

УДК 629.73.02; 629.73.05/.06; 535.643

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАССМАНА В СИСТЕМАХ КОДИРОВАНИЯ ЦВЕТА, ПРИМЕНЯЕМЫХ В АВИОНИКЕ**И.О. Жаринов<sup>1,2</sup>, О.О. Жаринов<sup>3</sup><sup>1</sup> Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики<sup>2</sup> Санкт-Петербургское ОКБ «Электроавтоматика» им. П.А. Ефимова<sup>3</sup> Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП)

E-mail: igor\_rabota@pisem.net, zharinov73@hotmail.ru

**Жаринов Игорь Олегович**, д-р техн. наук, доцент, руководитель учебно-научного центра Санкт-Петербургского опытно-конструкторского бюро «Электроавтоматика» им. П.А. Ефимова, заведующий кафедрой машинного проектирования бортовой электронно-вычислительной аппаратуры Санкт-Петербургского Национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. E-mail: igor\_rabota@pisem.net

Область научных интересов: проектирование вычислительных систем в классе структур интегрированной модульной авионики, мультивычислители, авиационное приборостроение, проектирование информационно-управляющего поля кабины пилота и систем отображения информации, проектирование геоинформационных систем авиационного применения, системы автоматизации проектирования авионики.

**Жаринов Олег Олегович**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры моделирования вычислительных и электронных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

E-mail: zharinov73@hotmail.ru

Область научных интересов: теория систем, теория обработки сигналов, цифровые вычислительные системы, проектирование информационно-управляющего поля кабины пилота и систем отображения информации, проектирование геоинформационных систем авиационного применения.

Рассматривается задача оценки разрешающей способности математического преобразования Грассмана, связывающего координаты цветности в различных системах кодирования: *RGB* и *XY*. Приводятся примеры графических представлений цветов и оттенков в различных системах кодирования. Предложен вывод формулы для оценки разрешающей способности преобразования Грассмана, определяющей величину минимально возможного (не нулевого) модуля дискрета изменения  $(x, y)$ -координат цветности по осям *XY* при изменении кода *RGB* на произвольную величину по любому из трех компонентов *R*, *G*, *B*. Рассчитаны числовые значения разрешающей способности и определены значения начальных и конечных кодов *RGB*, при которых достигается минимум приращений  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  для единичного приращения кода *RGB* и восьмибитного кодирования каждого компонента *R*, *G*, *B*.

**Ключевые слова:**

Преобразование Грассмана, системы кодирования цвета, разрешающая способность, оптические системы.

**Введение**

Решение ряда прикладных задач современного авиационного приборостроения сопряжено с исследованием физических принципов и оптических явлений, описываемых на языке математики с помощью преобразования Грассмана [1–4]. К таким задачам, в частности, относится [5–8] задача выбора относительных долей компонентов основных цветов (красного, зеленого, синего), составляющих цветовую палитру бортовых средств индикации пилотажно-навигационных параметров и геоинформационных данных, обладающую повышенными визуальными характеристиками восприятия для человека.

Преобразование Грассмана вводит взаимодозначное соответствие числовых значений (координат цветности), представляющих один и тот же цвет (оттенок цвета) в различных системах кодирования. В авиационных системах индикации применяется десятичная система кодирования цвета *RGB* (Red, Green, Blue) для программирования средств отображения информа-

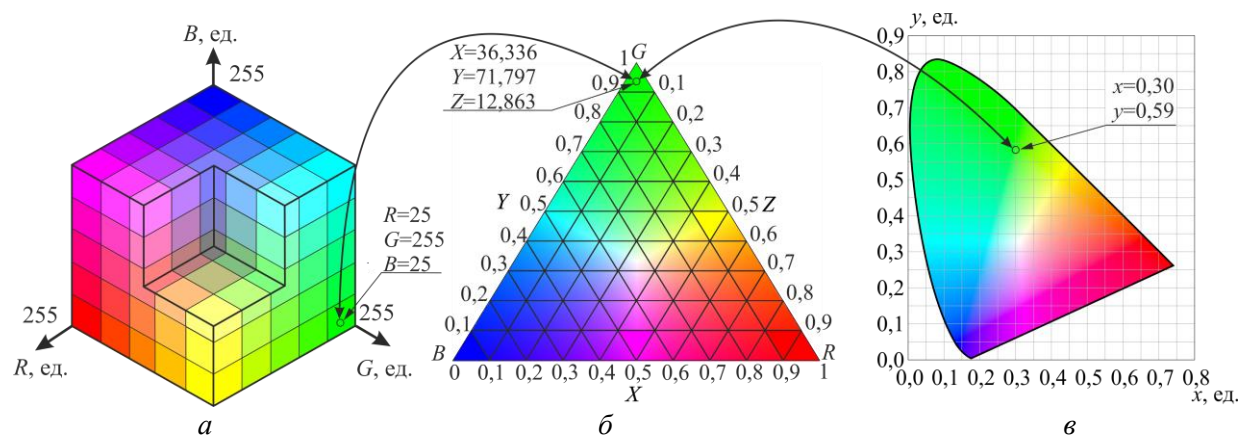
ции, выполненных на базе жидкокристаллической панели [9–12], и система кодирования  $XY$  для оценки качества визуализации информации в различных условиях эксплуатации аппаратуры (углы наблюдения, внешняя солнечная засветка и пр.).

Разрешающая способность [13] преобразования Грассмана, подлежащая оценке, определяет величину минимально возможного (не нулевого) модуля дискрета изменения  $(x,y)$ -координат цветности в  $XY$ -системе кодирования, и формирует требование к соответствующей метрологической характеристике колориметра (или яркомера с функцией измерения координат цветности), планируемого к использованию в натуральных экспериментах с бортовыми индикаторами [14].

Минимальная величина дискрета  $(\Delta x, \Delta y)$  позволяет разработчикам авиационной техники определять значения десятичных кодов  $RGB$  для цветов и оттенков с повышенными значениями контраста индицируемого изображения с точностью до единичного приращения кода компонентов основных цветов. Существующие промышленные образцы измерителей координат цветности обладают разрешающей способностью на уровне  $\Delta x \geq 0,02...0,05$ ,  $\Delta y \geq 0,02...0,05$  единиц. Отдельные образцы колориметров, разрабатываемые специально в исследовательских целях, обладают разрешающей способностью на уровне до 0,002 ед. Такие значения не обеспечивают необходимой разработчикам бортовых индикаторов точности выбора относительных долей кодов  $RGB$  цветовой палитры, в связи с чем должны быть определены специальные требования к характеристиками измерительной аппаратуры в части оценки ее разрешающей способности.

### Преобразование Грассмана в оптических системах кодирования цвета

Соответствие десятичного кода  $RGB$   $(x,y)$ -координатам цветности на  $XY$ -плоскости основано на преобразованиях (прямом и обратном) Грассмана, связывающих код цвета (рис. 1, а) в компонентах основных цветов  $RGB \in [0, 255]$  в десятичной системе счисления со значениями сторон  $XYZ \in [0, 1]$  цветового треугольника Максвелла (рис. 1, б).



**Рис. 1.** Графическое представление различных систем кодирования цвета, используемых в преобразовании Грассмана: а – система  $RGB$ ; б – цветовой треугольник Максвелла; в –  $XY$ -плоскость

Уравнения прямого  $RGB \rightarrow XYZ$  и обратного  $XYZ \rightarrow RGB$  преобразования Грассмана имеют вид соответственно [1, 3]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r & X_g & X_b \\ Y_r & Y_g & Y_b \\ Z_r & Z_g & Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_r & X_g & X_b \\ Y_r & Y_g & Y_b \\ Z_r & Z_g & Z_b \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $X, Y, Z$  – компоненты цвета в системе  $XYZ$ ;  $X_r, X_g, X_b, Y_r, Y_g, Y_b, Z_r, Z_g, Z_b$  – компоненты цвета, определенные Международной комиссией по освещению (МКО) и используемые в качестве эталона для точного стандарта определения цвета;  $R, G, B$  – код цвета компонентов основных

цветов в десятичной системе  $RGB$ . Компоненты  $X_r, Y_r, Z_r$  определяют правило преобразования кода  $RGB$  для эталонного значения красного цвета, компоненты  $X_g, Y_g, Z_g$  и  $X_b, Y_b, Z_b$  – для зеленого цвета и синего цвета соответственно.

Переход от значений сторон  $XYZ$  треугольника Максвелла к  $(x,y)$ -координатам цветности (рис. 1, в) элементов изображения осуществляется по формулам [2]:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}, \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}, \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z}, \quad (2)$$

координата  $z$  при таком преобразовании может не рассчитываться.

### Теоретическая оценка разрешающей способности преобразования Грассмана

Как следует из анализа (1), (2), каждому, в том числе и единичному, дискретному приращению кода  $RGB$ , увеличивающему значение  $R_i G_i B_i$  до значения  $R_{i+1} G_{i+1} B_{i+1}$  на  $XY$ -плоскости, соответствуют приращения координат  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ ,  $\Delta y = y_{i+1} - y_i$ . Величины этих приращений могут быть оценены следующим образом.

В соответствии с (1), (2)

$$\begin{cases} \Delta x = x_{i+1}|_{R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}} - x_i|_{R_iG_iB_i} = \frac{X_{i+1}}{X_{i+1} + Y_{i+1} + Z_{i+1}} - \frac{X_i}{X_i + Y_i + Z_i} \\ \Delta y = y_{i+1}|_{R_{i+1}G_{i+1}B_{i+1}} - y_i|_{R_iG_iB_i} = \frac{Y_{i+1}}{X_{i+1} + Y_{i+1} + Z_{i+1}} - \frac{Y_i}{X_i + Y_i + Z_i} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = \frac{X_{i+1}Y_i + X_{i+1}Z_i - X_iY_{i+1} - X_iZ_{i+1}}{(X_i + Y_i + Z_i)(X_{i+1} + Y_{i+1} + Z_{i+1})} \\ \Delta y = \frac{Y_{i+1}X_i + Y_{i+1}Z_i - Y_iX_{i+1} - Y_iZ_{i+1}}{(X_i + Y_i + Z_i)(X_{i+1} + Y_{i+1} + Z_{i+1})} \end{cases}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} X_i &= X_r R_i + X_g G_i + X_b B_i, \quad Y_i = Y_r R_i + Y_g G_i + Y_b B_i, \\ Z_i &= Z_r R_i + Z_g G_i + Z_b B_i, \quad X_{i+1} = X_r R_{i+1} + X_g G_{i+1} + X_b B_{i+1}, \\ Y_{i+1} &= Y_r R_{i+1} + Y_g G_{i+1} + Y_b B_{i+1}, \quad Z_{i+1} = Z_r R_{i+1} + Z_g G_{i+1} + Z_b B_{i+1}. \end{aligned}$$

После замены переменных и раскрытия скобок числители первого и второго уравнений системы (3) примут вид

$$\begin{aligned} & X_{i+1}Y_i + X_{i+1}Z_i - X_iY_{i+1} - X_iZ_{i+1} = \\ &= (R_{i+1}G_i - R_iG_{i+1})(X_rY_g + X_rZ_g - X_gY_r - X_gZ_r) + \\ &+ (R_{i+1}B_i - R_iB_{i+1})(X_rY_b + X_rZ_b - X_bY_r - X_bZ_r) + \\ &+ (G_{i+1}B_i - G_iB_{i+1})(X_gY_b + X_gZ_b - X_bY_g - X_bZ_g) = \\ &= \det \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}, \quad (4) \\ & Y_{i+1}X_i + Y_{i+1}Z_i - Y_iX_{i+1} - Y_iZ_{i+1} = \\ &= (R_{i+1}G_i - R_iG_{i+1})(Y_rX_g + Y_rZ_g - Y_gX_r - Y_gZ_r) + \\ &+ (R_{i+1}B_i - R_iB_{i+1})(Y_rX_b + Y_rZ_b - Y_bX_r - Y_bZ_r) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+(G_{i+1}B_i - G_iB_{i+1})(Y_g X_b + Y_g Z_b - Y_b X_g - Y_b Z_g) = \\
 &= \det \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}, \tag{5}
 \end{aligned}$$

На заключительном шаге выражений (4), (5) применено правило разложения определителя по первому столбцу и по минорам [15]. Знаменатель уравнений системы (3) равен

$$\begin{aligned}
 &(X_i + Y_i + Z_i)(X_{i+1} + Y_{i+1} + Z_{i+1}) = \\
 &= (R_i(X_r + Y_r + Z_r) + G_i(X_g + Y_g + Z_g) + B_i(X_b + Y_b + Z_b)) \times \\
 &\times (R_{i+1}(X_r + Y_r + Z_r) + G_{i+1}(X_g + Y_g + Z_g) + B_{i+1}(X_b + Y_b + Z_b)) = \\
 &= (a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r R_{i+1} + a_g G_{i+1} + a_b B_{i+1}),
 \end{aligned}$$

где

$$a_r = X_r + Y_r + Z_r, \quad a_g = X_g + Y_g + Z_g, \quad a_b = X_b + Y_b + Z_b.$$

Таким образом, величины приращений координат  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ ,  $\Delta y = y_{i+1} - y_i$  на  $XY$ -плоскости, соответствующие дискретному изменению десятичного кода  $RGB \in [0, 255]$  от значения  $R_i G_i B_i$  до значения  $R_{i+1} G_{i+1} B_{i+1}$ , составляют

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta x &= \frac{\det \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r R_{i+1} + a_g G_{i+1} + a_b B_{i+1})} \\ \Delta y &= \frac{\det \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} & R_i & R_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} & G_i & G_{i+1} \\ \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} & B_i & B_{i+1} \end{pmatrix}}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r R_{i+1} + a_g G_{i+1} + a_b B_{i+1})} \end{aligned} \right. \tag{6}$$

Комбинация кодов  $R=G=B=0$ , соответствующая черному цвету изображения, не используется для задания начального значения  $R_i G_i B_i$ . Минимальными значениями начальных кодов  $R_i G_i B_i$  являются десятичные комбинации  $[0,0,1]$ ,  $[0,1,0]$  или  $[1,0,0]$ , в которых хотя бы одна составляющая кода цвета не является нулевой.

Увеличение кода

$$R_{i+1} = R_i + \Delta R, \quad G_{i+1} = G_i + \Delta G, \quad B_{i+1} = B_i + \Delta B \tag{7}$$

может осуществляться независимо (раздельно, т. е.  $\Delta R \neq \Delta G \neq \Delta B$ , или одновременно, т. е.

$\Delta R = \Delta G = \Delta B$ ) по всем трем компонентам цвета с дискретностью  $\Delta R \in [1, 2, \dots, 255]$ ,  $\Delta G \in [1, 2, \dots, 255]$ ,  $\Delta B \in [1, 2, \dots, 255]$ , при которой справедливы условия:  $1 \leq R_{i+1} \leq 255$ ,  $1 \leq G_{i+1} \leq 255$ ,  $1 \leq B_{i+1} \leq 255$ .

Для выполнения расчетов величин  $(\Delta x, \Delta y)$  в числителях выражений системы (6) в третьем столбце определителей матриц значения конечных кодов  $R_{i+1}, G_{i+1}, B_{i+1}$  могут быть заменены на соответствующие приращения  $\Delta R, \Delta G, \Delta B$  компонентов основных цветов. Минимальный шаг инкрементирования значения кода каждого компонента цвета:  $\Delta R_{min} = \Delta G_{min} = \Delta B_{min} = 1$ .

Результаты расчетов модулей приращений  $|\Delta x|, |\Delta y|$ , полученные на основе уравнений системы (6) с использованием средств вычислительной техники, показывают, что минимальный дискрет изменения значения  $|\Delta x|$  составляет  $8,45 \cdot 10^{-10}$  и достигается при переходе от точки кода  $RGB$  со значениями (7, 221, 254) к точке со значениями кода (7, 222, 255). Минимальный дискрет изменения значения  $|\Delta y|$  составляет  $7,23 \cdot 10^{-10}$  и достигается при переходе от точки кода  $RGB$  со значениями (43, 254, 47) к точке со значениями кода (44, 255, 47). Диагональный переход вида  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  имеет минимум на  $XY$ -плоскости со значением  $1,614 \cdot 10^{-6}$  и достигается при переходе от точки кода  $RGB$  со значениями (253, 254, 0) к точке со значениями кода (254, 255, 0). Значения кодов  $RGB$ , в окрестностях которых получены минимумы горизонтального, вертикального и диагонального приращений, не совпадают между собой.

### Разрешающая способность преобразования Грассмана в точках экстремума

Оценка разрешающей способности преобразования Грассмана в точках экстремума определяется путем подстановки (7) в (6), вычисления отношений частных конечных разностей по  $\Delta x$ :  $\partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta R$ ,  $\partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta G$ ,  $\partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta B$ ; по  $\Delta y$ :  $\partial \Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta R$ ,  $\partial \Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta G$ ,  $\partial \Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta B$  и приравнивания этих отношений нулю с последующим разрешением полученной системы уравнений относительно  $\Delta R, \Delta G, \Delta B$ .

Ввиду дробно-рационального вида правой части выражений системы (6) для упрощения аналитических выкладок при выводе отношений конечных разностей целесообразно воспользоваться правилом «логарифмического дифференцирования» [15]

$$\frac{d \ln f(t)}{dt} = \frac{1}{f(t)} \frac{df(t)}{dt}$$

левой и правой частей выражений. Итоговые выражения для отношений конечных разностей в аналитической форме имеют вид:

$$1. \partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta R =$$

$$a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ = \Delta G \frac{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} +$$

$$\begin{aligned}
 & a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 + \Delta B & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} + \\
 & \frac{\det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

2.  $\partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta G =$

$$\begin{aligned}
 & a_r \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 = \Delta R & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} + \\
 & a_b \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 + \Delta B & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} + \\
 & \frac{\det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}. \tag{9}
 \end{aligned}$$

3.  $\partial \Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta B =$

$$\begin{aligned}
 & -a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 = \Delta R & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} + \\
 & a_b \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 + \Delta G & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} -
 \end{aligned}$$

$$\frac{\det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} \cdot \quad (10)$$

4.  $\partial \Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta R =$

$$\begin{aligned} & a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ = \Delta G & \frac{\quad}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} + \\ & a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ + \Delta B & \frac{\quad}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} + \\ & \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ & + \frac{\quad}{(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} \cdot \quad (11) \end{aligned}$$

5.  $\partial \Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial \Delta G =$

$$\begin{aligned} & a_r \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ = \Delta R & \frac{\quad}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} + \\ & a_b \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ + \Delta B & \frac{\quad}{(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i)(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} + \\ & \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ & + \frac{\quad}{(a_r(R_i + \Delta R) + a_g(G_i + \Delta G) + a_b(B_i + \Delta B))^2} \cdot \quad (12) \end{aligned}$$

6.  $\partial\Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B) / \partial\Delta B =$

$$\begin{aligned}
 & -a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\
 = \Delta R & \frac{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2 +}{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} + \\
 & + \Delta G \frac{\left( a_b \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2 -}{\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2} - \\
 & - \frac{\det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}}{\left( a_r (R_i + \Delta R) + a_g (G_i + \Delta G) + a_b (B_i + \Delta B) \right)^2}. \tag{13}
 \end{aligned}$$

Поиск приращений  $\{\Delta R_{\Delta x}, \Delta G_{\Delta x}, \Delta B_{\Delta x}\}$ ,  $\{\Delta R_{\Delta y}, \Delta G_{\Delta y}, \Delta B_{\Delta y}\}$ , в точках которых достигается  $extr(\Delta x)$ ,  $extr(\Delta y)$ , осуществляется путем решения систем:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial\Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta R} = 0 \\ \frac{\partial\Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta G} = 0 \\ \frac{\partial\Delta x(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta B} = 0 \end{aligned} \right\}, \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial\Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta R} = 0 \\ \frac{\partial\Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta G} = 0 \\ \frac{\partial\Delta y(\Delta R, \Delta G, \Delta B)}{\partial\Delta B} = 0 \end{aligned} \right\}. \tag{14}$$

После подстановки (8)–(13) в (14) и приведения систем уравнений (14) к матричному виду отдельно по  $x$ -координате и отдельно по  $y$ -координате выражения для обеих систем (14) примут вид

$$\begin{bmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & 0 & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{\Delta x} \\ \Delta G_{\Delta x} \\ \Delta B_{\Delta x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & 0 & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{\Delta y} \\ \Delta G_{\Delta y} \\ \Delta B_{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

где

$$\begin{aligned}
 L_1 &= -\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
 L_2 &= -\left( a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i \right) \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$



$$L_3 = (a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{12} = a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{13} = a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{21} = a_r \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{23} = a_b \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{31} = -a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_r & Y_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$M_{32} = a_b \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_g & Y_g + Z_g \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} X_b & Y_b + Z_b \\ X_g & Y_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} X_r & Y_r + Z_r \\ X_b & Y_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$K_1 = -(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$K_2 = -(a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
K_3 &= (a_r R_i + a_g G_i + a_b B_i) \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{12} &= a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{13} &= a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{21} &= a_r \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{23} &= a_b \det \begin{pmatrix} B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} + a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{31} &= -a_r \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_b \det \begin{pmatrix} G_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_r & X_r + Z_r \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \\
N_{32} &= a_b \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_g & X_g + Z_g \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \\ B_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \end{pmatrix} - a_g \det \begin{pmatrix} R_i & \det \begin{pmatrix} Y_b & X_b + Z_b \\ Y_g & X_g + Z_g \end{pmatrix} \\ G_i & \det \begin{pmatrix} Y_r & X_r + Z_r \\ Y_b & X_b + Z_b \end{pmatrix} \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Анализ матричных уравнений (15) показывает, что коэффициенты  $M_{ij}$ ,  $N_{ij}$ , симметричные относительно нулевых главных диагоналей, имеют равные по модулю значения и противоположный знак, т. е.:  $M_{12} = -M_{21}$ ,  $M_{13} = -M_{31}$ ,  $M_{23} = -M_{32}$ ,  $N_{12} = -N_{21}$ ,  $N_{13} = -N_{31}$ ,  $N_{23} = -N_{32}$ . Можно показать, что такие матрицы имеют определитель, равный нулю.

Таким образом, согласно правилу Крамера [15], у уравнений (15) теоретически существует бесконечное число решений (точек экстремума) на континуальном множестве. Дополнение этих матриц соответствующими столбцами свободных членов  $L_1-L_3$  и  $K_1-K_3$  и вычисление ранга исходных и дополненных матриц приводит к выводу о несовместности уравнений обеих матричных систем (15).

### Заключение

Анализ системы (6) показывает, что изменение десятичного кода одного компонента цвета, например красного  $R$ , при нулевых значениях кодов двух других цветов ( $G$  и  $B$ ) не приводит к смещению  $(x,y)$ -координат на  $XY$ -плоскости – определители в числителе (6) в этом случае равны нулю. Красный цвет с кодами  $R=5$ ,  $R=120$ ,  $R=200$ ,  $R=255$  и др. при  $G=0$  и  $B=0$  имеет одни и те же  $(x,y)$ -координаты цветности на  $XY$ -плоскости. Аналогично для  $G$  и  $B$ . При одновременном увеличении значения кода  $RGB$  в равных пропорциях сразу по всем трем компонентам основных цветов смещения  $(x,y)$ -координат также не происходит, т. к. эти изменения соответствуют одному цвету – белому. Смещение  $(x,y)$ -координат цветности на  $XY$ -плоскости на величину  $(\Delta x, \Delta y)$  образуется только при «смешении» компонентов трех основных цветов в разных пропорциях.

Также анализ системы (6) и результаты вычислений, полученные на ее основе, показывают, что величины дискретных приращений  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  распределены на  $XY$ -плоскости неравномерно, т. е. шаг изменения  $(x,y)$ -координат цветности в пределах различных зон для оттенков цветов (рис. 1, в) при изменении кодов  $RGB$  на единицу различен. Неравномерность распределения приращений по полю вызвана в первую очередь нелинейностью преобразования (2).

Расчеты величин приращений по уравнениям системы (6) показывают, что абсолютные значения большинства пар приращений  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  не равны между собой, т. е. разрешающая способность преобразования Грассмана по  $x$ -координате не равна в общем случае разрешающей способности по  $y$ -координате, в связи с чем при выборе колориметра выбор метрологической характеристики измерительного прибора должен основываться на минимальном из двух значений, т. е.  $\min(\Delta x, \Delta y)$ , полученных при изменении кода  $RGB$  во всем диапазоне принимаемых значений.

Полученные в процессе расчетов числовые значения разрешающей способности преобразования Грассмана:

– по горизонтальной координате минимум  $|\Delta x| = 8,45 \cdot 10^{-10}$ ;

– по вертикальной координате минимум  $|\Delta y| = 7,23 \cdot 10^{-10}$ ;

– по диагонали минимум  $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 1,614 \cdot 10^{-6}$ ,

соответствуют стандарту МКО 1931 г. с системой оценки баланса белого цвета D-65 и принятой системой кодирования «8 бит на компонент основного цвета». Уравнения системы (6) приведены в аналитическом виде (зависимость приращений от коэффициентов матрицы МКО) и могут быть использованы для оценки разрешающей способности преобразования Грассмана как для стандарта МКО 1931 г., так и для стандарта МКО 1964 г. с различными системами оценки баланса белого цвета: D-75, D-65, D-55, D-50 и др., в пределах каждой из которых компоненты основных цветов  $X_r, X_g, X_b, Y_r, Y_g, Y_b, Z_r, Z_g, Z_b$  базового преобразования (1) являются различными.

Необходимо также заметить, что представленные числовые значения разрешающей способности преобразования Грассмана на несколько порядков менее технических характеристик существующей измерительной аппаратуры. В связи с этим в экспериментах по оценке визуальных характеристик восприятия цветовой палитры значительное количество цветовых переходов от одного оттенка к другому не может быть определено современными инструментальными средствами измерения с требуемой разработчикам авионики точностью.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование распределения оценки разрешающей способности преобразования Грассмана в системах кодирования цвета, применяемых в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 8. – С. 40–47.
2. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование свойства равноконтрастности цветовых пространств, применяемых в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 11. – С. 35–43.

3. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О. Исследование визуальных характеристик средств отображения пилотажно-навигационных параметров и геоинформационных данных в авионике // Информационно-управляющие системы. – 2014. – № 4. – С. 61–67.
4. Костишин М.О., Шукалов А.В., Парамонов П.П. и др. Алгоритмы автоматизации конфигурирования загрузочных компонентов аэронавигационной информации и геоинформационных данных авионики // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 9. – С. 64–72.
5. Парамонов П.П., Ильченко Ю.А., Жаринов И.О., Тарасов П.Ю. Структурный анализ и синтез графических изображений на экранах современных средств бортовой индикации на плоских жидкокристаллических панелях // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 5. – С. 50–57.
6. Парамонов П.П., Ильченко Ю.А., Жаринов И.О. Теория и практика статистического анализа картографических изображений в системах навигации пилотируемых летательных аппаратов // Датчики и системы. – 2001. – № 8. – С. 15–19.
7. Парамонов П.П., Костишин М.О., Жаринов И.О. и др. Принцип формирования и отображения массива геоинформационных данных на экран средств бортовой индикации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 6. – С. 136–142.
8. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О. и др. Оценка точности визуализации местоположения объекта в геоинформационных системах и системах индикации навигационных комплексов пилотируемых летательных аппаратов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2014. – № 1. – С. 87–93.
9. Жаринов И.О., Емец Р.Б. Индикационное оборудование в авиации XXI века // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2003. – № 11. – С. 193–195.
10. Парамонов П.П., Копорский Н.С., Видин Б.В., Жаринов И.О. Многофункциональные индикаторы на плоских жидкокристаллических панелях: наукоемкие аппаратно-программные решения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2004. – № 3. – С. 238–245.
11. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Бортовые средства отображения информации на плоских жидкокристаллических панелях: учеб. пособие // Информационно-управляющие системы. СПб: ГУАП. – 2005. – 144 с.
12. Костишин М.О., Жаринов И.О. Исследование оптических параметров бортовых средств индикации геоинформационных данных // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2014. – № 2. – С. 5–9.
13. Жаринов И.О., Жаринов О.О. Оценка инструментальной погрешности косвенного измерения координат цвета в цветовой модели данных, применяемой в авионике // Программная инженерия. – 2014. – № 12. – С. 39–46.
14. Костишин М.О., Жаринов И.О., Жаринов О.О., Богданов А.В. Оценка частоты обновления информации в видеопотоке индикации бортовых геоинформационных данных авионики // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2014. – № 4. – С. 9–15.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука. – 1973. – 832 с.

Поступила 25.01.2015 г.