

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ, СОДЕРЖАЩИХ РЕЛЕЙНЫЙ ЭЛЕМЕНТ С НЕОДНОЗНАЧНОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

В. Н. ЧУДИНОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

В [1] рассматривались вопросы построения эквивалентного комплексного коэффициента усиления для случая, когда НЭ характеризовался однозначной несимметричной релейной характеристикой. При таком характере нелинейности выходной сигнал нелинейного элемента  $\Phi\{\chi[n]\}$  зависит лишь от значения входного сигнала в момент его приложения.

Если нелинейность неоднозначна, например, обладает гистерезисом, тогда выходной сигнал нелинейного элемента определяется не только значениями входного сигнала в дискретные моменты времени, но и характером их изменения, т. е. знаком разности  $\Delta\chi = \chi_n - \chi_{n-1}$ . Сигнал на выходе НЭ в этом случае определяется зависимостью  $\Phi\{\chi[n]; \text{sign}\Delta\chi\}$ .

Влияние гистерезиса на параметры периодических режимов релейно-импульсных систем рассматривалось в [2, 3]. Однако в указанных работах авторы интересовались лишь симметричными периодическими режимами.

В данном случае рассматриваются вопросы построения эквивалентного комплексного коэффициента усиления НЭ для случая неоднозначной несимметричной релейной характеристики.

Из рассмотрения характера изменения сигнала на входе НЭ [1] могут быть записаны следующие соотношения:

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi - \left( 2 \frac{\pi}{M} \alpha + \varphi \right) \right] = \Delta(m-1), \quad (1)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi + \left( 2 \frac{\pi}{M} \beta - \varphi \right) \right] = \Delta(m+1) \text{ для режима } A \text{ и четных } M, \quad (2)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi - \left( 2 \frac{\pi}{M} \alpha + \varphi \right) \right] = -\Delta(m+1), \quad (3)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi + \left( 2 \frac{\pi}{M} \beta - \varphi \right) \right] = -\Delta(m-1) \text{ для режима } B \text{ и четных } M, \quad (4)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi - \left( 2 \frac{\pi}{M} \alpha + \frac{\pi}{M} + \varphi \right) \right] = \Delta(m-1), \quad (5)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi - \left( 2 \frac{\pi}{M} \beta - \frac{\pi}{M} - \varphi \right) \right] = \Delta(m+1) \text{ для режима } A \quad (6)$$

и нечетных  $M$ ,

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi - \left( 2 \frac{\pi}{M} \alpha + \frac{\pi}{M} + \varphi \right) \right] = -\Delta(m+1), \quad (7)$$

$$a_1 \cdot \cos \left[ \pi + \left( 2 \frac{\pi}{M} \beta - \frac{\pi}{M} - \varphi \right) \right] = -\Delta(m-1) \text{ для режима } B \quad (8)$$

и нечетных  $M$ .

Для случая, когда НЭ обладает неоднозначной релейной характеристикой, будем определять смещение центра колебаний следующим образом:

$$\pm \chi_0 = m\Delta,$$

где  $2\Delta$  — ширина петли релейной характеристики,  
 $m$  — величина относительного статизма [4].

Заметим, что для рассматриваемого случая  $m = 0, 1, \dots, E \left\{ \frac{M}{2} \right\}$ .

Из приведенных соотношений могут быть получены следующие выражения для определения числа дискрет функции  $\Phi\{\chi[n]; \text{sign} \Delta\chi[n]\}$ , в половине периода соответственно слева и справа от  $\pi$ :

$$n_{1,2} = E \left\{ \frac{M}{2\pi} \left[ \arccos \left( \pm \frac{m \pm 1}{a_1/\Delta} \right) \pm \varphi \pm \frac{\pi}{M} \right] \right\}. \quad (9)$$

Знаки  $\pm$  — определяются режимами  $A, B$ , четностью  $M$ , причем при четных  $M$  отсутствует член  $\pi/M$ .

Общее выражение для определения эквивалентного комплексного коэффициента усиления  $S^*$  определяется в данном случае следующим образом:

$$S^* = \frac{2}{a_1 M} \sum^M \Phi\{\chi[v]; \text{sign} \Delta\chi[v]\} \exp \left[ -j \left( 2 \frac{\pi}{M} v + \varphi \right) \right]. \quad (10)$$

По аналогии с ранее рассмотренным случаем [1] будем определять обратный эквивалентный комплексный коэффициент усиления  $N^*$  как конформное преобразование областей  $G$  на плоскости входного сигнала в области  $G^*$  на плоскости комплексного коэффициента усиления. Вектор преобразования  $\dot{Z}$  в каждом конкретном случае определяется с помощью пределов суммирования  $n_1$  и  $n_2$ , определенных ранее.

Общий путь построения областей входного сигнала и выделения подобластей, отвечающих различным типам возможных периодических режимов, для НЭ с неоднозначной симметричной релейной характеристикой приведен в [3]. Однако использование методики [3] для случая несимметричных колебаний чрезвычайно осложняется. В этом случае выделение подобластей целесообразно осуществлять, записав граничные соотношения для амплитуды и фазы входного сигнала.

Следует заметить, что для случая НЭ с неоднозначной характеристикой, необходимо отдельно выделять подобласти в плоскости входного сигнала  $\dot{a}$  для диапазона изменения  $\varphi$  от  $-\pi/M$  до 0 и от 0 до  $+\pi/M$  для четных  $M$ , и от  $-\pi/M$  до  $-\pi/2M$  и  $+\pi/2M$  до  $+\pi/M$  для режима  $B$  и нечетных  $M$ , и от  $-\pi/2M$  до 0 и от 0 до  $+\pi/2M$  для режима  $A$  и нечетных  $M$ .

Область  $G$  входного сигнала в данном случае определяется следующими соотношениями:

$$|\text{Re}\{\dot{a}\}| \geq \Delta(m-1) \text{ при } \Delta\chi < 0, \quad (11)$$

$$|\operatorname{Re}\{\dot{a}\}| \geq \Delta(m+1) \quad \text{при } \Delta\chi > 0 \text{ для режима } A, \quad (12)$$

$$|\operatorname{Re}\{\dot{a}\}| \geq \Delta(m+1) \quad \text{при } \Delta\chi < 0, \quad (13)$$

$$|\operatorname{Re}\{\dot{a}\}| \geq \Delta(m-1) \quad \text{при } \Delta\chi > 0 \text{ для режима } B. \quad (14)$$

В этом случае для диапазона изменения  $\varphi$  от  $-\pi/M$  до 0 (случай четных  $M$ ) момент переключения, соответствующий минимальной амплитуде входного сигнала, будет соответствовать граничному значению  $\Delta(m+1)$ , а для диапазона изменения  $\varphi$  от 0 до  $+\pi/M$  — граничному значению  $\Delta(m-1)$ . Далее с увеличением амплитуды входного сигнала граничные значения линий переключения чередуются.

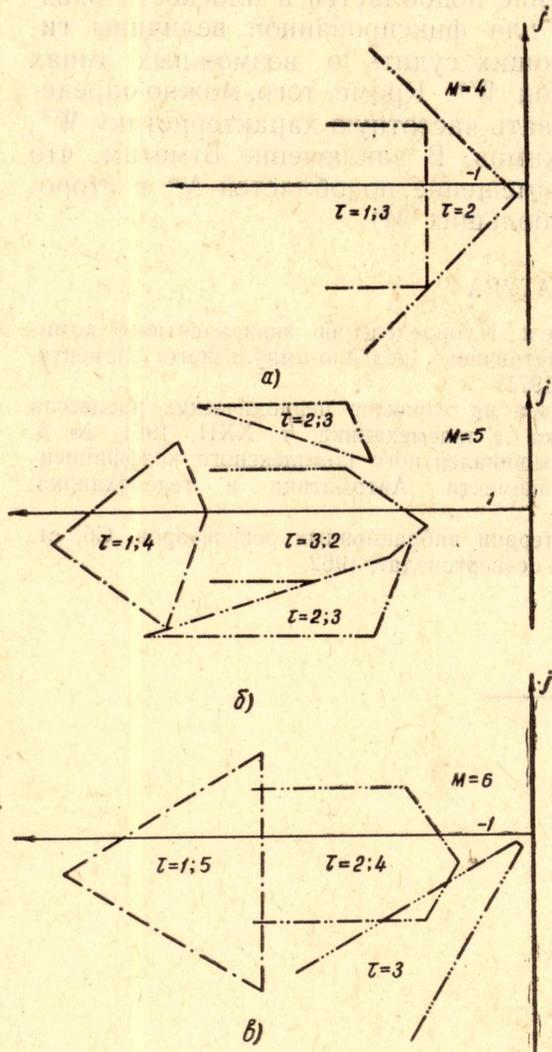


Рис. 1.

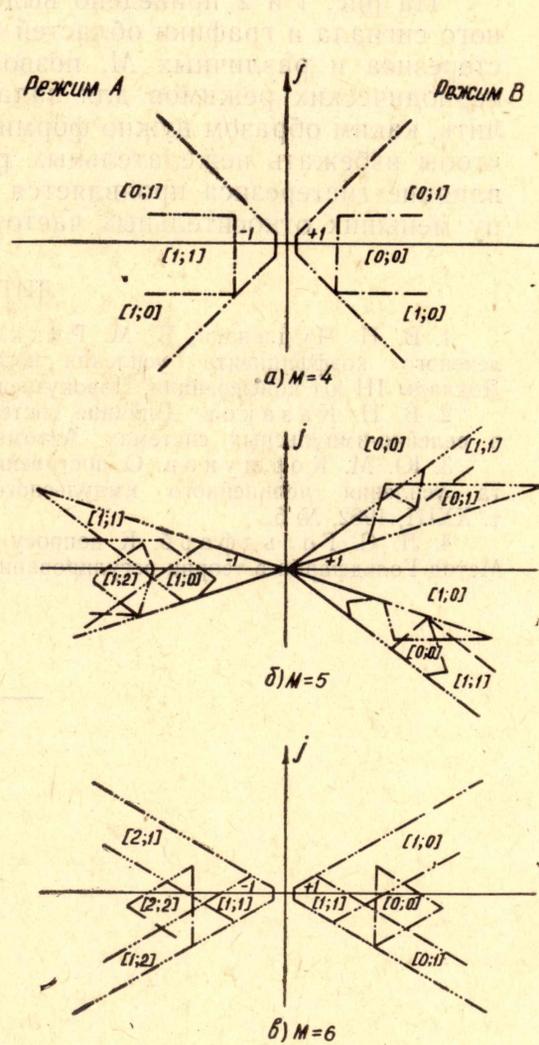


Рис. 2.

Разбиение области  $G$  на подобласти, соответствующие различным  $\tau$ , осуществляется серией прямых:

$$\operatorname{Re}\left\{\dot{a} \exp\left(\pm j \frac{2\pi}{M} r\right)\right\} = (r+1) a_n \quad \text{для четных } M \text{ и} \quad (15)$$

$$\operatorname{Re}\left\{\dot{a} \exp\left[\pm j \frac{\pi}{2M} (2r+1)\right]\right\} = (r+1) a_n \quad \text{для нечетных } M. \quad (16)$$

Граничное значение  $a_n$  соответствует одному из пороговых значений срабатывания реле, которое вследствие неоднозначности характеристики релейного элемента зависит от направления изменения входного сигнала, т. е. от знака разности  $\Delta x$ .

Преобразование областей входного сигнала  $G$  в области  $G^*$  эквивалентного комплексного коэффициента усиления осуществляется, как и прежде [1], при помощи вектора преобразования  $Z$  поворотом последних на угол  $\gamma = \arg Z$  и изменением масштаба в  $Z$  раз.

Процедура решения уравнения  $W^* \left[ \exp \left( j \frac{2\pi}{M} \right) \right] = N^*$  остается прежней [1].

На рис. 1 и 2 приведено выделение подобластей в плоскости входного сигнала и графики областей  $N^*$  для фиксированной величины гистерезиса и различных  $M$ , позволяющих судить о возможных типах периодических режимов для заданной  $W^*$ . Кроме того, можно определить, каким образом нужно формировать частотную характеристику  $W^*$ , чтобы избежать нежелательных режимов. В заключение отметим, что влияние гистерезиса проявляется в смещение подобластей  $N^*$  в сторону меньших относительных частот (больших  $M$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Чудинов, В. М. Рикконен. К определению эквивалентного комплексного коэффициента усиления несимметричного релейно-импульсного элемента. Доклады III н/т конференции, Новокузнецк, 1971.
2. В. П. Казаков. Влияние гистерезиса на характер периодических процессов в релейно-импульсных системах. Автоматика и телемеханика, т. XXII, 1961, № 5.
3. Ю. М. Коршунов. О построении эквивалентного комплексного коэффициента усиления нелинейного импульсного элемента. Автоматика и телемеханика, т. XXIII, 1962, № 5.
4. Л. С. Гольдфарб. К вопросу о теории вибрационных регуляторов. Сб. ст. Метод Гольдфарба в теории регулирования. Госэнергоиздат, 1962.