

- предлагаются дополнительные задачи, решать которые ребенок может лишь добровольно. Естественно, предполагается, что при дифференциации обучения математике:
- имеют место постоянный контроль и помощь учителя каждому из учащихся в процессе изучения им программного материала от начальной и до последней стадии изучения темы;
- учителем обязательно учитываются индивидуальные способности ученика при изучении каждой темы школьного курса математики;
- увеличивается объем самостоятельной работы учащихся в процессе обучения математике. Здесь предполагается, что учитель использует самые разнообразные и содержательные формы этого вида учебной деятельности школьников, отдавая предпочтение тем из них, которые способствуют развитию интереса школьников к изучению математики и творческой инициативы;
- оптимально используются различные дидактические пособия и ИКТ.

И в заключении следует отметить, что наиболее полно отвечают задаче индивидуализации обучения математике использование учителем проблемной формы обучения и метод обучения на моделях.

Литература.

1. Калмыкова Т.Ю. Индивидуализация обучения математике /<http://nsportal.ru/shkola/materialy-k-attestatsii/library/2012/06/19/individualizatsiya-obucheniya-matematike>
2. Капустина А.Н. Многофакторная личностная методика Р. Кеттелла: Учеб.-метод. пособие. – СПб.: Речь, 2006. – 104с.
3. Зимняя И. А. Компетентный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования? (теоретико-методологический аспект) / И. А. Зимняя // Высшее образование сегодня – 2006. – №4. – С. 20–27.
4. Холодная М. А. Психологический статус когнитивных стилей: предпочтения или «другие» способности? / М. А. Холодная // Психологический журнал. – 1996. – Т.17. №1. – С.61-69.

МАТЕМАТИКА В МУЗЫКЕ

*М.Н. Басалаев, студент группы 10Б30,
научный руководитель: Березовская О.Б.*

*Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского
Томского политехнического университета
652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26*

Сейчас вряд ли кто-нибудь решится сводить музыку к определенным числовым закономерностям. Тем не менее, математика и музыка связаны друг с другом замечательным и подчас совершенно удивительным образом. В наше время музыкой могут быть названы и чарующие переливы арфы, и скрип открываемой двери, и шум заводского цеха, и оркестр настроенных на разные станции радиоприемников. Все это - искусство организации звуковых последовательностей. Однако симфонии Моцарта существенно отличаются от произведений авторов «индустриальной музыки», причем речь не о художественных достоинствах этих сочинений, а о материале, из которого они «изготовлены». «Сырьем» для большинства сонат, песен, опер служат музыкальные звуки (их мы еще будем называть нотами), которые отличаются от шумов. Чтобы прояснить суть этого отличия, уточним, что же такое звук.

Всякий звук - это воспринимаемые человеческим ухом колебания среды, обычно воздуха. Источником колебаний могут быть голосовые связки певца, струна музыкального инструмента, плохо смазанная дверь и т.п. Одна из основных характеристик колебательного процесса - частота колебаний. Музыкальные звуки имеют ту особенность, что им присуща вполне определенная частота колебаний. А вот про шумы нельзя сказать, что им соответствует какая-либо конкретная частота - они представляют собой беспорядочную смесь нескольких колебательных процессов самой различной частоты. Напомним заодно, что частота измеряется в Герцах - числе полных колебаний в секунду, обозначение Гц.

Когда говорят о частоте колебаний, определяющей ту или иную ноту, обычно употребляют термин высота звука. То, что звуки имеют высоту, не значит, что они отличаются ростом, или что нужно подняться на цыпочки, чтобы услышать высокие ноты и глубоко присесть, чтобы прочувствовать басы. Ощущение высоты - это психологическая форма восприятия частоты колебаний звучащего тела, и чем больше частота колебаний, тем выше кажется звук и наоборот. Вполне возможно, что кому-то высокие ноты кажутся тонкими, а низкие толстыми.

Человеческое ухо способно воспринимать звук, частота которого заключена приблизительно в интервале от 16 до 16000 Гц. В музыке используется диапазон от 16 до примерно 5000 Гц. Даже если считать только звуки с целым значением частоты, то получится около 5 тысяч, а ведь есть еще звуки с частотой 100,5; 3333, 14159 и т.д. Между тем, концертный рояль - инструмент с огромным звуковым диапазоном - имеет всего 87 клавиш. Более того, через каждые двенадцать клавиш повторяется их расположение и их названия. И очень высокие и очень низкие звуки носят одни и те же повторяющиеся имена: до, фа-диез, ля-бемоль. Постараемся понять, каким образом из всего многообразия звуков были отобраны именно те, к которым мы привыкли, и почему именно через каждые 12 клавиш повторяются названия нот. Для начала займемся измерениями. А где измерения, там вступает в свои права математика.

Раз уж звуки различаются по высоте, то естественно задать вопрос: "Насколько один звук выше другого?". Ответ на него не так прост, как может показаться. Первое, что приходит в голову - подсчитать разность числа колебаний, определяющих один и второй звук. Оказывается, однако, что это число не очень-то и интересно. Намного важнее не разность частот, а их отношение. Возьмем две пары звуков: первую - с частотами 64 и 96 Гц, а вторую - с частотами 512 и 768 Гц. На слух звук с частотой 96 Гц настолько же выше звука с частотой 64 Гц, насколько звук в 768 Гц выше звука в 512 Гц. При этом разность между частотами для первой пары равна 32, а для второй 256. Отношение же для каждой пары одно и тоже и равно $3/2$.

Расстояние между нотами, определяемое отношением их частот, называется интервалом. Некоторые, наиболее важные в музыке интервалы получили свои собственные имена. Так, отношение частот $3/2$ определяет очень важный интервал квинты, еще более важен интервал октавы - его образуют две ноты с отношением частот 2. Две одинаковые по высоте ноты относятся друг к другу с коэффициентом 1 и образуют интервал прима.

Интервалы имеют направление и могут определять движение как вверх так и вниз. Переход от ноты с частотой w к ноте с частотой $2w$ дает октаву вверх, к ноте с частотой $2w/3$ - квинту вниз.

Чем же важен интервал октавы? Пусть наш исходный звук - нота до первой октавы (она имеет частоту 512 Гц). Возьмем от нее октаву вверх и октаву вниз. На слух эти три звука очень похожи, практически сливаются в одно целое. Поэтому обе получившиеся ноты также называются «до», только расположены они в других октавах. Таким образом, частоты любых двух одноименных нот относятся друг к другу как некоторая степень числа 2.

Только что мы встретились с важнейшей особенностью музыкально-математических исследований: результаты применения численных методов все время должны проверяться человеческим ухом. Первым, кто в построении теории музыки отдавал приоритет слуховым ощущениям, был ученик Аристотеля Аристоксен. Основателем школы, ставившей во главу угла математические соотношения, был Пифагор. Его же признают создателем первой музыкальной теории.

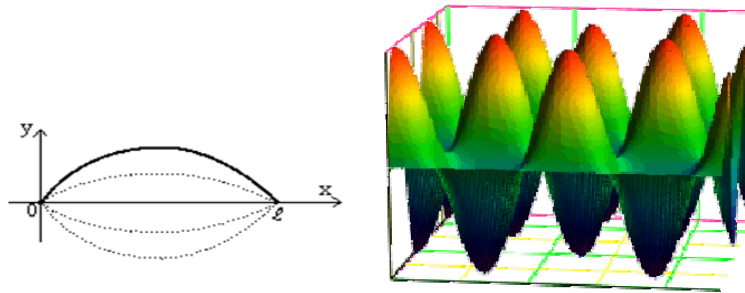
Для своих исследований Пифагор использовал так называемый монохорд (в переводе с греческого - однострунный). Инструмент представлял собой четырехугольный ящик длиной около 1 метра, над верхней декой (доской) располагалась одна струна, ограниченная с двух сторон порожками. Под струной располагалась двигающаяся подставка, которая позволяла изменять высоту звука.

Вообще говоря, высота звука, издаваемого струной, определяется несколькими параметрами - длиной и толщиной струны, плотностью материала, из которого она изготовлена, натяжением и т.д. Когда свойства звука изучаются на монохорде, то толщина струны, ее натяжение и плотность материала остаются неизменными. Высота извлекаемого звука изменяется простым смещением подставки.

Мы уже упоминали о том, что шумы - это беспорядочная смесь звуков различной высоты, тогда как музыкальный звук соответствует вполне определенной частоте колебаний. На самом деле в любой ноте основной звук сопровождается призвуками, называемыми обертонами (от немецкого *Obertone* - высокий звук). Обертоны слышны гораздо слабее и не мешают восприятию основного тона, но придают звуку ту или иную тембровую окраску. То, что одна и та же нота в исполнении разных инструментов звучит по-разному, вызвано присутствием разных обертонов в палитре этих инструментов.

Частота, с которой колеблется вся струна целиком, определяет так называемый основной тон. Колебания частей струны вызывают появление обертонов. Самый сильный обертон возникает при колебаниях $1/2$ части струны, слабее $1/3$, $1/4$, $1/5$ и т.д. Соответственно соотношение частот (или высот) этих обертонов выглядит так: $1:2:3:4:5:6...$ Это так называемый натуральный или гармонический ряд звуков, и соответствующие обертоны тоже называются гармоническими.

Математическое описание этого явления было дано значительно позже усилиями д'Аламбера, Эйлера, Даниила Бернулли, Лагранжа. Прежде всего, отметим, что для описания колебаний точки около положения равновесия нужна всего одна переменная x , показывающая на сколько отклоняется точка от положения равновесия в момент времени t . В наиболее простом случае периодических колебаний с постоянной амплитудой зависимость x от времени описывается формулой $x = A \cos \omega t$, где A - амплитуда, а ω - частота.



Если колеблется протяженное тело, например, струна, то нам потребуется описать колебание каждой точки этого тела, т.е. функция, описывающая отклонение тела, имеет два аргумента: координату точки струны и время. Скажем, такая функция может выражаться следующей формулой:

$$y = A \sin \frac{2\pi}{l} x \cos \omega t$$

где A - амплитуда, l - длина струны, x - координата точки струны, а ω - частота колебаний.

Литература.

1. Деплан И. Я. Мир чисел. М.: «Просвещение», 2005
2. Дэвид Филипс. Нумерология и открытие внутреннего «Я». Полное практическое руководство. СПб: София, 2007, 256с.
3. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа М.: Наука, 1990, 192с.
4. В.П. Ковалев “Математика в музыке”. Выступление на семинаре в Московском физико-техническом институте в секции математических основ жизнеустройства, 2007.

МАТЕМАТИКА В ОПРЕДЕЛЕНИИ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

М.М. Борангазиев, студент группы 10741,

научный руководитель: Гиль Л.Б.

Юргинский технологический институт (филиал) Национального исследовательского

Томского политехнического университета

652055, Кемеровская обл., г. Юрга, ул. Ленинградская, 26

Методы определения свойств пород с учётом структурных неоднородностей высших порядков традиционно относят к лабораторным методам исследований. Свойства определяют на образцах, размеры которых в настоящее время стандартизированы. Наибольший интерес в геомеханике из плотностных свойств представляют объёмный вес, объёмная масса (плотность), удельный вес, и пористость.

В лабораторных условиях на образцах пород обычно определяют объёмный вес g и удельный вес g_0 . Далее рассчитывают плотность (объёмную массу) ρ и удельную массу ρ_0 . Общую пористость также определяют расчётным путем, используя полученные экспериментально значения удельного g_0 и объёмного веса g :

$$P = \frac{g - g_0}{g_0}$$

Для экспериментального определения объёмного веса породы требуется знать вес и объём образца. Если определения ведут на образцах правильной геометрической формы, то вес устанавливают путём взвешивания на лабораторных весах, а объём – путем измерения линейных размеров. В случае испытания образцов неправильной геометрической формы для определения объёмного веса используют метод гидростатического взвешивания.