

усвоению знаний и овладению способами деятельности, входящими в содержание обучения по дисциплине «Иностранный язык», с другой стороны, удовлетворяет потребность в самосовершенствовании по предмету за пределами обязательного программного материала.

Сегодняшний мир – это визуально ориентированный мир, мир виртуальных возможностей и информационных технологий. Поэтому видео стало привлекать аудиторию не только в качестве развлечения, но и активно использоваться с познавательной целью во всех сферах человеческой деятельности, в том числе и в образовании.

### Список литературы

1. Носкова Т.Н. Аудиовизуальные технологии в образовании – СПб.: СПбГУКиТ, 2004. – 25 с.
2. PLOTAGON Story telling for everyone // [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://plotagon.com>

### ПРИМЕНЕНИЕ ПОДХОДА «РАЗДЕЛЯЙ И ВЛАСТВУЙ» В ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧАХ НА ЗАПРОСЫ В ДЕРЕВЕ С МОДИФИКАЦИЯМИ

*О.А. Голуб*

*(г. Томск, Томский политехнический университет)*

*E-mail: taube@sibmail.com*

### USING “DIVIDE AND CONQUER” APPROACH FOR QUERIES PROCESSING IN TREES WITH MODIFICATIONS

*O.A. Golub*

*(Tomsk, Tomsk Polytechnic University)*

**Abstract.** Approach «divide and conquer» has been extended on the problem in using trees with modification queries. Asymptotic evaluation of the algorithm has been proved. A set of problems on this theme has been collected and offered to pupils at the programming contest.

**Keywords:** trees, programming contests, divide and conquer, queries with modifications.

**Введение.** Олимпиадное программирование – область, способствующая развитию множества IT-специалистов, востребованных в компаниях международного уровня. Она формирует креативное мышление и способность к оптимизации кода. Олимпиадное программирование включает в себя внушительную базу алгоритмов, применяющихся в разных отраслях IT-индустрии.

**Описание используемого алгоритма.** Существует широкий класс алгоритмов, построенных на методе «Разделяй и властвуй», использующийся в различных областях олимпиадного программирования, начиная с обычной сортировки массива, и заканчивая динамическим программированием [1]. Суть его заключается в следующем:

1. Поставленная задача разбивается на две или больше независимые задачи меньшей размерности, решаемые независимо друг от друга.

2. Каждая из полученных задач решается рекурсивно.

3. Из решений подзадач komponуется решение исходной задачи.

Данный алгоритм применяется и в задачах о деревьях [2] (связные ациклические графы):

1. Нахождение центра графа.

2. Проход по вершинам графа и подсчёт искомых величин относительно центра графа.

3. Проход по вершинам графа и устранение влияния вершин, принадлежащих одному поддереву.

4. Рекурсивное решение задачи для поддеревьев.

Такой алгоритм позволяет достичь асимптотики построения и обработки запросов не хуже  $O(n \cdot \log_2(n) + m \cdot \log_2(n))$ , где  $n$  – количество вершин в дереве,  $m$  – количество запросов. Первое слагаемое отвечает за время нахождения центра графа и время расчёта величин относительно него. Подобную процедуру можно осуществить с помощью двух обходов дерева в глубину. Второе слагаемое отвечает за саму обработку запросов. Эта оценка неочевидна, однако её можно доказать.

Каждый запрос рассматривается такое же количество раз, как и вершина, к которой он относится. В подзадачах рассмотрение ведётся от центра графа, который обладает тем свойством, что количество вершин в каждом его поддереве не превышает половины общего числа вершин. Таким образом, рассматривая верхнюю границу, всякая вершина рассматривается сначала в поддереве размером  $n$ , затем  $\frac{n}{2}$ ,  $\frac{n}{4}$  и так далее, пока размер поддерева не меньше единицы. В итоге имеем  $\log_2(n)$  посещений для каждой вершины, что в совокупности приводит к асимптотической оценке  $O(n \cdot \log_2(n) + m \cdot \log_2(n))$ .

Если для обработки запросов необходима сортировка, то, согласно выше доказанному факту, каждая вершина участвует в сортировке  $\log_2(n)$  раз, что в итоге даёт приближённую оценку  $O(n \cdot \log_2^2(n))$ . Суммарно алгоритм работает за  $O(n \cdot \log_2(n) + m \cdot \log_2(n) + n \cdot \log_2^2(n))$ .

**Введение запросов на модификацию.** Описанный выше подход используется для ответа на статические запросы. Было проведено его обобщение и для запросов на модификацию. Это возможно с помощью таких структур данных, как деревья отрезков.

Общая схема решения задачи в таком случае выглядит так:

1. Нахождение центра графа.
2. Создание деревьев отрезков для всего дерева и для каждого поддерева.
3. Проход по вершинам графа и построение основного дерева отрезков.
4. Проход по вершинам графа и построение малых деревьев отрезков.
5. Проход по всем запросам, принадлежащим рассматриваемым вершинам. В случае запроса на модификацию изменяется основное дерево отрезков и соответствующее малое дерево, в случае запроса на подсчёт из данных основного дерева отрезков и соответствующего малого дерева формируется ответ на запрос.

6. Рекурсивное решение задачи для поддеревьев.

Оценим асимптотику вышеизложенного алгоритма. Каждый запрос рассматривается такое же количество раз, как и вершина, к которой он относится. Таким образом, каждый запрос будет обрабатываться  $\log_2(n)$  раз. Исходя из свойств деревьев отрезков, обработка запросов в основном дереве будет проводиться за  $O(\log_2(n))$ . Обработке запросов в малых деревьях также можно присвоить верхнюю оценку  $O(\log_2(n))$ . Построение деревьев происходит за линейную асимптотику относительно количества вершин. Таким образом, в итоге имеем  $O(n \cdot \log_2(n) + m \cdot \log_2^2(n) + n \cdot \log_2(n))$ .

**Пример задачи.** На данный алгоритм было составлено несколько задач. В качестве примера можно привести задачу, представленную на олимпиаде по программированию для школьников «Algorithm», проведённую в Национальном исследовательском Томском политехническом университете 17 марта 2015 года. В упрощённом и переформулированном виде её условие выглядит следующим образом:

«В Берляндии есть  $n$  городов, соединённых между собой  $n - 1$  двунаправленными дорогами разной протяжённости. Между любыми двумя городами существует ровно один путь,

проходящий по этим дорогам. Одна из служб страны ежегодно проводит переписи населения и знает численность населения каждого города. Однако иногда эта служба обнаруживает, что некоторые данные найдены неверно, проводит повторную перепись и обновляет базу. Для расчёта полезности дорог министерству иногда требуется знать количество людей, которые проживают не дальше, чем на расстоянии  $l$  от города  $x$ .

Более формально, необходимо уметь обрабатывать два типа запросов:

1.  $1 \times 1$  – вывести количество людей, которые проживают не дальше, чем на расстоянии  $l$  от города  $x$ .

2.  $2 \times u$  – изменить численность населения города  $v$  на  $u$ .

Асимптотика решения представленной задачи –  $O(n \cdot \log_2(n) + m \cdot \log_2^2(n) + n \cdot \log_2(n) + n \cdot \log_2^2(n))$ . Последнее слагаемое появляется за счёт необходимости сортировки вершин по дистанции от центра графа.

**Выводы.** В результате проведенного исследования, идея подхода «разделяй и властвуй» была использована для решения задачи обработки запросов в дереве. Была теоретически обоснована асимптотическая оценка описанного подхода. Задача на использование описанного подхода была предложена школьникам Томской области на олимпиаде по программированию.

### Список литературы

1. Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. Алгоритмы. Построение и анализ – М.: Издательский дом «Вильямс», 2013. – 1290 с.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход – М.: Мир, 1978. – 432 с.

### ЭЛЕКТРОННОЕ ОБУЧЕНИЕ ГЛАЗАМИ СТУДЕНТА

*П.А. Горбачев, В.А. Горбачев, Р.Г. Долотова  
(г. Томск, Томский политехнический университет)  
E-mail: dolot63@mail.ru, kophep@sibmail.com*

### E-LEARNING THROUGH THE EYES OF A STUDENT

*P.A. Gorbachev, V.A. Gorbachev, R.G. Dolotova  
(Tomsk, Tomsk Polytechnic University)*

**Abstract.** E-learning is being implemented in schools as a new form of training. The article presents an analysis of the study subjects descriptive geometry and engineering graphics with the use of new technologies – in an environment MOODLE.

**Keywords:** e-learning, descriptive geometry, engineering graphics, drawing, module.

Человек постоянно себя само совершенствует, он стремится узнать что-то новое, то, что ему действительно интересно, изучая самостоятельно или и прибегая к помощи наставника. На его интересы ориентируется сегодняшняя система образования. В современной схеме обучения учащийся может получать знания из множества источников, может обращаться к опыту преподавателя, вступать с ним в дискуссию.

В последнее время компьютер все прочнее и стремительней входит в процесс обучения, студенты много времени проводят в Интернете, в общественных сетях, и используя обучение в электронной среде. Электронное обучение объединяет ряд инноваций в сфере применения современных информационно технологий в образовании, таких как компьютер-