

АЭРОМЕХАНИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ОХЛАЖДАЮЩЕГО КАНАЛА НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙ ОБМОТКИ БЕТАТРОНА

В. В. ИВАНОВ, Г. Ф. ШИЛИН

(Представлена проф. докт. Г. И. Фуксом)

При проектировании системы воздушного охлаждения бетатрона необходимо знать аэромеханические сопротивления ее отдельных частей. Одним из элементов бетатрона, выделяющим значительное количество джоулева тепла q_v и требующим поэтому интенсивного воздушного охлаждения, является намагничивающая обмотка.

В настоящей статье приведены результаты исследования аэромеханического сопротивления спиральной намагничивающей обмотки бетатрона, выполненной из прямоугольного ряда изолированных шинок (рис. 1). Эквивалентный коэффициент теплопроводности обмотки λ и коэффициент теплоотдачи от поверхности к охлаждающему воздуху α — величины постоянные.

Если считать, что температура охлаждающего воздуха постоянная и равна T_v , то поле температур в прямоугольном ряде шинок описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0,$$

$$-a \leq x \leq a, \quad -b \leq y \leq b,$$

$$-\lambda \frac{\partial T(a, y)}{\partial x} = \alpha [T(a, y) - T_v],$$

$$-\lambda \frac{\partial T(x, b)}{\partial y} = \alpha [T(x, b) - T_v],$$

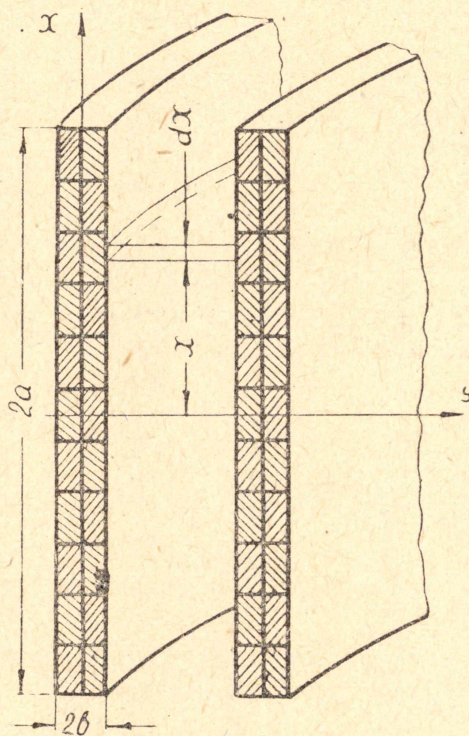


Рис. 1. Охлаждающий канал намагничивающей обмотки бетатрона.

$$\frac{\partial T(0, y)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} = 0.$$

Решение этой системы приведено в [1] и имеет вид

$$T(x, y) = T_B + \frac{q_v \cdot a^2}{\lambda} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) + \frac{\lambda}{a \cdot \alpha} - \right. \\ \left. - 4a \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \nu_n \cdot \operatorname{ch} \nu_n \frac{y}{a} \cdot \cos \nu_n \frac{x}{a}}{\nu_n^3 (2\nu_n + \sin 2\nu_n) \left(\operatorname{th} \nu_n \frac{b}{a} + \frac{a \cdot \alpha}{\lambda \cdot \nu_n} \right) \operatorname{ch} \nu_n \frac{b}{a}} \right].$$

Тепловой поток, идущий с поверхности намагничивающей обмотки, найдем на основании закона Фурье

$$q(x) = -\lambda \frac{\partial T(x, b)}{\partial y} = 4q_v \cdot a^2 \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos \nu_n \frac{x}{a},$$

где

$$A_n = \frac{\sin \nu_n \cdot \operatorname{th} \nu_n \frac{b}{a}}{\nu_n^2 (2\nu_n + \sin 2\nu_n) \left(\operatorname{th} \nu_n \frac{b}{a} + \frac{a \cdot \alpha}{\lambda \cdot \nu_n} \right)}.$$

Для случая движения охлаждающего воздуха в вертикальных каналах уравнение теплового баланса на отрезке dx (рис. 1) запишется так:

$$G \cdot C \cdot dT_B = q(x) \cdot U \cdot dx, \quad (1)$$

где G — расход воздуха [кг/сек],
 C — теплоемкость воздуха [$\text{дж/кг}^\circ\text{К}$],
 U — периметр проходного сечения [м].
 Интегрируя (1), получаем

$$T_B(x) = \frac{U}{G \cdot C} \cdot 4q_v \cdot a^3 \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \cdot \sin \nu_n \frac{x}{a} + B.$$

Так как при $x = -a$ $T = T_{\text{вход}}$, то

$$B = T_{\text{вход}} + \frac{U}{G \cdot C} \cdot 4q_v \cdot a^3 \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \cdot \sin \nu_n.$$

Тогда распределение температуры в потоке охлаждающего воздуха по длине канала намагничивающей обмотки примет вид

$$T_B(x) = T_{\text{вход}} + \frac{U}{G \cdot C} \cdot 4q_v \cdot a^3 \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \left(\sin \nu_n \frac{x}{a} + \sin \nu_n \right). \quad (2)$$

Температуру охлаждающего воздуха на выходе определим как

$$T_{\text{выход}} = T_B(a) = T_{\text{вход}} + \frac{U}{G \cdot C} \cdot 8q_v \cdot a^3 \frac{\alpha}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \cdot \sin \nu_n. \quad (3)$$

Объединяя (2) и (3), получим (рис. 2)

$$T_B(x) = T_{\text{вход}} + \frac{T_{\text{вых}} - T_{\text{вход}}}{2} \cdot \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \cdot \left(\sin \nu_n \frac{x}{a} + \sin \nu_n \right)}{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \cdot \sin \nu_n} \quad (4)$$

Средняя температура воздуха в канале найдется по соотношению

$$T_{\text{ср}} = \frac{\int_{-a}^a T_B(x) \cdot dx}{2a} =$$

$$= \frac{\int_{-a}^a \left[T_{\text{вход}} + \frac{T_{\text{вых}} - T_{\text{вход}}}{2} \cdot \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \left(\sin \nu_n \frac{x}{a} + \sin \nu_n \right)}{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\nu_n} \sin \nu_n} \right] dx}{2a} =$$

$$= \frac{T_{\text{вход}} + T_{\text{выход}}}{2} \quad (5)$$

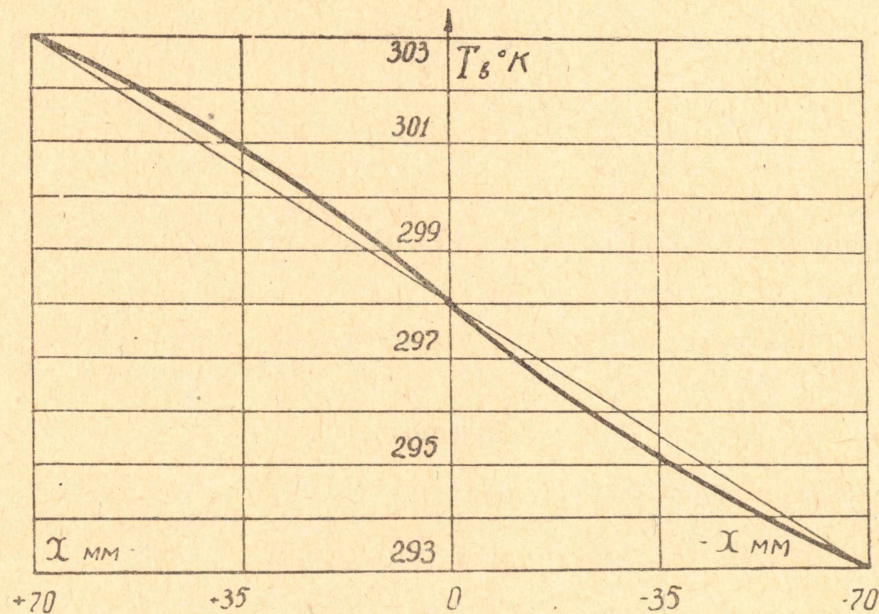


Рис. 2. Распределение температуры охлаждающего воздуха T_B по длине охлаждающего канала.

Для определения потери напора в охлаждающем канале запишем дифференциальное уравнение движения на выделенном участке dx в виде

$$-dP = \xi \frac{\rho W^2}{2} \cdot \frac{dx}{d_{\text{эКВ}}} + \rho W \cdot dW \quad (6)$$

Здесь ρ — плотность воздуха [$\text{кг}/\text{м}^3$];
 W — скорость воздуха [$\text{м}/\text{сек}$];
 $d_{\text{эКВ}}$ — эквивалентный диаметр [м].

Умножив (6) на P и используя уравнение сплошности,

$$\frac{G}{f} = W \cdot \rho = \text{const},$$

где f — площадь проходного сечения [м^2], и уравнение состояния газа

$$P = \rho \cdot RT,$$

получим

$$-P \cdot dP = \xi \left(\frac{G}{f} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot d_{\text{экв}}} RT_{\text{в}}(x) dx + \left(\frac{G}{f} \right)^2 P \cdot d \left(\frac{1}{\rho} \right). \quad (7)$$

Интегрируем (7) с учетом (5), (4),

$$\begin{aligned} \frac{P_{\text{вход}}^2 - P_{\text{выход}}^2}{2} &= \xi \left(\frac{G}{f} \right)^2 \cdot \frac{1}{2d_{\text{экв}}} \cdot R \int_{-a}^a \left[T_{\text{вход}} + \frac{T_{\text{выход}} - T_{\text{вход}}}{2} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\psi_n} \left(\sin \psi_n \frac{x}{a} + \sin \psi_n \right)}{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{1}{\psi_n} \cdot \sin \psi_n} \right] dx + \left(\frac{G}{f} \right)^2 \left[RT_{\text{в}}(x) \right]_{T_{\text{вход}}}^{T_{\text{вых}}} - \int_{P_{\text{вход}}}^{P_{\text{выход}}} RT_{\text{ср}} \frac{dP}{P} \Big] = \\ &= \left(\frac{G}{f} \right)^2 R \left[\xi \cdot \frac{a}{d_{\text{экв}}} \cdot T_{\text{ср}} + (T_{\text{вых}} - T_{\text{вход}}) + T_{\text{ср}} \cdot \ln \frac{P_{\text{вход}}}{P_{\text{выход}}} \right]. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $\ln \frac{P_{\text{вход}}}{P_{\text{выход}}} \approx 0$, окончательно найдем

$$P_{\text{вход}} - P_{\text{выход}} = \Delta P \approx \left(\frac{G}{f} \right)^2 \frac{1}{\rho_{\text{ср}}} \left[\xi \frac{a}{d_{\text{экв}}} + \frac{T_{\text{вых}} - T_{\text{вход}}}{T_{\text{ср}}} \right]. \quad (8)$$

Полное аэромеханическое сопротивление охлаждающего канала намагничивающей обмотки бетатрона определяется зависимостью

$$\Delta P_{\text{л}} = \Delta P + \Delta P_{\text{вход}} + \Delta P_{\text{выход}},$$

где $\Delta P_{\text{вход}}$ и $\Delta P_{\text{выход}}$ — местные аэромеханические сопротивления на входе и выходе из канала. Рекомендации по определению $\Delta P_{\text{вход}}$ и $\Delta P_{\text{выход}}$ приведены в [2].

Выводы

Построено уравнение (8) для расчета аэромеханического сопротивления охлаждающего канала намагничивающей обмотки бетатрона с учетом неизотермического движения воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Лебедев, И. П. Скальская, Я. С. Уфлянд. Сборник задач по математической физике. ГИТТЛ, 1955.
2. А. А. Угинчус. Гидравлика и гидравлические машины. Госэнергоиздат, 1954.