

АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С U-ОБРАЗНОЙ ФУНКЦИЕЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ

Кармачев Д.П., Ефремов А.А.

Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30

E-mail: karmachevd@mail.ru

На сегодняшний день актуальной задачей в теории надежности является анализ и прогнозирование отказов технических систем в процессе их работы [1]. Одним из основных показателей надежности систем является интенсивность отказов, определяемая как

$$\lambda(x) = \frac{F'(x)}{1 - F(x)}, \quad (1)$$

где $F(x)$ - интегральный закон распределения наработки на отказ (функция вероятности отказов) [1].

Зависимость интенсивности отказов большинства технических систем описывается U-образной кривой, имеющей вид, приведенный на рис. 1 [2].



Рис. 1. Характерная кривая интенсивности отказов

Графики кривых интенсивностей отказов большинства используемых на практике моделей надёжности (МН), основанных на простых законах распределения времени наработки (экспоненциальный и нормальный законы, распределение Вейбулла-Гнеденко и др.) позволяют учитывать лишь часть от характерной U-образной кривой [2]. В связи с этим, использование таких моделей для анализа надежности не всегда дает корректные результаты, т.к. во внимание не берутся интервалы приработки либо износа (рис. 2).

В связи с этим, основная задача современных исследователей в области надежности – поиск законов распределений, для которых форма кривой функции интенсивности отказов, определяемой выражением (1), близка к виду, изображенному на рис. 1 [1].

Целью настоящего исследования является изучение влияния параметров моделей надежности, введенных в работах [3-5], на форму кривой интенсивности отказов.

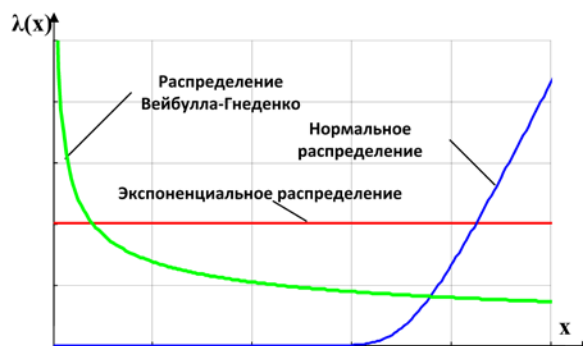


Рис. 2. Вид функций интенсивностей отказов для типовых распределений

J-образное распределение, подробно рассмотренное в работе [3], задается следующим законом:

$$F(x) = \begin{cases} (x/b)^v (2 - x/b)^v, & 0 \leq x \leq b \leq \infty, \\ 0, & x < 0, \\ 1, & x > b, \end{cases}$$

В результате исследования выявлено, что функция (1) для данной МН принимает вид, сходный с рис. 1 при $0 < v < 1$. Кроме того, значения функции $\lambda(x) \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow b$ [3]. В результате анализа было установлено, что с увеличением v сокращается период нормальной эксплуатации, и увеличивается скорость убывания функции $\lambda(x)$ в период приработки. При увеличении параметра b увеличивается период нормальной эксплуатации и уменьшается интенсивность отказов на всех трёх периодах. Подробнее влияние параметров МН на функцию $\lambda(x)$ показано на рис. 3.

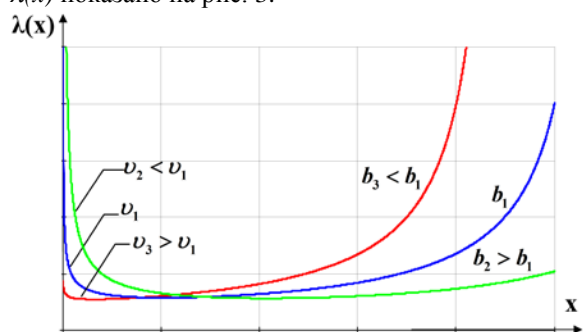


Рис. 3. Кривые интенсивности отказов J-образного распределения

Распределение Хьюрта рассмотрено как МН в работе [4]. Функция интенсивностей отказов для этой МН имеет вид:

$$\lambda(x) = \delta x + \frac{\theta}{1 + \beta x},$$

при условии, что $\delta > 0$, $\theta > 0$, $\beta > 0$. В результате исследований было выявлено, что кривая интенсивности принимает вид схожий с рис. 1 при $0 < \delta < \theta\beta$. В результате анализа было установлено, что параметр θ напрямую влияет на положение начала периода приработки, т.е. увеличивая параметр θ , увеличивается количество отказов на первом периоде ($\lambda(0) = \theta$). При повышении параметра β скорость убывания функции интенсивности отказов на первом периоде возрастает, иначе говоря, сокращается период приработки и увеличивается период нормальной эксплуатации, не смотря на то, что он незначителен для данного распределения. При увеличении параметра δ повышается скорость возрастания функции $\lambda(x)$ на периоде старения и уменьшается длина второго периода. Более подробно влияние параметров на функцию интенсивности отказов приведено на рис. 4.

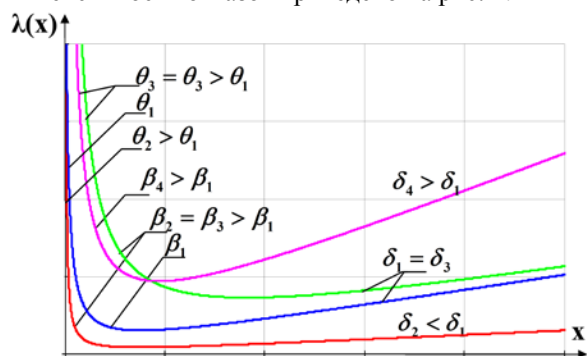


Рис. 4. Зависимость кривой интенсивности отказов от параметров распределения Хьюбера

Аддитивное распределение Бурра используется как МН в работе [5]. Функция вероятности отказов имеет вид:

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ -k_1 \log \left[1 + \left(\frac{x}{s_1} \right)^{c_1} \right] - k_2 \log \left[1 + \left(\frac{x}{s_2} \right)^{c_2} \right] \right\}$$

где $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $s_1 > 0$, $s_2 > 0$. В результате исследований было выявлено, что кривая интенсивности принимает вид схожий с рис. 1 при $0 < c_1 < 1$, $c_2 > 2$ [5]. Модель является комбинацией двух распределений Бурра. На правую часть графика функции интенсивности отказов влияют параметры с индексом «2», на левую - с индексом «1». В результате анализа было выявлено, что при уменьшении параметров k_1 и/или k_2 уменьшается продолжительность периода нормальной эксплуатации. Параметры c_1 и c_2 влияют на скорость убывания и возрастания функции интенсивности отказов в периодах приработки и старения соответственно. Также, с ростом этих параметров увеличивается продолжительность периода нормальной эксплуатации. Параметры s_1

и s_2 влияют на положение точек перехода графика функции $\lambda(x)$ с периода приработки на II-ой, и со II-го периода на период старения. Данные параметры напрямую влияют на продолжительность нормальной эксплуатации. Более подробно влияние параметров МН на функцию интенсивности отказов приведено на рис. 5.

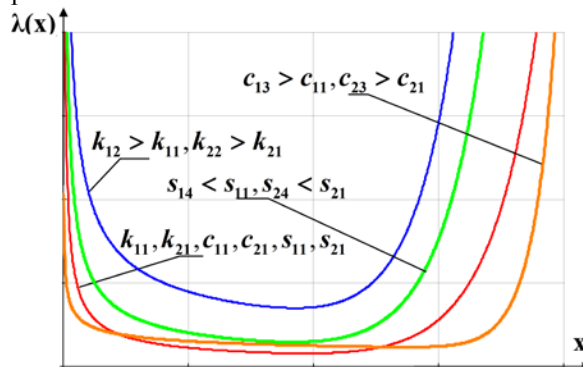


Рис. 5. Влияние параметров аддитивного распределения Бурра на кривую интенсивности отказов

J-образное распределение и аддитивное распределение Бурра имеют форму кривой интенсивности отказов схожую с характерной. Распределение Бурра позволяет с большей точностью настраивать внешний вид кривой $\lambda(x)$, но при этом большое количество параметров модели приводит к увеличению сложности вычислений. МН, основанная на распределении Хьюбера проста в настройке и хорошо подходит для моделирования надёжности механических систем, т.к. после периода приработки интенсивность отказов постоянно увеличивается. J-образное распределение является самым оптимальным из исследованных, однако, его недостаток заключается в ограниченной параметром b области определения функции интенсивности отказов.

Список литературы

1. В.А. Острейковский. Теория надёжности: учебник для вузов – М.: Высшая школа, 2003 – 463 с.
2. И.А. Ушаков. Курс теории надёжности систем: уч. пособие – М.: Дрофа, 2008 – 239 с.
3. S. Nadarajah, S. Kotz. Moments of some J-shaped distributions, Journal of Applied Statistics, 2003, Vol. 30(3), pp. 311-317.
4. S. Nadarajah. Bathtub-shaped failure rate functions, Quality & Quantity, September 2009, Vol. 43(5), pp. 855-863.
5. F.K Wang. A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII distribution, Reliability Engineering & System Safety, Vol. 70(3), December 2000, pp. 305-312.