        /// <summary>
        /// Функция создания эллипса рассеивания
        /// </summary>
        /// <param name="cluster">Кластер</param>
        /// <param name="color">Цвет</param>
        /// <param name="powerIndex">Код для построения эллипса рассеивания в координатах P(U)
(0) или Q(U) (1)</param>
        /// <returns>Эллипс рассеивания для кластера cluster с цветом color</returns>
        public Series EllipseCreate(Clusterization cluster, Color color, int powerIndex)
        {
            List<double> x = new List<double>();
            List<double> y = new List<double>();
            List<double> xEllipse = new List<double>();
            List<double> yEllipse = new List<double>();

            //Формирование списков стандартизированных координат эллипса рассеивания
            //(построение осуществляется с точностью до 1 минуты)

            for (int i = 0; i < 360*60; i++)
            {
                x.Add(3 * Math.Sqrt(1 + (powerIndex == 0 ? cluster.CorrelationCoefficientUP :
cluster.CorrelationCoefficientUQ)) * Math.Cos(2 * Math.PI * i / (360 * 60)));
                y.Add(3 * Math.Sqrt(1 - (powerIndex == 0 ? cluster.CorrelationCoefficientUP :
cluster.CorrelationCoefficientUQ)) * Math.Sin(2 * Math.PI * i / (360 * 60)));
            }
            int count = x.Count;

            //Рестандартизация (приведение к масштабу исходных данных)

            for (int i = 0; i < count; i++)
            {
                xEllipse.Add((x[i] - y[i]) / Math.Sqrt(2) *
Math.Sqrt(cluster.VoltageDispersion) + cluster.VoltageMean);
                yEllipse.Add((x[i] + y[i]) / Math.Sqrt(2) * Math.Sqrt(powerIndex == 0 ?
cluster.PowerDispersionP : cluster.PowerDispersionQ) + (powerIndex == 0 ? cluster.PowerMeanP :
cluster.PowerMeanQ));
            }
            Series ellipse = new Series();
            ellipse.ChartType = SeriesChartType.Line;
            ellipse.Points.DataBindXY(xEllipse, yEllipse);
            ellipse.Color = color;
            return ellipse;
        }
```