

К ВОПРОСУ О ХАРАКТЕРЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ КРИВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВИБРАТОРА, РАБОТАЮЩЕГО ОТ ИСТОЧНИКА ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ТОКА

Ю. Я. КОВЫЛИН

(Представлена научным семинаром кафедр факультета автоматических систем)

При некоторых допущениях усилие, приложенное к якорю 1 со стороны магнита 2 электромагнитного вибратора (рис. 1), определяется известной формулой

$$P = \frac{L_0 S}{(S - Y)^2} \cdot \frac{i^2}{2}. \quad (1)$$

Здесь i — сила тока, протекающего в обмотке магнита;

S — приведенная длина воздушного зазора между электромагнитом и якорем;

Y — текущее значение смещения якоря, измеряемое от положения статического равновесия;

L_0 — индуктивность обмотки электромагнита при $Y=0$.

Если по обмотке электромагнита протекает пульсирующий ток

$$i = i_0 [1 + \xi \cos(\omega t + \delta)], \quad (2)$$

то движение якоря будет описываться следующим нелинейным дифференциальным уравнением:

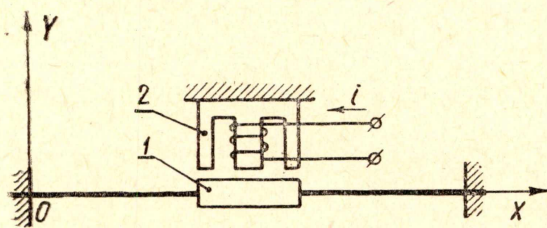


Рис. 1.

$$M \frac{d^2 Y}{dt^2} + H \frac{dY}{dt} + CY = P_0 \frac{[1 + \xi \cos(\omega t + \delta)]^2}{\left(1 + \frac{Y}{S}\right)^2}. \quad (3)$$

Здесь M — приведенная к якорю масса подвижных частей вибратора;

H — коэффициент, учитывающий поглощение энергии в механическом контуре вибратора;

C — коэффициент жесткости пружины;

P_0 — усилие, которое будет развивать электромагнит при $Y=0$, если по его обмотке будет протекать постоянный ток i_0 ;

ξ — коэффициент, равный отношению амплитуды гармонической составляющей тока к величине постоянной составляющей тока ($0 \leq \xi \leq 1$);

ω — круговая частота изменения тока;
 t — время.

Точное решение уравнения (3) неизвестно. Попытки отыскать приближенные решения предпринимались неоднократно. В большинстве известных работ решения строятся в предположении $\left| \frac{Y}{S} \right|_{\max} \ll 1$. При этом считают возможным ограничиться одним [1], двумя [2], или, максимум, тремя [3] первыми членами разложения

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{Y}{S}\right)^2} \sim 1 + 2\frac{Y}{S} + 3\left(\frac{Y}{S}\right)^2 + \dots \quad (3')$$

Но так как вибраторы обычно эксплуатируются при значениях $\left| \frac{Y}{S} \right|_{\max} = 0,5 \div 0,7$ с целью наибольшего возможного использования зазора (по соображениям уменьшения габаритов и веса вибраторов и экономии электроэнергии), то становится очевидным, что результаты, полученные на основе (3'), не охватывают случаи, имеющие наибольшее практическое значение.

В работе [4] к уравнению (3) применен метод прямой линеаризации [5] без использования разложения (3'). Однако большие математические трудности, возникающие при исследовании уравнения (3) этим методом в широком диапазоне частот, вынудили автора [4] ограничиться приближенным рассмотрением только трех частных случаев: $\delta = 0$ (далеко до резонанса); $\delta = \frac{\pi}{2}$ (резонанс); $\delta = \pi$ (далеко за резонансом).

Этого, конечно, недостаточно для суждения об амплитудно-частотных характеристиках электромагнитного вибратора, поскольку, например, большинство вибротранспортирующих машин с электромагнитным возбуждением колебаний настраиваются на околорезонансный режим. Последнее, как известно, способствует уменьшению влияния неустойчивости коэффициента H на амплитуду колебания и в то же время позволяет обеспечить требуемый размах вибрации якоря при сравнительно небольшой величине возмущающей силы.

Целью этой статьи является приближенное изучение общего характера амплитудно-частотных кривых одноконтурного электромагнитного вибратора с подмагничиванием в диапазоне околорезонансных режимов.

Обозначив через

$$\frac{Y}{S} = y, \quad \frac{C}{M} = \omega_0^2, \quad \frac{P_0}{CS} = y_c$$

и, кроме того, в согласии с известной гипотезой Бокка приняв $\frac{H}{M} = h_0 \frac{\omega_0}{\omega}$, придадим уравнению (3) более удобную форму:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{h_0}{\omega_0 \omega} \frac{dy}{dt} + y = y_c \frac{[1 + \xi \cos(\omega t + \delta)]^2}{(1 - y)^2}. \quad (4)$$

Приближенное периодическое решение этого уравнения будем искать в виде:

$$y = a_0 + a \cos \omega t, \quad (5)$$

где a_0 — безразмерное смещение средней линии колебания, возникающее вследствие „несимметричной“ нелинейности и наличия постоянной слагающей возмущающего усилия;

a — безразмерная амплитуда основного тона колебания якоря.

Потребуем, чтобы (4) удовлетворялось решением (5), по крайней мере, в те моменты времени, когда $t=0; \frac{\pi}{2\omega}; \frac{\pi}{\omega}; \dots$. Тогда, подставив (5) в (4) и опустив в знаменателе правой части величину a_0 , незначительную по сравнению с единицей, получим систему уравнений для определения a и a_0 :
при $t=0$

$$a_0 + a \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] = y_c \frac{\left[1 \pm \xi \sqrt{1 - \left(\frac{a}{a_m} \right)^2} \right]^2}{(1-a)^2}, \quad (6)$$

при $t = \frac{\pi}{\omega}$

$$a_0 - a \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] = y_c \frac{\left[1 \mp \xi \sqrt{1 - \left(\frac{a}{a_m} \right)^2} \right]^2}{(1+a)^2}. \quad (7)$$

Здесь

$$a_m = \frac{2y_c \xi \omega_0}{h_0}.$$

Полученная система легко решается графически. Для этого в координатах $x-z$ (рис. 2) строится вспомогательный контур, образуемый кривыми $z_1(x)$ и $z_2(x)$ согласно уравнениям

$$z_1 = y_c \frac{\left[1 + \xi \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_m} \right)^2} \right]^2}{(1-x)^2}, \quad (8)$$

$$z_2 = y_c \frac{\left[1 - \xi \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_m} \right)^2} \right]^2}{(1-x)^2}, \quad (9)$$

где x может принимать как положительные, так и отрицательные значения $-a_m \leq x \leq a_m$. Нетрудно показать, что кривые $z_1(x)$ и $z_2(x)$ плавно сопрягаются друг с другом в точках с абсциссами $x = \pm a_m$ (см. рис. 2).

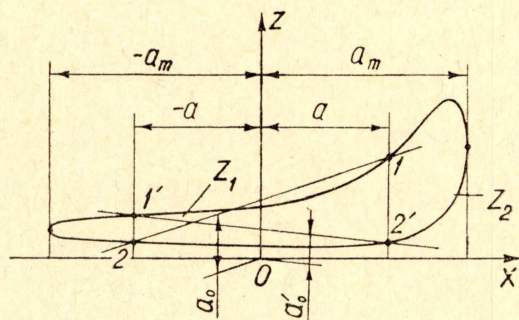


Рис. 2.

Теперь, задаваясь каким-либо значением амплитуды колебания $a \leq a_m$ (кроме того $a < 1$), найдем точки пересечения построенного контура с ординатами $x=a$ и $x=-a$. Далее, через полученные точки $1, 2, 2', 1'$ проводим прямые $1-2$ и $1'-2'$, угловые коэффициенты

которых, как это ясно из (6) и (7), равны $1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$. Таким образом, по угловым коэффициентам построенных прямых определяются два значения $\frac{\omega}{\omega_0}$, отвечающих заданной амплитуде колебания a .

Отрезки на оси ординат, ограниченные с одной стороны началом координат, а с другой стороны точками пересечения прямых $1-2$ и $1'-2'$ с осью ординат, равны (в масштабе чертежа) смещениям a_0 для заданной амплитуды колебания, отвечающим найденным только что двум значениям $\frac{\omega}{\omega_0}$.

Следуя изложенной методике, нетрудно наметить процедуру численного определения величин $\frac{\omega}{\omega_0}$ и a_0 , отвечающих заданной амплитуде колебания a . Она состоит в следующем. Подставив в (8) и (9) количество $x = \pm a$, найдем значения $z_1(a)$, $z_1(-a)$ и $z_2(a)$, $z_2(-a)$. Далее, те отношения частот, при которых может иметь место заданная амплитуда, определяются формулой

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{1 \mp \frac{z_1(\pm a) - z_2(\mp a)}{2a}}, \quad (10)$$

где сначала надо взять верхние знаки, а потом нижние.

Приближенные значения a_0 соответственно равны:

$$a_0 = \frac{z_1(\pm a) + z_2(\mp a)}{2}, \quad (11)$$

причем так же, как и в предыдущем случае, сначала надо взять верхние знаки, а потом нижние.

На рис. 3 показаны амплитудно-частотные кривые электромагнитного вибратора, построенные описанным приближенным способом при $\frac{h_0}{\omega} = 0,05$; $\xi = 1$; $u_c = 0,01$; $u_c = 0,015$; $u_c = 0,02$.

Как видим, с увеличением возмущающего усилия происходит не только смещение максимумов амплитудных кривых влево, что находится в согласии с работой [4], но при этом существенно изменяется и сама форма амплитудных кривых. Если при небольших вынуждающих усилиях они имеют практически такой же вид, как и в обычной линейной системе, то при достаточно сильных возмущениях левая ветвь амплитудной кривой приобретает вид, характерный для нелинейной системы с мягкой характеристикой пружины, тогда как форма правой ветви в пределах физически реализуемого участка близка к линейной системе. В связи с этим при работе «в дорезонансной области» должны иметь место неустойчивые режимы. Этот вывод подтверждает-

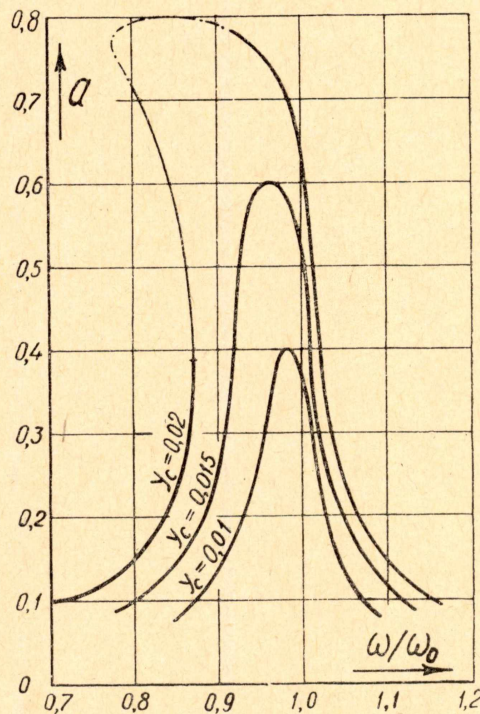


Рис. 3.

ся решением уравнения (4) на электронной модели МН-7 и прямыми опытами с электромагнитным вибратором.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. У. Жариков. К вопросу расчета механической части однотрубных вибро-транспортёров с электромагнитным и механическим возбудителями. Труды Новочеркасского политехнического института, т. 108, Новочеркасск, 1960.
 2. О. Танигути, М. Саката, М. Судзуки. Об установившемся движении электромагнитного вибратора. «Механика», Сб. переводов И.-Л., 6 (76), М., 1962.
 3. Л. Г. Эткин. О возбуждении колебаний упругих систем электромагнитными возбудителями. «Приборостроение», № 2, 1960.
 4. Р. А. Мозникер. Исследование вибрационных испытательных установок с электромагнитными возбудителями. Изд-во АН УССР, Киев, 1960 (на укр. яз.).
 5. Я. Г. Пановко. Основы прикладной теории упругих колебаний. Машгиз, М., 1957.
-